

# MEDICIONES DE Circuito RC - RL - RLC Respuesta transitoria



LABORATORIO 3  
1er cuatrimestre 2022

# Fenómenos Transitorios Eléctricos

ESTACIONARIO



TRANSITORIO



ESTACIONARIO

- Proceso muy general → se lo encuentra en muchos fenómenos / áreas de la física:
- determina la existencia de un tiempo característico y de una amplitud de la señal “perturbada”.
  - frecuencias características (ondas estacionarias)

SONIDO

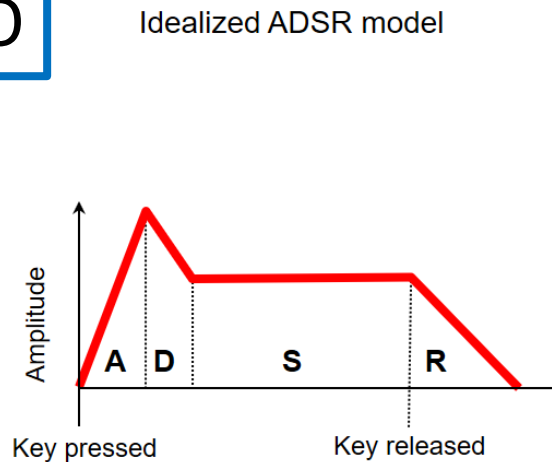
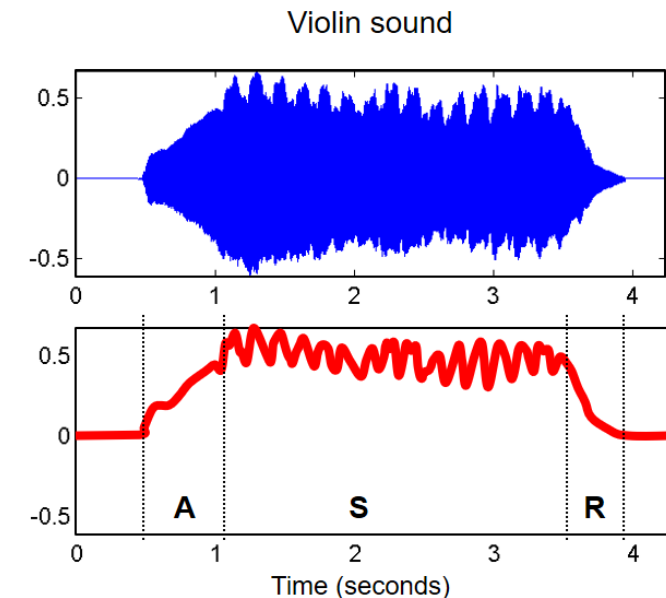
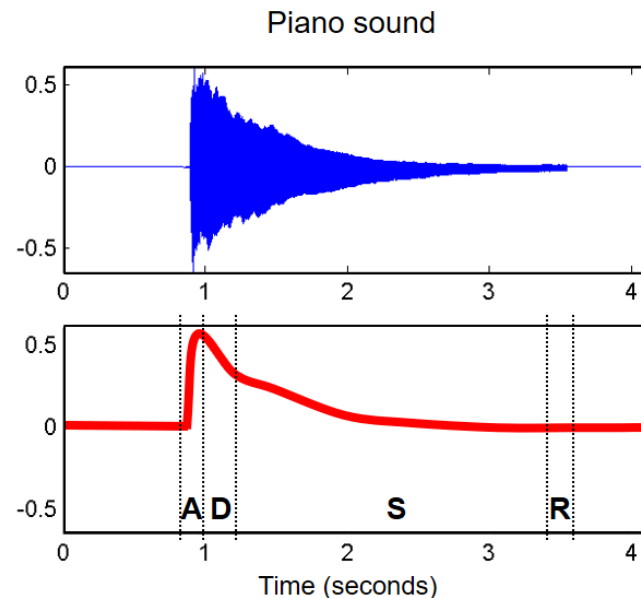


Figure 1.22b and Figure 1.23  
from [Müller, FMP, Springer 2015]



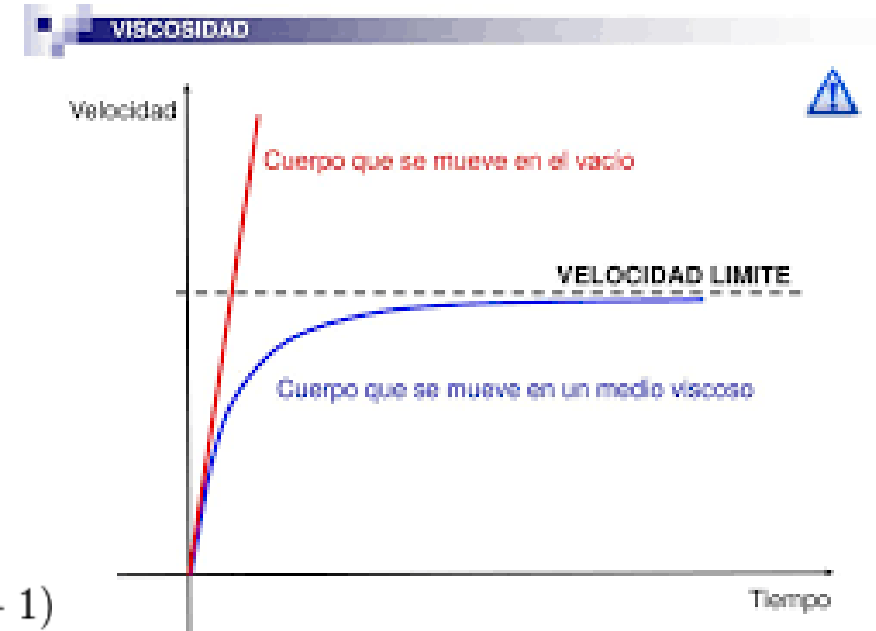
# Fenómenos Transitorios

## Caída libre (en medio viscoso)

$$\ddot{y} - b = 0 \quad (\text{sin rozamiento})$$

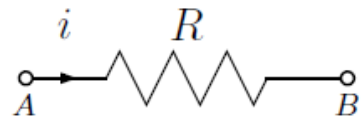
$$\ddot{y} + a\dot{y} - b = 0$$

$$\begin{cases} v_y = v_0 e^{-k_w t/m} + \frac{mg}{k_w} (e^{-k_w t/m} - 1) \\ y = h_0 - \frac{mgt}{k_w} + m \left( \frac{mg + k_w v_0}{k_w^2} \right) (e^{-k_w t/m} - 1) \end{cases}$$

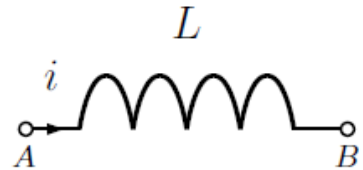


# Transitorios Eléctricos: el circuito RC serie

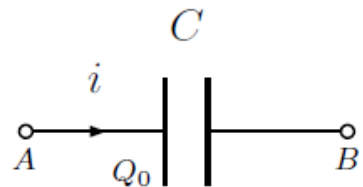
Resistencia (R)- Inductancia (L) – Capacitancia (C)



$$\Delta V_R \equiv V_B - V_A = -i R$$

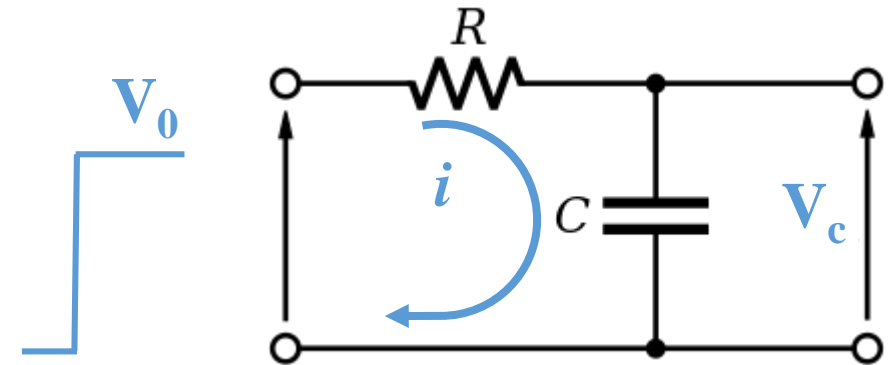


$$\Delta V_L \equiv V_B - V_A = -L di/dt$$



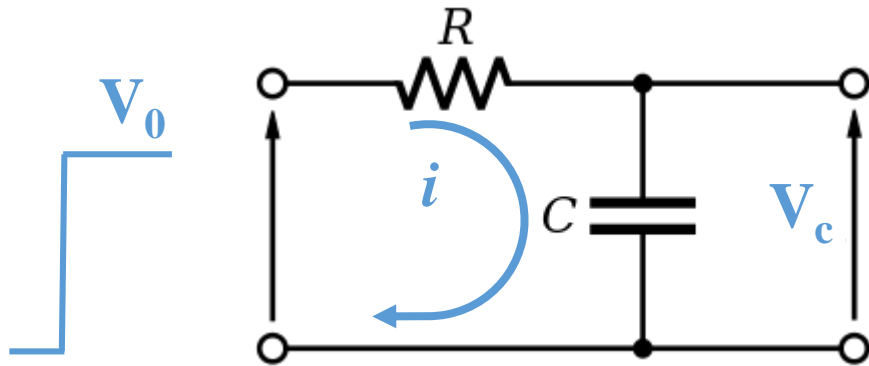
$$\Delta V_C \equiv V_B - V_A = -\frac{Q_0}{C} = -\frac{1}{C} \int i dt$$

*$V(t \leq 0) = 0$ . Qué pasa al aplicar  $V_0 (t > 0)$ ?*



# El circuito RC serie

## El enfoque experimental

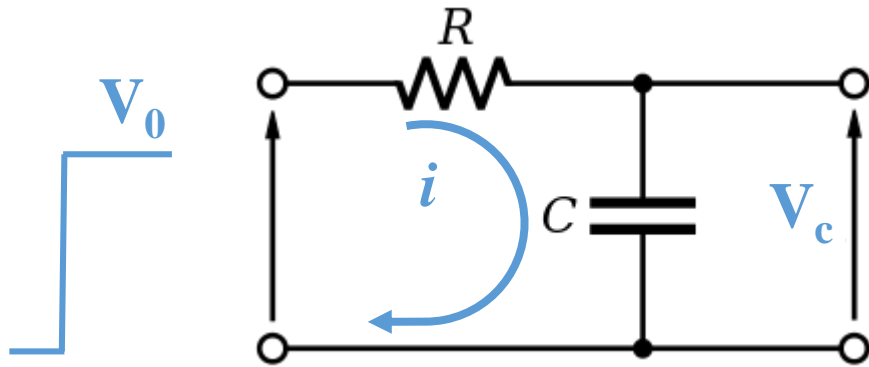


PREGUNTAR  
OBSERVAR

- Habrá un tiempo característico?*
- La  $i$ ,  $V_R$ ,  $V_C$  alcanzarán un estado estacionario?*
- Cómo evolucionarán  $i(t)$  y  $V_c(t)$ ?*
- Diseño del experimento*

# El circuito RC serie

El enfoque teórico



Ecuación diferencial ordinaria, lineal, homogénea de orden 1

$$i(t) = A e^{Bt} \quad \frac{di}{dt}(t) = AB e^{Bt} = B i(t)$$

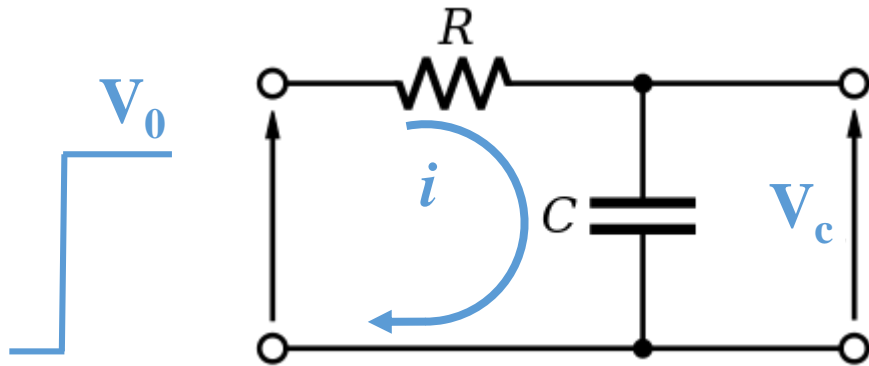
$$(RCB + 1)e^{Bt} = 0 \rightarrow B = -\frac{1}{RC}$$

MODELIZAR  
ANALIZAR

$$V_0 = iR + \frac{1}{C} \int_0^t i dt' + V_C(0) \quad t > 0$$
$$0 = R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i \quad t > 0$$

# El circuito RC serie

El enfoque teórico



Ecuación diferencial ordinaria, lineal, homogénea de orden 1

$$i(t) = A e^{Bt} \quad \frac{di}{dt}(t) = AB e^{Bt} = B i(t)$$

$$(RCB + 1)e^{Bt} = 0 \rightarrow B = -\frac{1}{RC}$$



MODELIZAR  
ANALIZAR

$$V_0 = i R + \frac{1}{C} \int_0^t i dt' + V_C(0) \quad t > 0$$

$$0 = R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i \quad t > 0$$

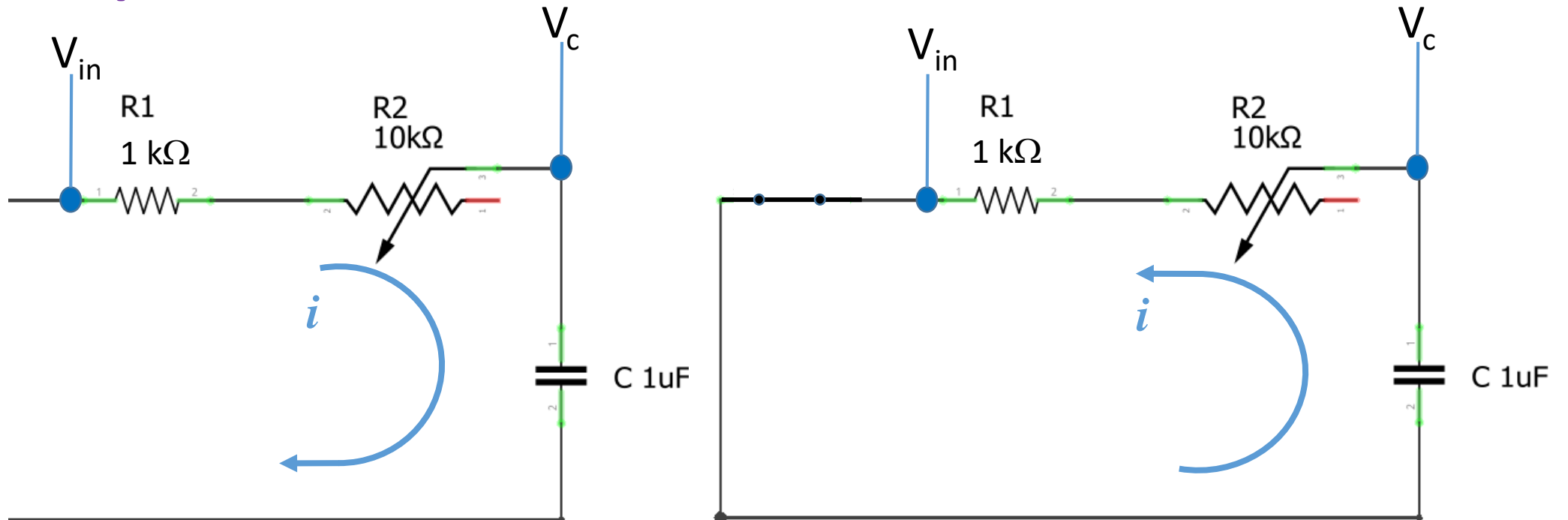
$$i(0) = \frac{V_0 - V_C(0)}{R}$$

$$i(t) = \frac{V_0 - V_C(0)}{R} e^{-t/RC}$$

$$V_C(t) = V_C(0) + [V_0 - V_C(0)] (1 - e^{-t/RC})$$

# El circuito RC serie: estudio experimental

**Diseño del experimento:** Medir  $t$ , Medir  $i(t)$ , medir  $V(t)$  / variar  $R1+R2$



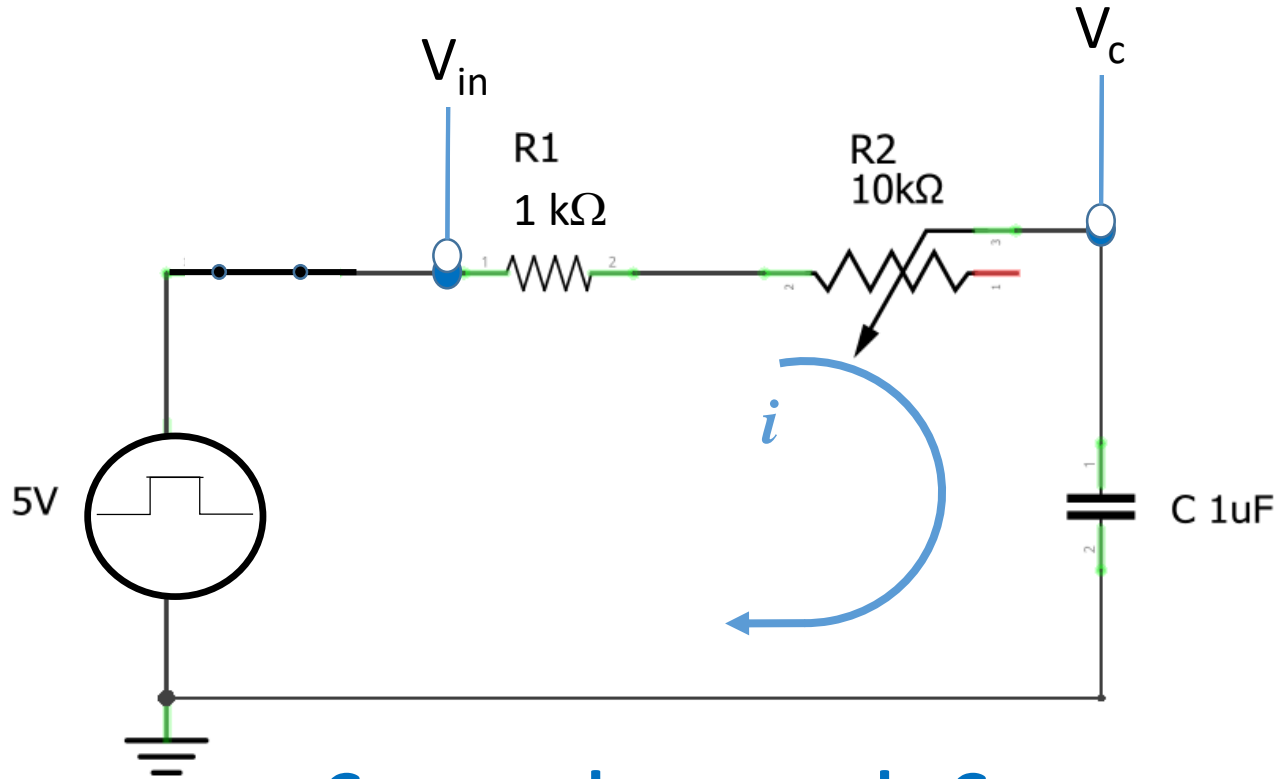
**Carga de C a  
través de  $R1+R2$**

**Descarga de C a  
través de  $R1+R2$**



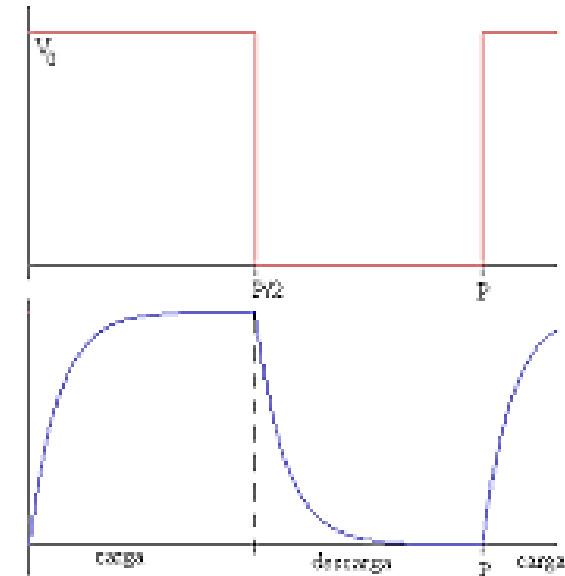
# El circuito RC serie: estudio experimental

**Diseño del experimento:** Medir  $V_{in}(t)$ , medir  $V_C(t)$  / variar  $R1+R2$



**Carga y descarga de C a través de R1+R2**

$$i = (V_{in} - V_C) / (R1 + R2); \left[ \frac{\Delta i}{i} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta R}{R} \right]$$



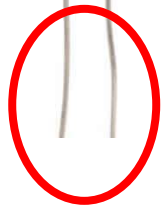
**Tiempo de medición > Tiempo característico ( $\tau$ )**

# El circuito RC serie: estudio experimental

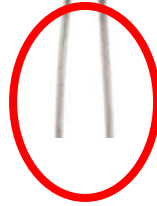
Recordar la nomenclatura para la selección de los condensadores

$$\begin{array}{c} 104 = 10 \times 10^4 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 10 \quad 0000 \quad \text{pF} \end{array}$$

Electrolítico

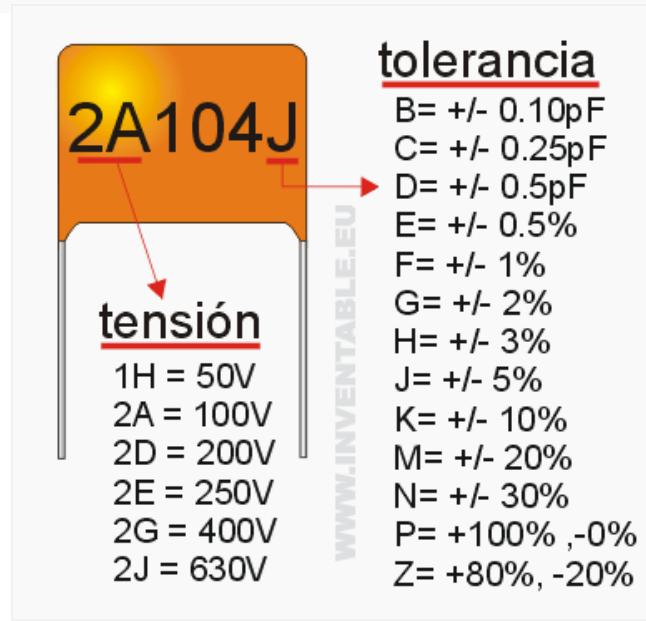
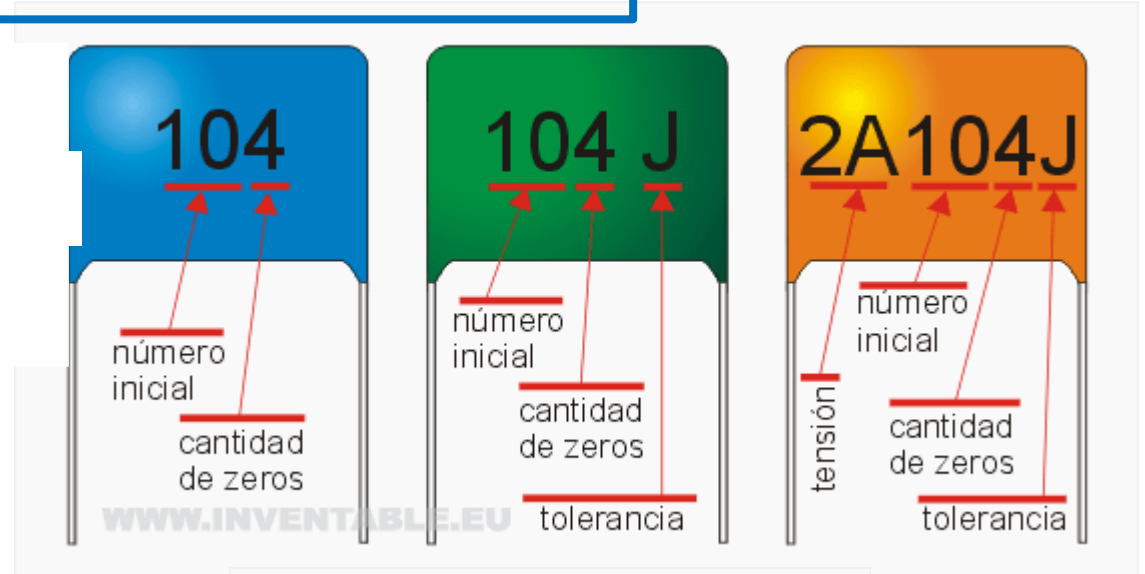


Poliéster



Cerámico

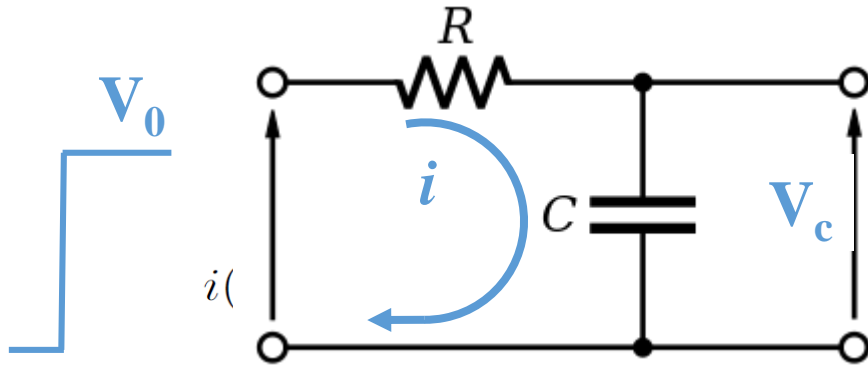
Respetar la polaridad de los "electrolíticos"



- tensión
- 1H = 50V
  - 2A = 100V
  - 2D = 200V
  - 2E = 250V
  - 2G = 400V
  - 2J = 630V

- tolerancia
- B = +/- 0.10pF
  - C = +/- 0.25pF
  - D = +/- 0.5pF
  - E = +/- 0.5%
  - F = +/- 1%
  - G = +/- 2%
  - H = +/- 3%
  - J = +/- 5%
  - K = +/- 10%
  - M = +/- 20%
  - N = +/- 30%
  - P = +100% , -0%
  - Z = +80% , -20%

# Análisis del “semi-ciclo”



$$i(t) = \frac{V_0 - V_C(0)}{R} e^{-t/RC}$$

$$V_C(t) = V_C(0) + [V_0 - V_C(0)] (1 - e^{-t/RC})$$

**Carga:  $V_C(0)=0$**

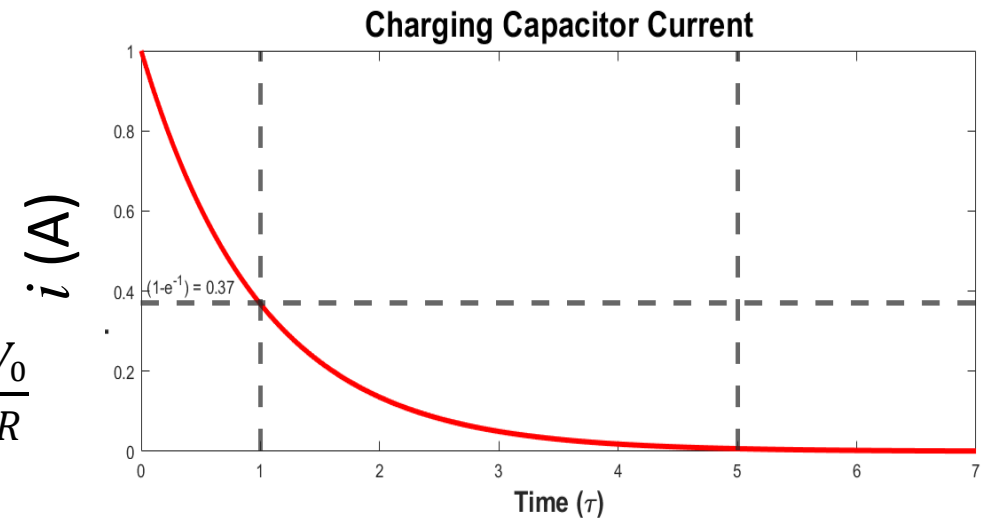
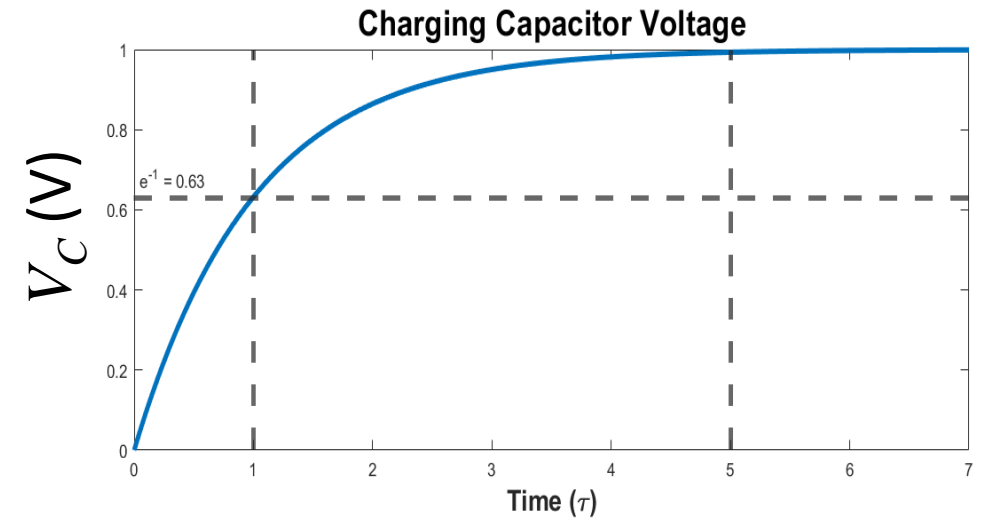
$$V_C = V_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}), \quad i(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Para  $t = \tau$

$$V_C = V_0(1 - e^{-1}) = 0,63 * V_0 \quad i = \frac{V_0}{R} e^{-1} = 0,37 * \frac{V_0}{R}$$

**Descarga:  $V_0=0$**   
 $V_C(0)=V_0$

$$V_C = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad i(t) = \frac{-V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$



# Adquisición y análisis de las mediciones RC

TBSadq.py

Permite obtener las mediciones con el osciloscopio. Nombra los archivos con el valor de la resistencia

Rctransitorio.py

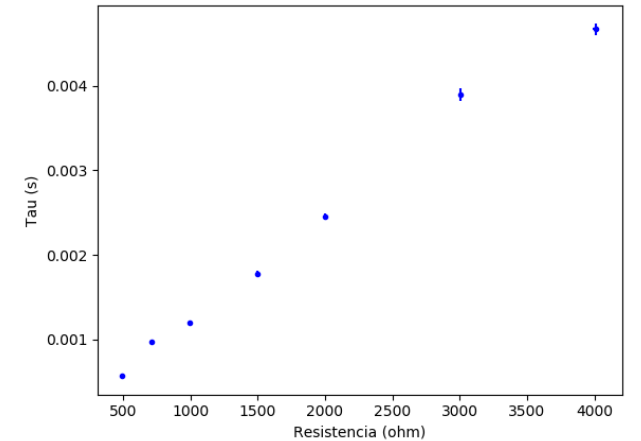
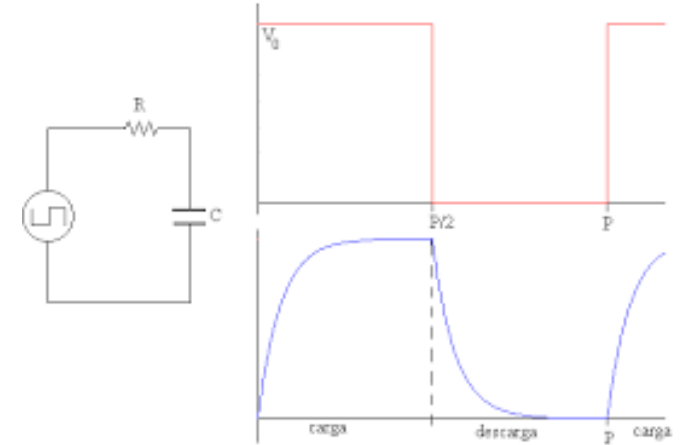
Para cada señal ajusta el ciclo de carga del capacitor. Se obtiene el tiempo característico vs resistencia

AjusteRC.py

Se utiliza para ajustar tiempo característico vs resistencia, se obtiene el valor de C

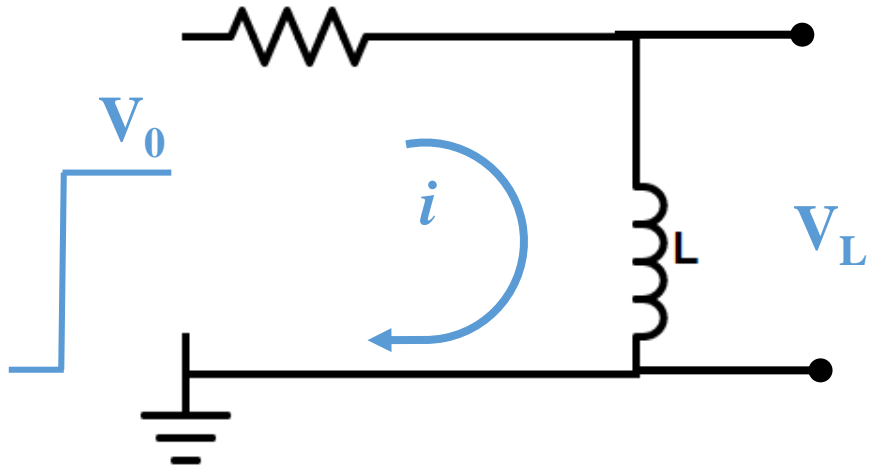
# Transitorios RC: puntos de control

1. Trabajar sistemáticamente evitando cometer errores en las conexiones
2. Obtener ciclos de carga y descarga COMPLETOS
3. Lograr ajustes adecuados de  $V_c(t)$  e  $i(t)$  de los cuales extraigan el tiempo característico para cada R (y  $C=1 \mu\text{F}$ )
4. Comprobar la linealidad entre  $\tau$  y R  $\rightarrow$  determinar C
6. Verificar las incertezas consideradas en todos los casos



# El circuito RL serie

El enfoque teórico



MODELIZAR  
ANALIZAR

$$V_0 = i R + L \frac{di}{dt}$$
$$V_L = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

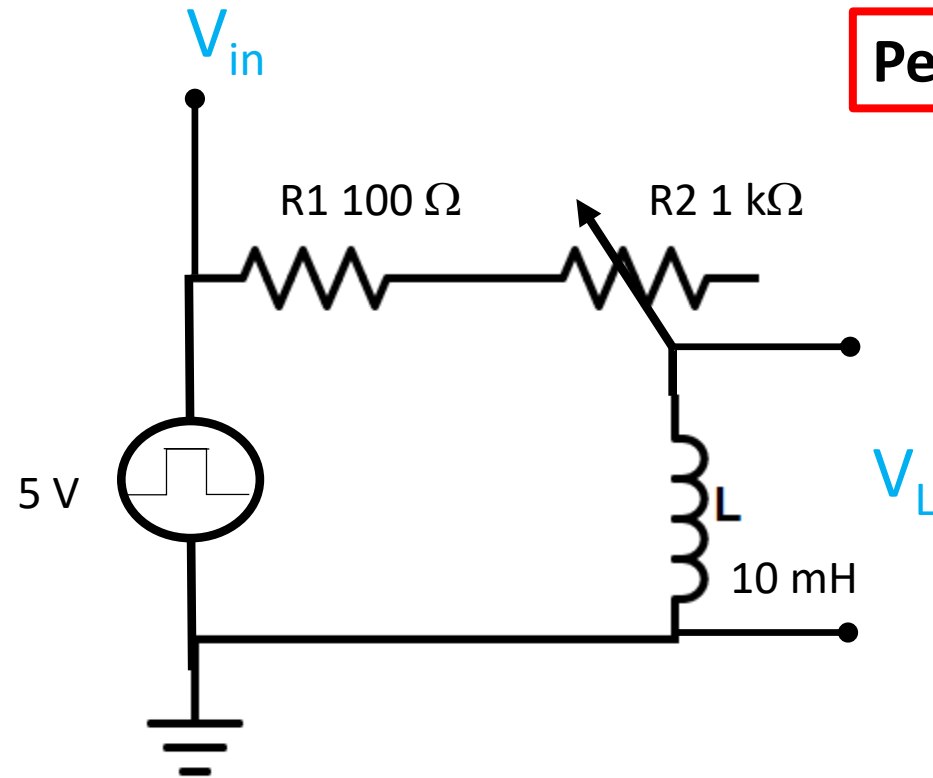
$$i(t) = \frac{V_0}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Ecuación diferencial ordinaria, lineal, homogénea de orden 1

ON  $V_f = V_0$   $i(0) = 0$   $V_L = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$   $i(t) = \frac{V_0}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

OFF:  $V_f = 0$   $i(0) = V_0/R$   $V_L = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$  ,  $i(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$

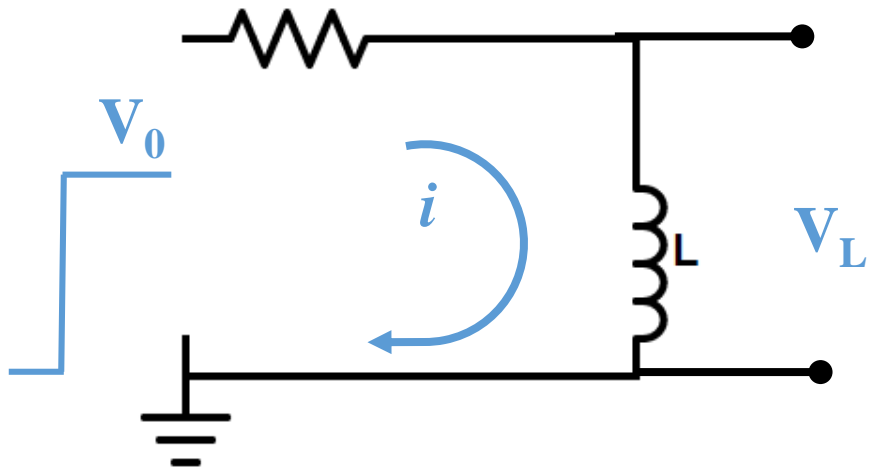
# El circuito RL serie: estudio experimental



Periodo de señal cuadrada > Tiempo característico ( $\tau$ )

Caída de tensión de L para circuito serie con R1+R2

# Análisis del "semi-ciclo"



ON      $V_f = V_0$       $i(0) = 0$

$$V_L(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

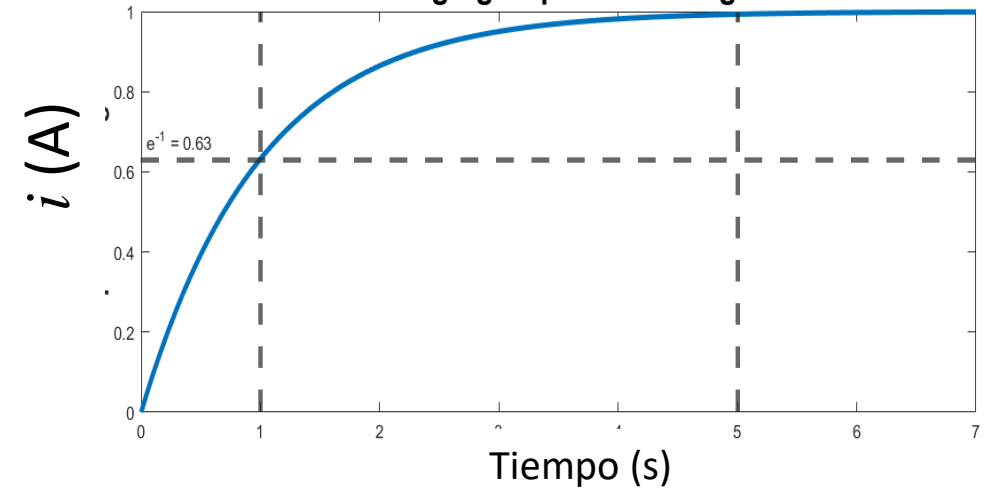
$$i(t) = \frac{V_0}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Para  $t = \tau$

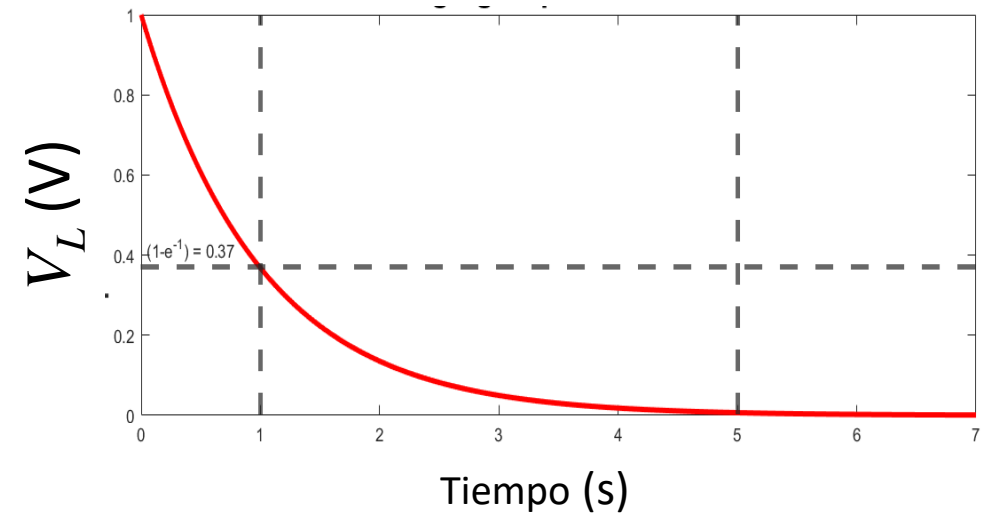
$$V_L = V_0 e^{-1} = 0,37 * V_0$$

$$i = \frac{V_0}{R} (1 - e^{-1}) = 0,63 * \frac{V_0}{R}$$

Caída de tensión sobre la bobina



Corriente sobre la bobina





# Adquisición y análisis de las mediciones RL

TBSadq.py

Permite obtener las mediciones con el osciloscopio. Nombra los archivos con el valor de la resistencia

RLtransitorio.py

Para cada señal ajusta la caída de tensión sobre la bobina y la corriente. Se obtiene el tiempo característico vs resistencia

**Modificar** AjusteRL.py

Utilizar para ajustar tiempo característico vs resistencia, obtener el valor de L

# Transitorios RL: puntos de control

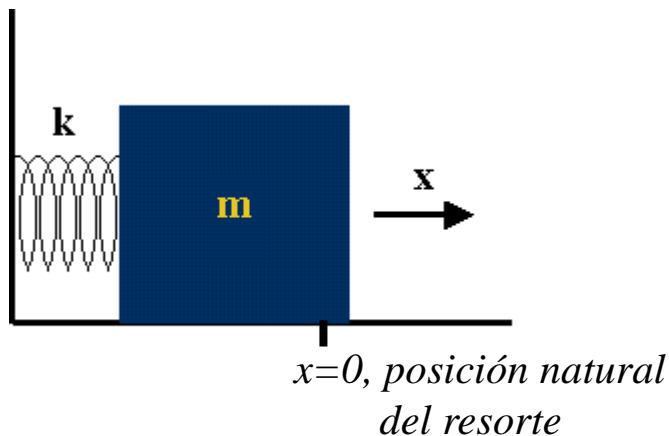
1. Obtener ciclos ON y OFF COMPLETOS
2. Lograr ajustes adecuados de  $V_L(t)$  e  $i(t)$  de los cuales extraigan el tiempo característico para cada L (y  $C=1 \mu\text{F}$ )
3. Comprobar la linealidad entre  $\tau$  y  $1/R \rightarrow$  determinar L
6. Verificar las incertezas consideradas en todos los casos

# Transitorios Eléctricos: el circuito RLC serie

## Oscilador armónico simple

Resorte

$$x(0) = x_M \quad v(0) = 0$$



Frecuencia natural de oscilación

$$m \ddot{x} = -kx$$

$$x = x_M \cos(\omega_0 t)$$

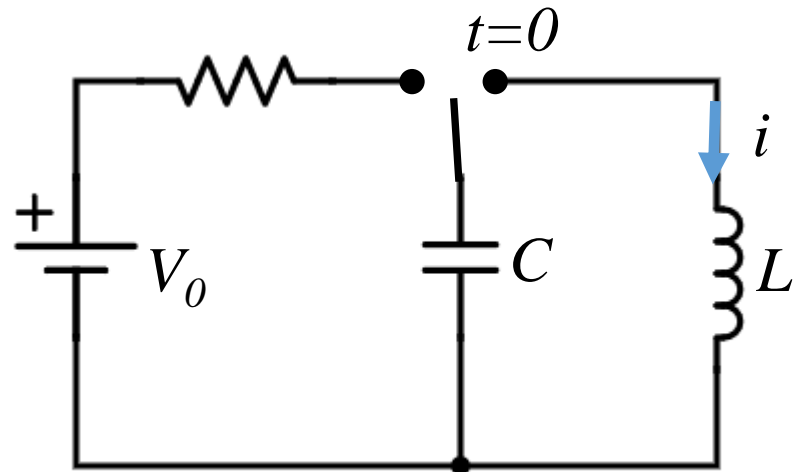
$$\omega_0 = \sqrt{k/m}$$

$$E_{mec} = E_{cin} + E_{res} = cte.$$

$$E_{mec} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = cte.$$

# Oscilador armónico simple

## Circuito LC



$$i(t=0)=0$$

$$V_C(t=0)=V_0$$

$$L \frac{di}{dt} + V_C = 0 \rightarrow L\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0$$

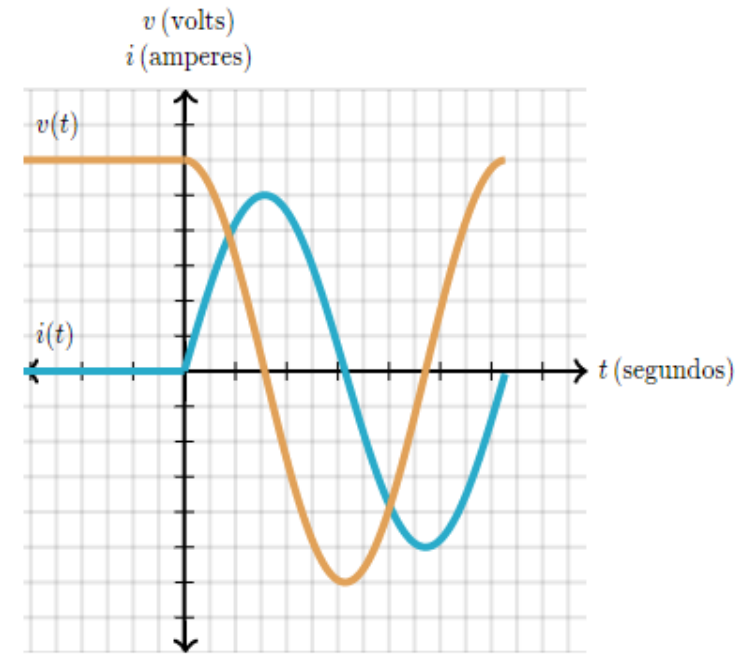
$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \delta)$$

Frecuencia natural de oscilación

$$\omega_0 = \sqrt{1/LC}$$

$$E = E_C + E_L = cte.$$

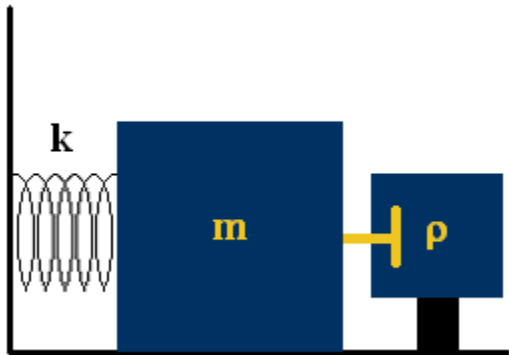
$$E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2 = cte.$$



# Oscilador armónico amortiguado

## Resorte amortiguado

$$m\ddot{x} = -kx - \rho\dot{x}$$



$$\ddot{x} + \frac{\rho}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2x = 0$$

$$x = A_1e^{\lambda_1 t} + A_2e^{\lambda_2 t}$$

$$\lambda_{1,2} = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$$

### Casos de amortiguamiento

$$\omega_0^2 > \gamma^2$$

subamortiguado

$$\omega_0^2 = \gamma^2$$

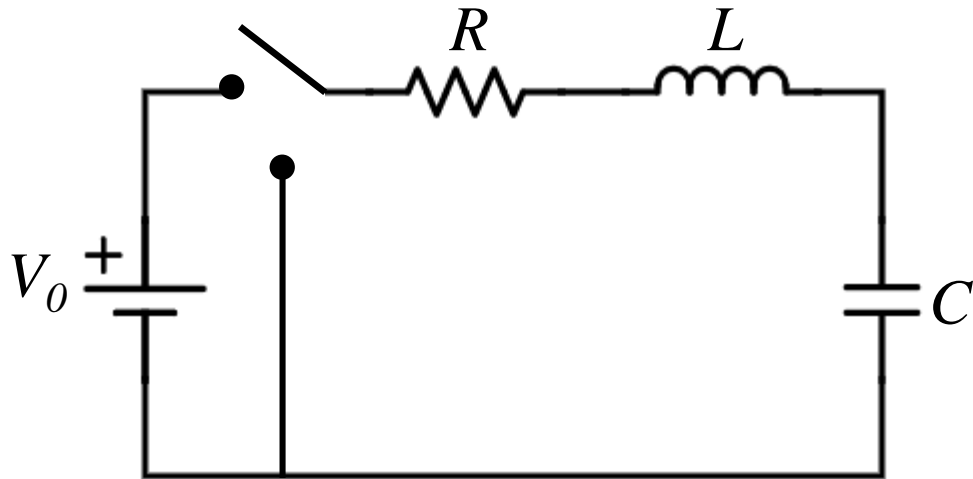
Amortiguado  
crítico

$$\omega_0^2 < \gamma^2$$

sobremortiguado

# Oscilador armónico amortiguado

## Circuito RLC serie – transitorio eléctrico



$$\gamma = \frac{R}{2L}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$V_0 = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} q(t)$$

$$V_0 = R\dot{q} + L\ddot{q} + \frac{1}{C} q$$

$$\frac{V_0}{L} = \ddot{q} + 2\frac{R}{2L}\dot{q} + \frac{1}{LC} q$$

Condiciones iniciales

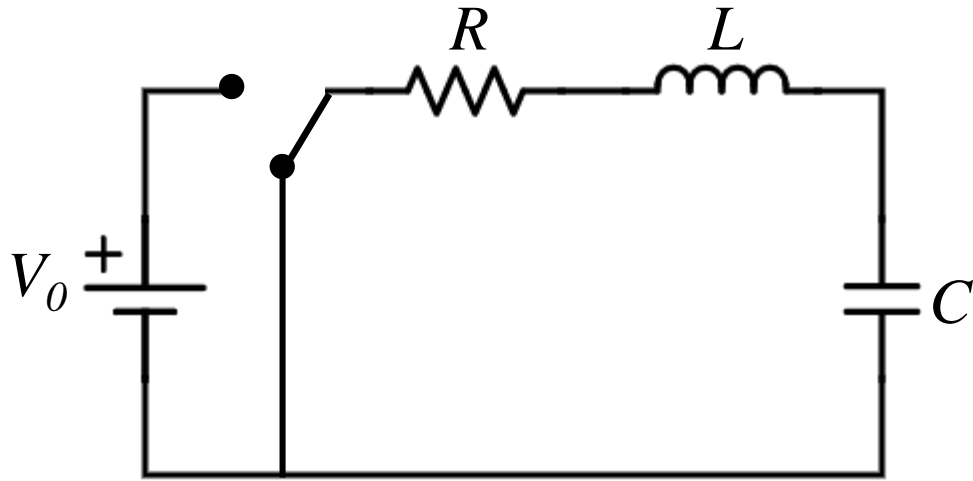
$$q(t=0) = 0$$

$$\dot{q}(t=0) = i(t=0) = 0$$

Solución particular

$$q_p(t) = V_0 C$$

# Circuito RLC serie – transitorio eléctrico



$$0 = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} q(t)$$

$$0 = R\dot{q} + L\ddot{q} + \frac{1}{C} q$$

$$0 = \ddot{q} + 2\frac{R}{2L}\dot{q} + \frac{1}{LC} q$$

Condiciones iniciales

$$q(t = 0) = V_0 C$$

$$\dot{q}(t = 0) = i(t = 0) = 0$$

$$\gamma = \frac{R}{2L} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\omega_0^2 > \gamma^2$$

subamortiguado

$$\omega_0^2 = \gamma^2$$

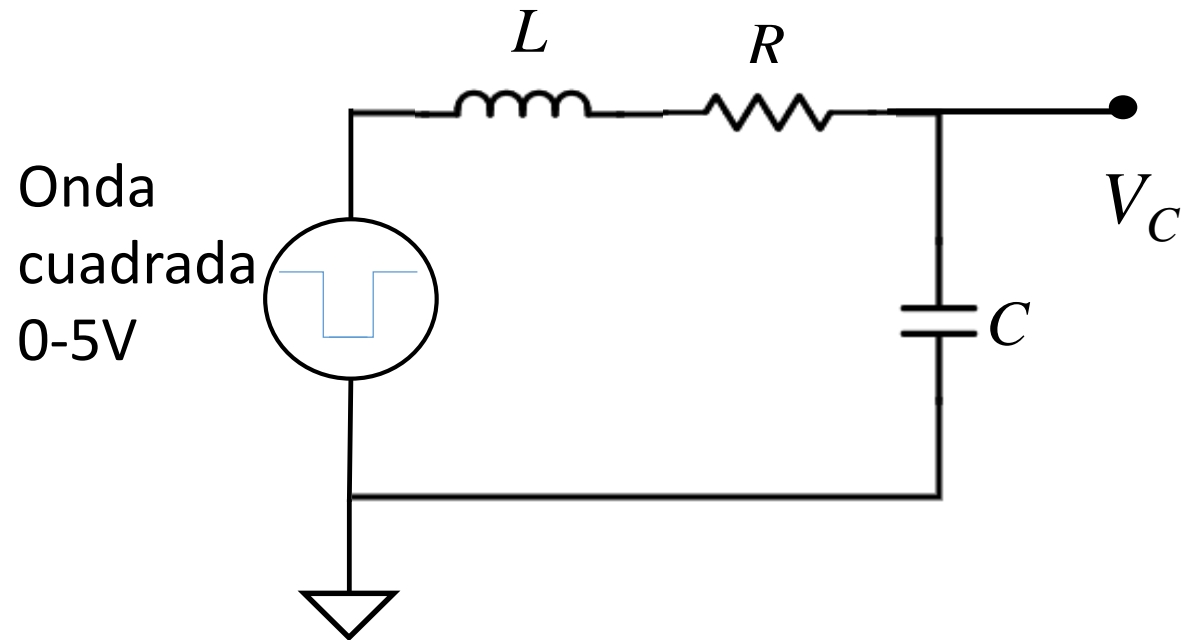
Amortiguado crítico

$$\omega_0^2 < \gamma^2$$

sobremortiguado

# Experimento propuesto

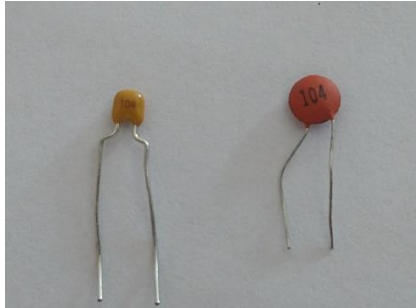
## Circuito RLC serie – transitorio eléctrico



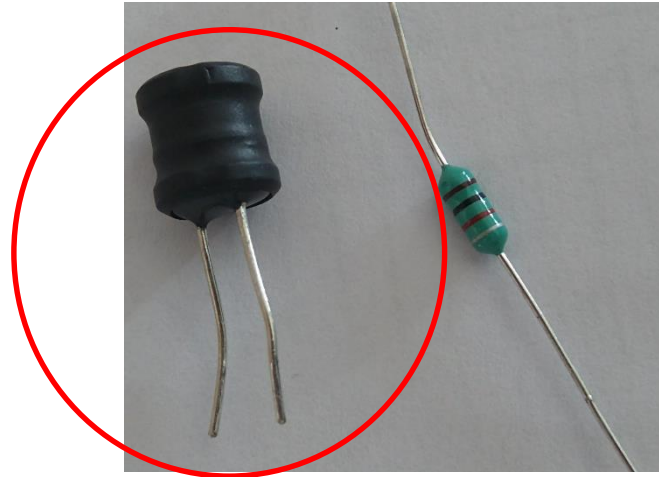


# Experimento Circuito RLC serie

## Componentes del circuito



Capacitor  
cerámico  
104 →  $10 \cdot 10^4 \text{ pF} = 100 \text{ nF}$



Inductancias



Capacitor de  
poliéster

**INDUCTOR COLOR GUIDE**  
Result Is In  $\mu\text{H}$

4-BAND-CODE → →  $270\mu\text{H} \pm 5\%$

COLOR	1st BAND	2nd BAND	MULTIPLIER	TOLERANCE
BLACK	0	0	1	$\pm 20\%$
BROWN	1	1	10	Military $\pm 1\%$
RED	2	2	100	Military $\pm 2\%$
ORANGE	3	3	1,000	Military $\pm 3\%$
YELLOW	4	4	10,000	Military $\pm 4\%$
GREEN	5	5		
BLUE	6	6		
VIOLET	7	7		
GREY	8	8		
WHITE	9	9		
NONE				Military $\pm 20\%$
GOLD			0.1 / Mil. Dec. Pt.	Both $\pm 5\%$
SILVER			0.01	Both $\pm 10\%$

Military Identifier → →  $6.8\mu\text{H} \pm 10\%$   
MILITARY CODE

**2A104J**

**tensión**

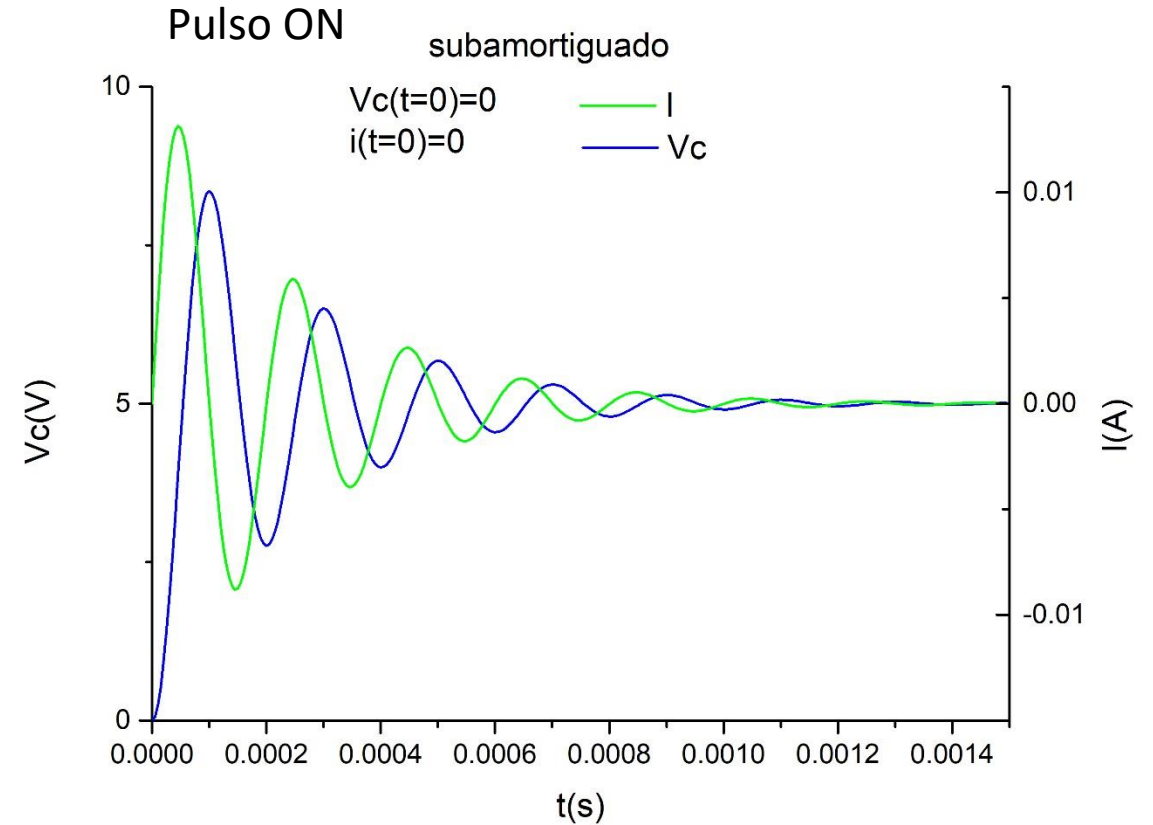
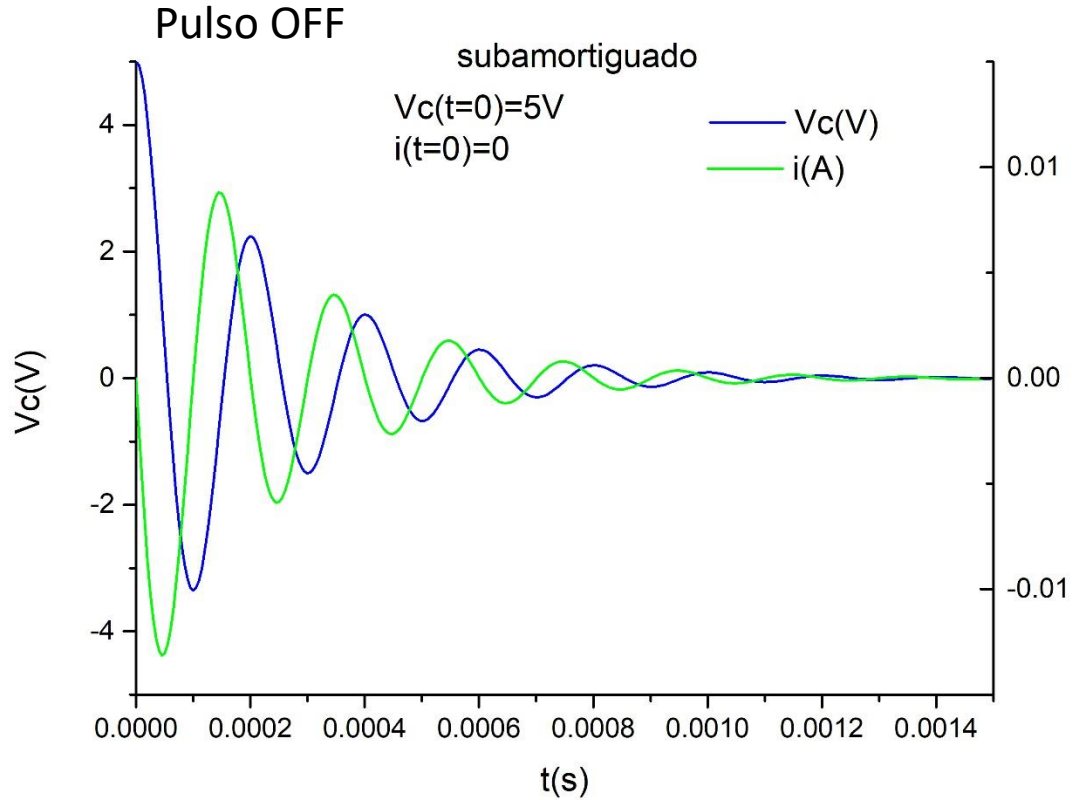
1H = 50V  
2A = 100V  
2D = 200V  
2E = 250V  
2G = 400V  
2J = 630V

**tolerancia**

B =  $\pm 0.10\text{pF}$   
C =  $\pm 0.25\text{pF}$   
D =  $\pm 0.5\text{pF}$   
E =  $\pm 0.5\%$   
F =  $\pm 1\%$   
G =  $\pm 2\%$   
H =  $\pm 3\%$   
J =  $\pm 5\%$   
K =  $\pm 10\%$   
M =  $\pm 20\%$   
N =  $\pm 30\%$   
P =  $+100\%, -0\%$   
Z =  $+80\%, -20\%$

WWW.INVENTABLE.EU

# Circuito RLC serie - Transitorio Subamortiguado



$$V_c(t) = V_0 e^{-\gamma t} \left( \cos \omega t + \frac{\gamma}{\omega} \sin \omega t \right)$$

$$i(t) = -\frac{V_0}{L\omega} e^{-\gamma t} \sin \omega t$$

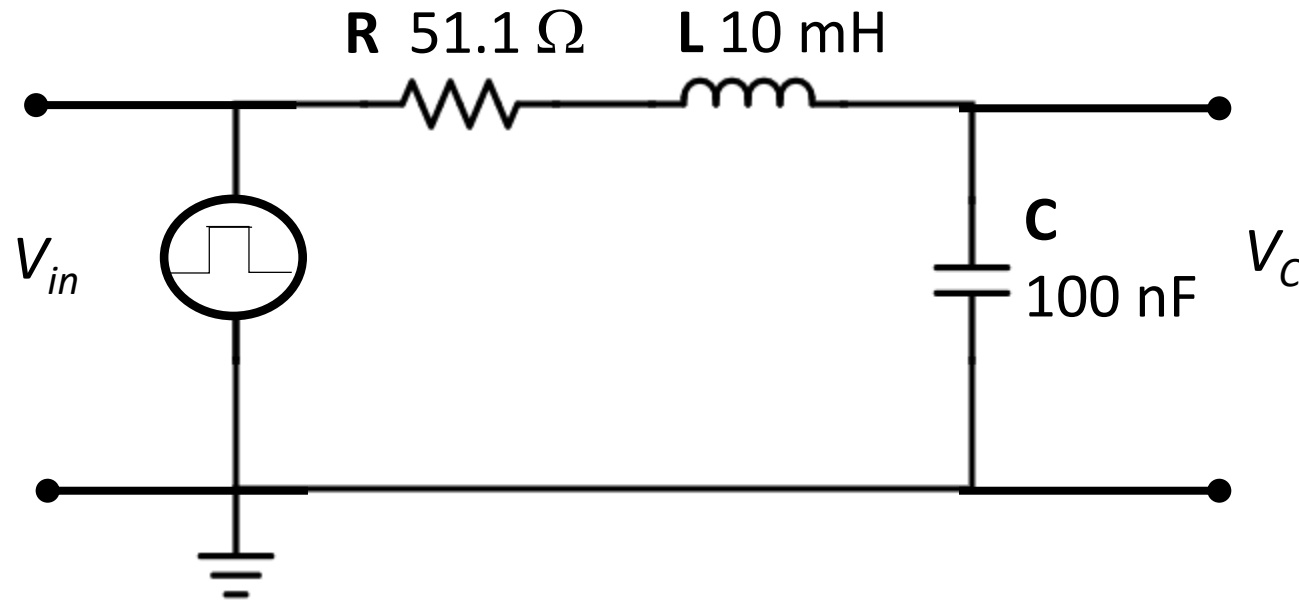
$$\gamma = \frac{R}{2L}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \gamma^2}$$

$$V_c(t) = V_0 \left( 1 - e^{-\gamma t} \left( \cos \omega t + \frac{\gamma}{\omega} \sin \omega t \right) \right)$$

$$i(t) = \frac{V_0}{L\omega} e^{-\gamma t} \sin \omega t$$

# Experimento Circuito RLC serie Transitorio Subamortiguado



Medir  $V_{in}$  y  $V_C$

$$V_1 = V_{in} \quad V_2 = V_C$$

A partir de la señal de  $V_C$  estimar

- Amplitud inicial
- Frecuencia de oscilación
- Decaimiento
- Valor medio de oscilación

# Adquisición y análisis de las mediciones RLC

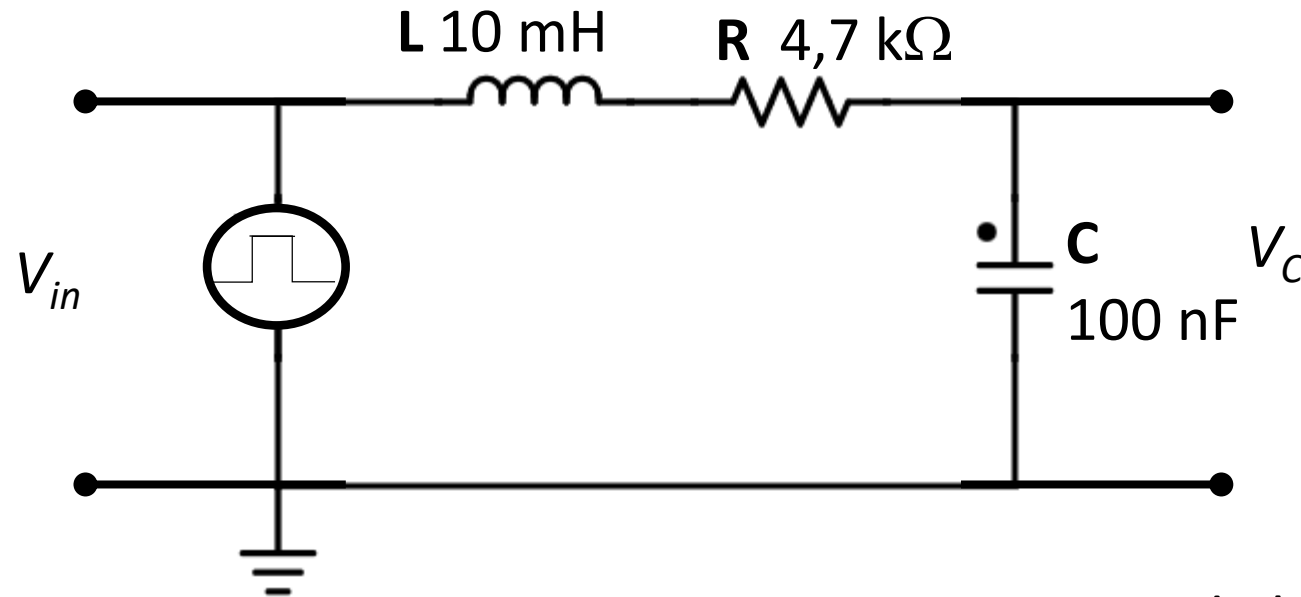
TBSadq.py

Permite obtener las mediciones con el osciloscopio. Nombrar los archivos

RLCsubamortiguado.py

Ajusta  $V_C$  en el ciclo ON

# Experimento Circuito RLC serie Transitorio Sobremortiguado

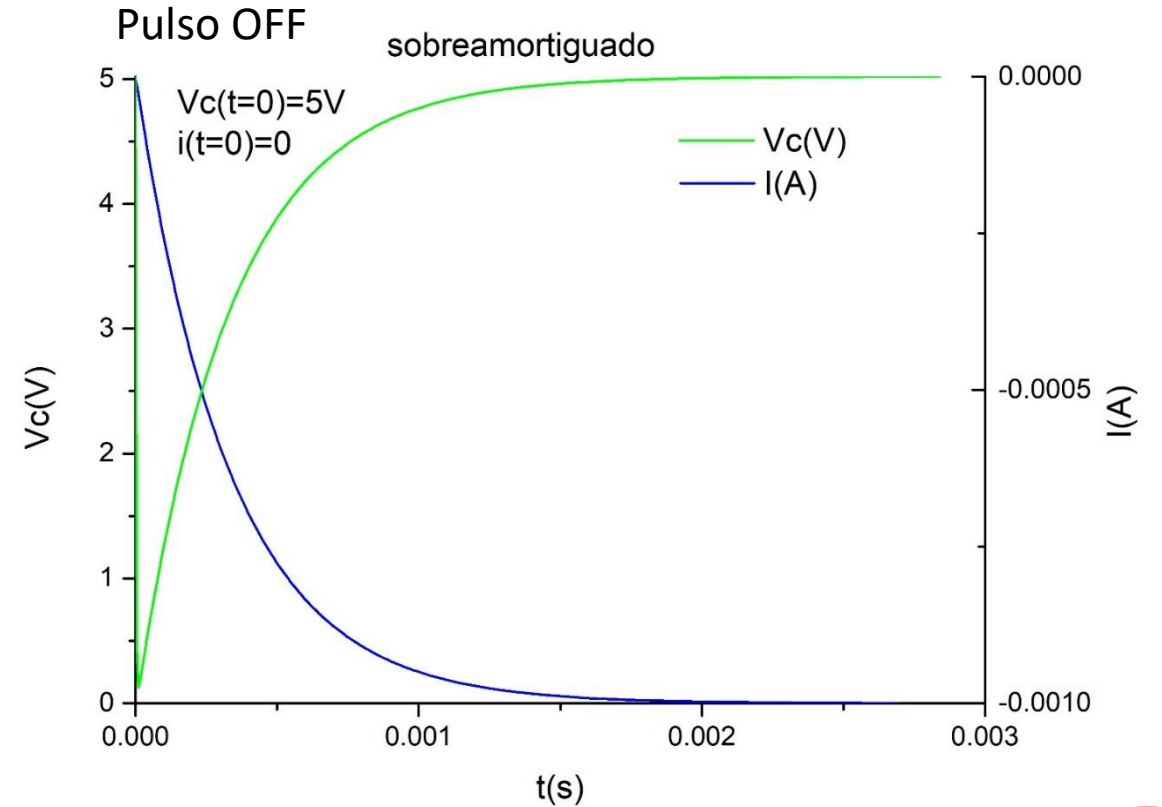
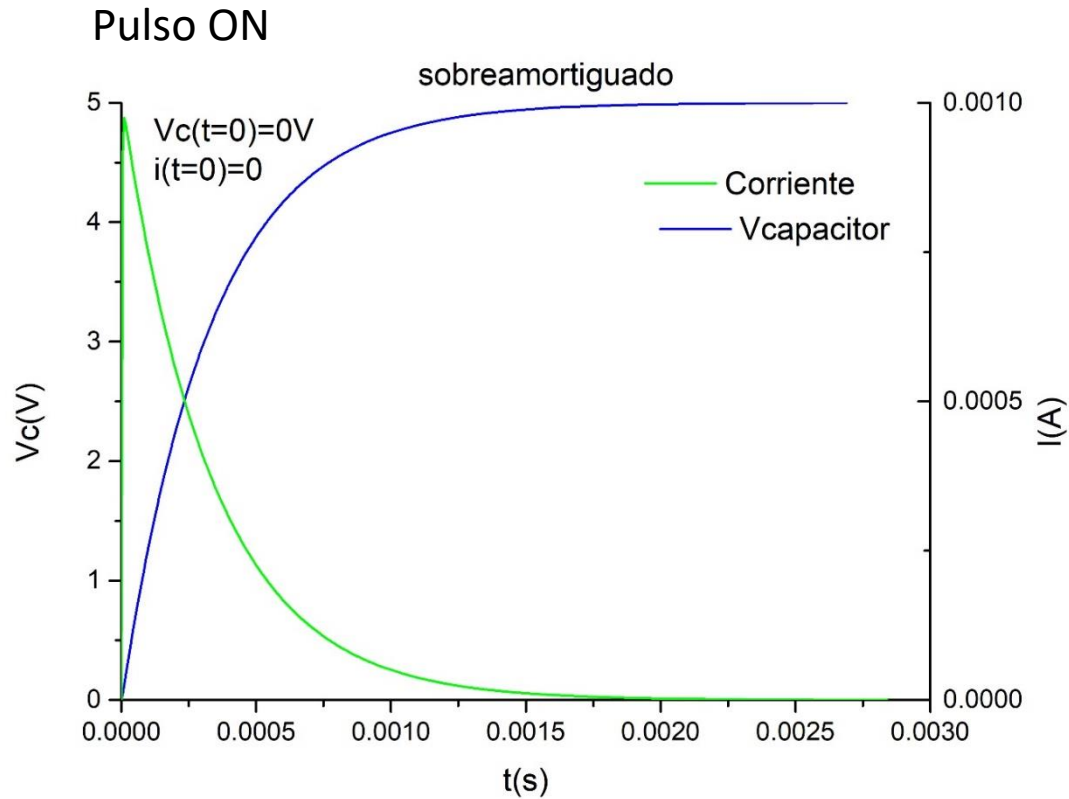


Medir  $V_{in}$  y  $V_C$

A partir de la señal de  $V_C$  estimar

- Amplitud inicial
- Tiempo característico de decaimiento

# Circuito RLC serie - Transitorio Sobreamortiguado



$$V_c(t) = V_0 \left( 1 - \frac{e^{-\gamma t}}{2\beta} \left( (-\gamma + \beta)e^{-\beta t} + (\gamma + \beta)e^{\beta t} \right) \right)$$

$$i(t) = \frac{V_0}{L\beta} e^{-\gamma t} \frac{(e^{\beta t} - e^{-\beta t})}{2}$$

$$\gamma = \frac{R}{2L}$$

$$\beta = \sqrt{\gamma^2 - \frac{1}{LC}}$$

$$V_c(t) = \frac{V_0}{2\beta} e^{-\gamma t} \left( (-\gamma + \beta)e^{-\beta t} + (\gamma + \beta)e^{\beta t} \right)$$

$$i(t) = -\frac{V_0}{L\beta} e^{-\gamma t} \frac{(e^{\beta t} - e^{-\beta t})}{2}$$

# Adquisición y análisis de las mediciones RLC

TBSadq.py

Permite obtener las mediciones con el osciloscopio. Nombrar los archivos

RLCsobrebamortiguado.py

Ajusta  $V_C$  en el ciclo ON

Se propone un modelo completo y un modelo simplificado

# RLCsobrebamortiguado.py

Cargamos el valor nominal de L y R para estimar los parámetros para el ajuste

Ajustamos  $V_c$  con un modelo aproximado

$$V_c = a * e^{-bt} + V_{final}$$

Ajuste con modelo completo, estimando los valores de los parámetros a partir del modelo aproximado y usando L y R

Calculamos R , L y C



# Punto de control – RLC serie transitorio

- Circuito **subamortiguado** medir V capacitor  
Obtener L y R a partir del ajuste  
Comparar con los valores nominales
  
- Circuito **sobreamortiguado**, medir V capacitor  
Comparar modelo aproximado con modelo completo  
Obtener C, L y R a partir del ajuste  
Comparar con los valores nominales

RLC Sobreamortiguado

