

MEDICIONES DE Circuito RC - RL - RLC Respuesta transitoria



LABORATORIO 3
1er cuatrimestre 2023

Fenómenos Transitorios Eléctricos

ESTACIONARIO



TRANSITORIO



ESTACIONARIO

- Proceso muy general → se lo encuentra en muchos fenómenos / áreas de la física:
→ determina la existencia de un tiempo característico y de una amplitud de la señal “perturbada”.
→ frecuencias características (ondas estacionarias)

SONIDO

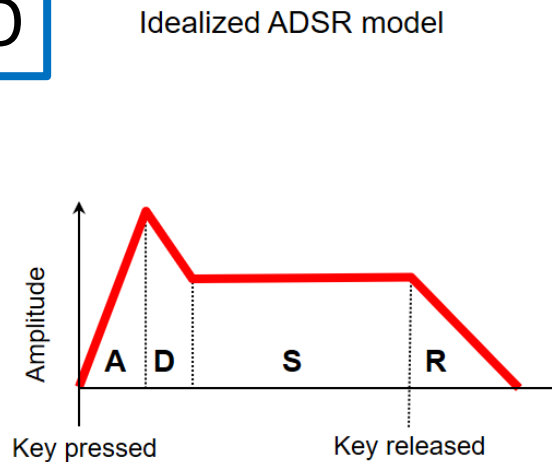
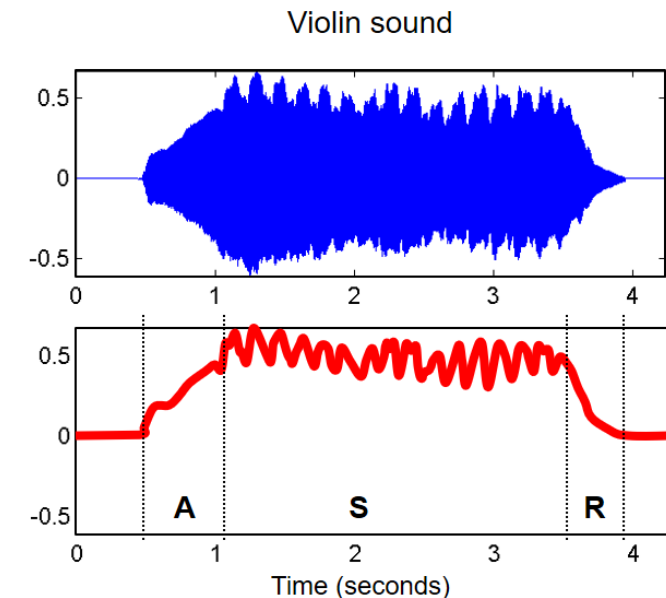
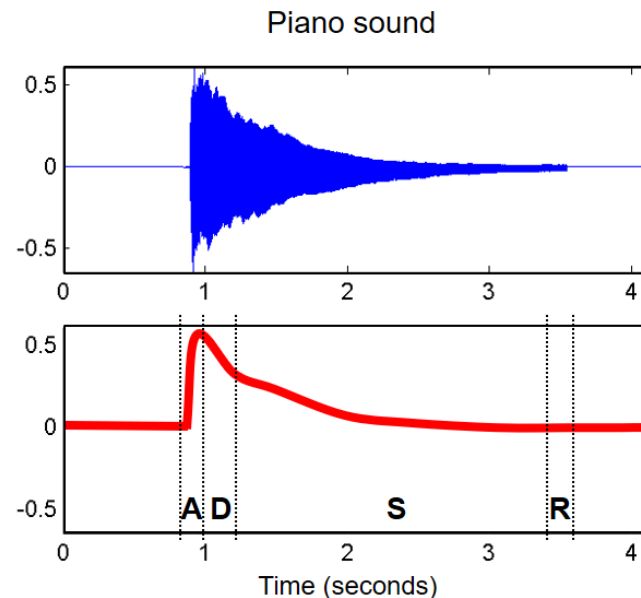


Figure 1.22b and Figure 1.23
from [Müller, FMP, Springer 2015]



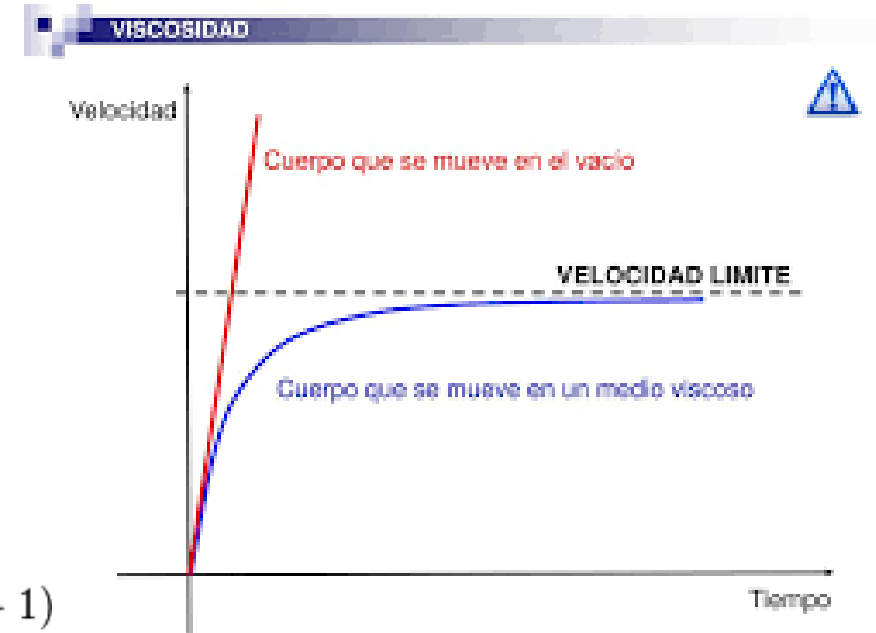
Fenómenos Transitorios

Caída libre (en medio viscoso)

$$\ddot{y} - b = 0 \quad (\text{sin rozamiento})$$

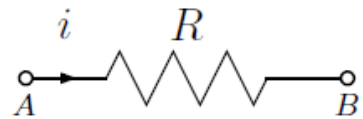
$$\ddot{y} + a\dot{y} - b = 0$$

$$\begin{cases} v_y = v_0 e^{-k_w t/m} + \frac{mg}{k_w} (e^{-k_w t/m} - 1) \\ y = h_0 - \frac{mgt}{k_w} + m \left(\frac{mg + k_w v_0}{k_w^2} \right) (e^{-k_w t/m} - 1) \end{cases}$$

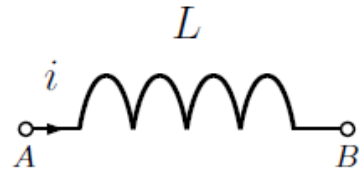


Transitorios Eléctricos: el circuito RC serie

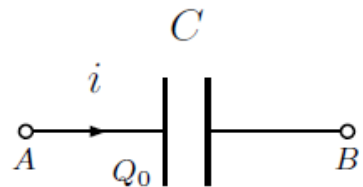
Resistencia (R)- Inductancia (L) – Capacitancia (C)



$$\Delta V_R \equiv V_B - V_A = -i R$$

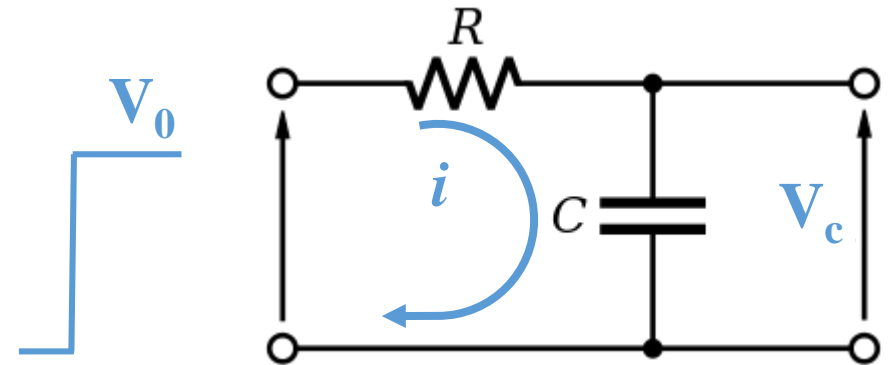


$$\Delta V_L \equiv V_B - V_A = -L di/dt$$



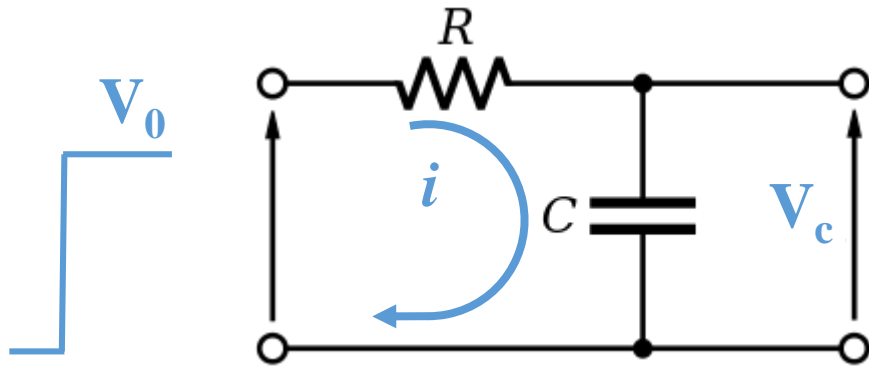
$$\Delta V_C \equiv V_B - V_A = -\frac{Q_0}{C} = -\frac{1}{C} \int i dt$$

$V(t \leq 0) = 0$. Qué pasa al aplicar V_0 ($t > 0$)?



El circuito RC serie

El enfoque experimental

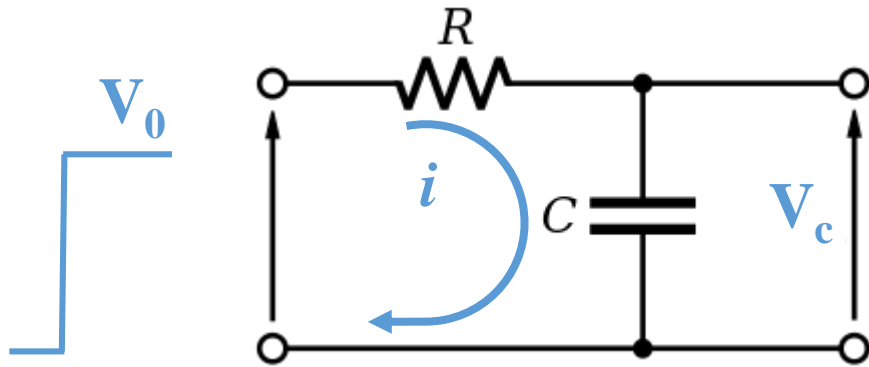


PREGUNTAR
OBSERVAR

- Habrá un tiempo característico?*
- La i , V_R , V_C alcanzarán un estado estacionario?*
- Cómo evolucionarán $i(t)$ y $V_c(t)$?*
- Diseño del experimento*

El circuito RC serie

El enfoque teórico



Ecuación diferencial ordinaria, lineal, homogénea de orden 1

$$i(t) = A e^{Bt} \quad \frac{di}{dt}(t) = AB e^{Bt} = B i(t)$$

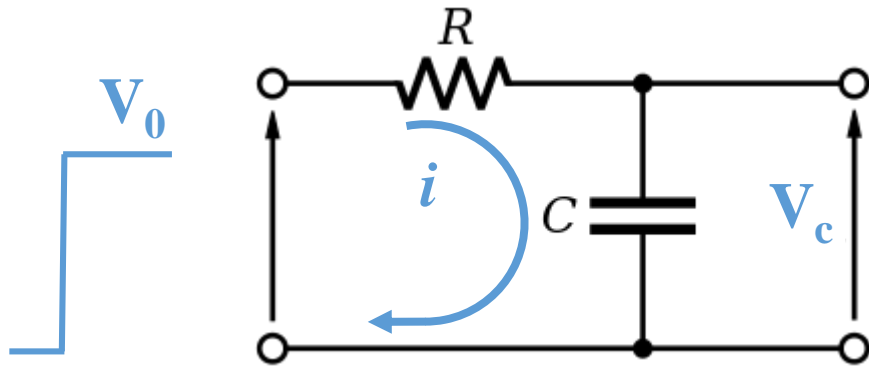
$$(RCB + 1)e^{Bt} = 0 \rightarrow B = -\frac{1}{RC}$$

MODELIZAR
ANALIZAR

$$V_0 = i R + \frac{1}{C} \int_0^t i dt' + V_C(0) \quad t > 0$$
$$0 = R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i \quad t > 0$$

El circuito RC serie

El enfoque teórico



Ecuación diferencial ordinaria, lineal, homogénea de orden 1

$$i(t) = A e^{Bt} \quad \frac{di}{dt}(t) = AB e^{Bt} = B i(t)$$

$$(RCB + 1)e^{Bt} = 0 \rightarrow B = -\frac{1}{RC}$$



MODELIZAR
ANALIZAR

$$V_0 = iR + \frac{1}{C} \int_0^t i dt' + V_C(0) \quad t > 0$$

$$0 = R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i \quad t > 0$$

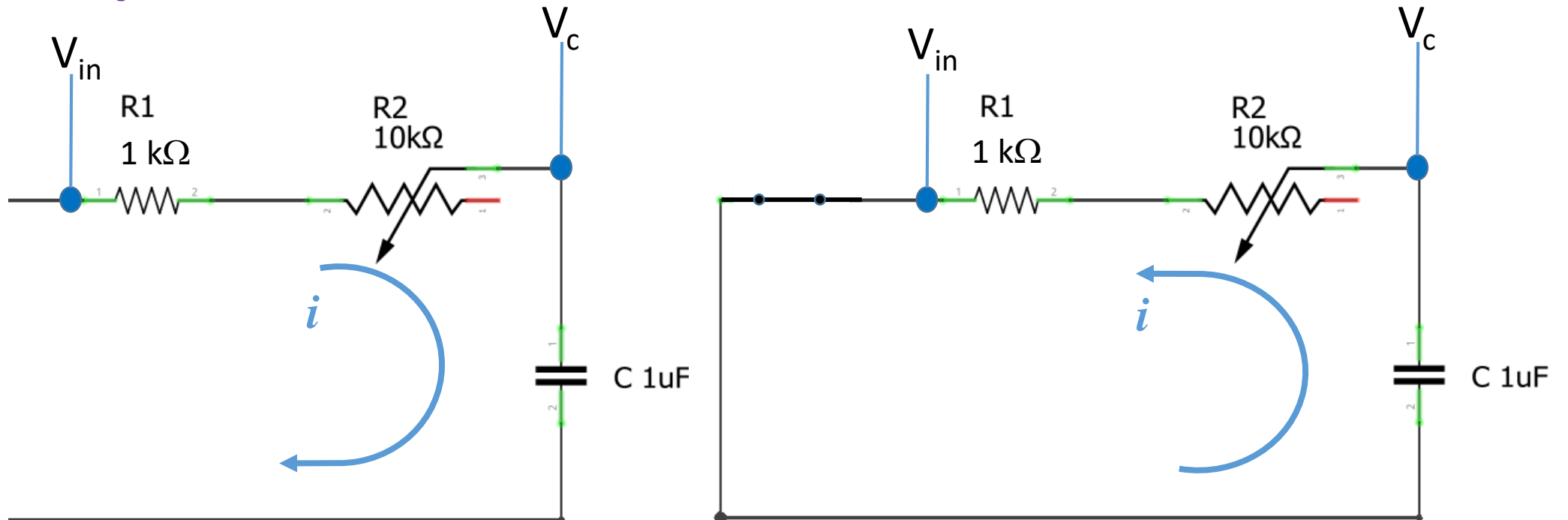
$$i(0) = \frac{V_0 - V_C(0)}{R}$$

$$i(t) = \frac{V_0 - V_C(0)}{R} e^{-t/RC}$$

$$V_C(t) = V_C(0) + [V_0 - V_C(0)] (1 - e^{-t/RC})$$

El circuito RC serie: estudio experimental

Diseño del experimento: Medir t , Medir $i(t)$, medir $V(t)$ / variar $R1+R2$

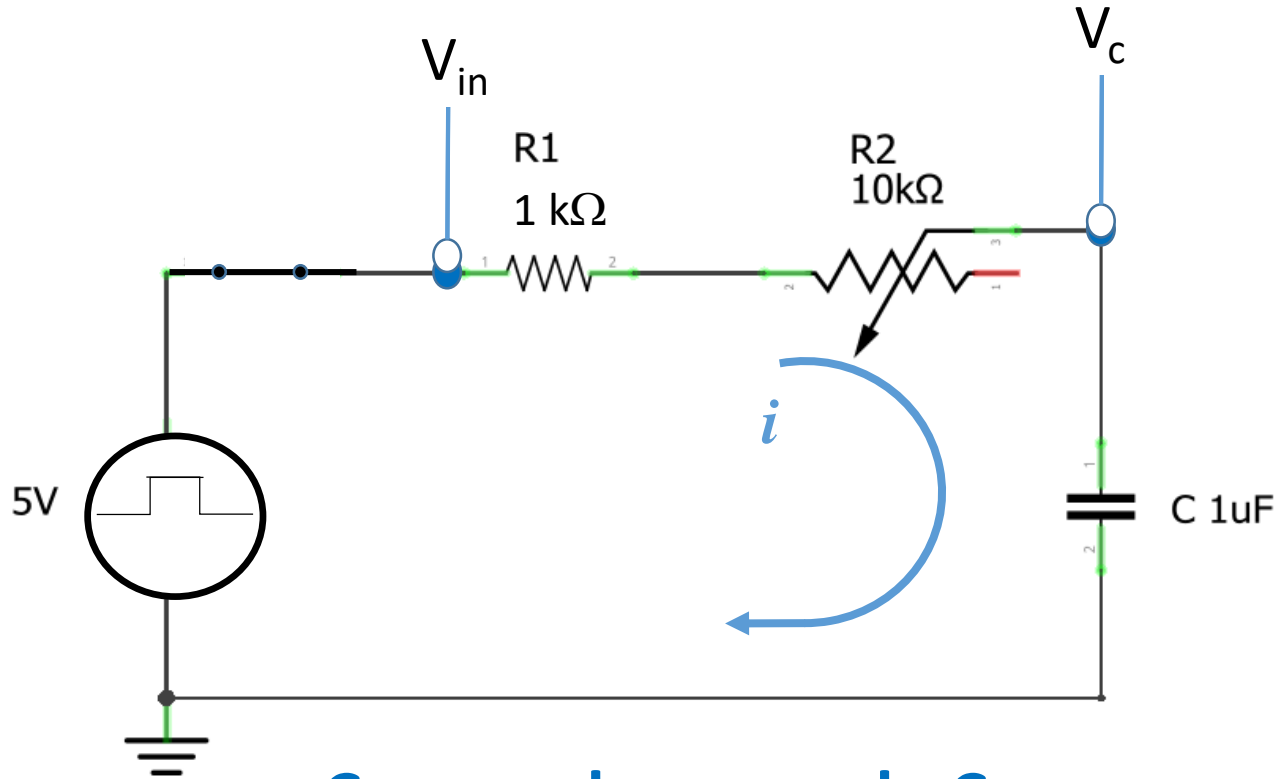


**Carga de C a
través de R1+R2**

**Descarga de C a
través de R1+R2**

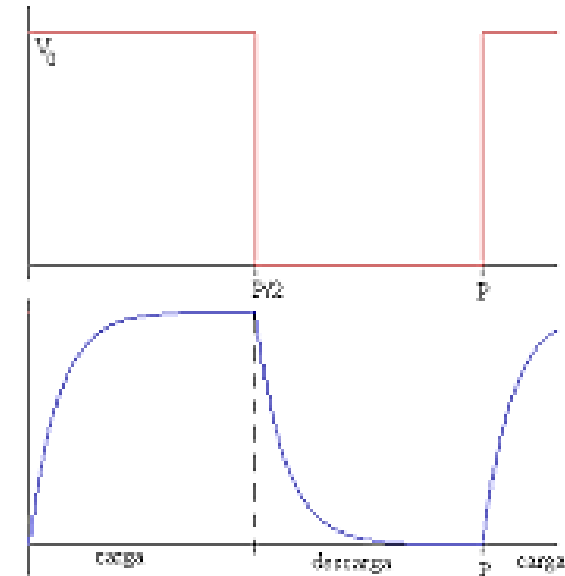
El circuito RC serie: estudio experimental

Diseño del experimento: Medir $V_{in}(t)$, medir $V_C(t)$ / variar $R1+R2$



Carga y descarga de C a través de $R1+R2$

$$i = (V_{in} - V_C) / (R1 + R2); \left[\frac{\Delta i}{i} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta R}{R} \right]$$

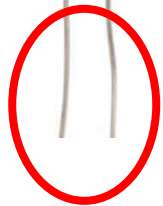


Tiempo de medición > Tiempo característico (τ)

El circuito RC serie: estudio experimental

Recordar la nomenclatura para la selección de los condensadores

Electrolítico

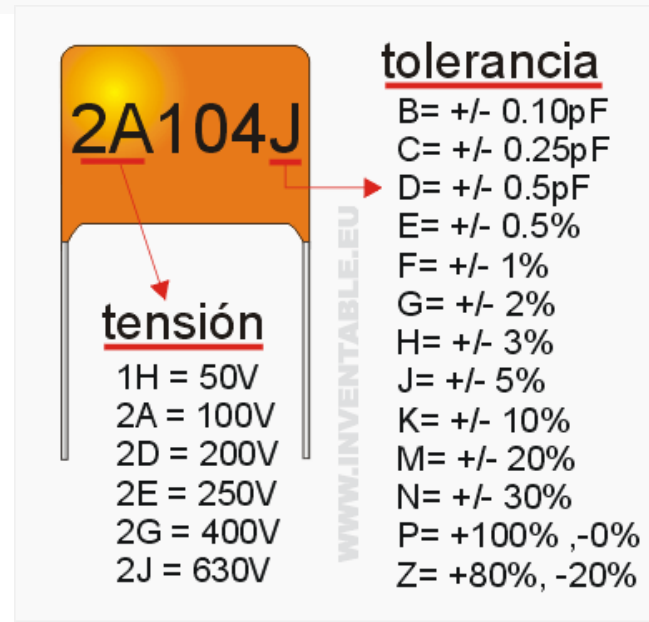


Poliéster



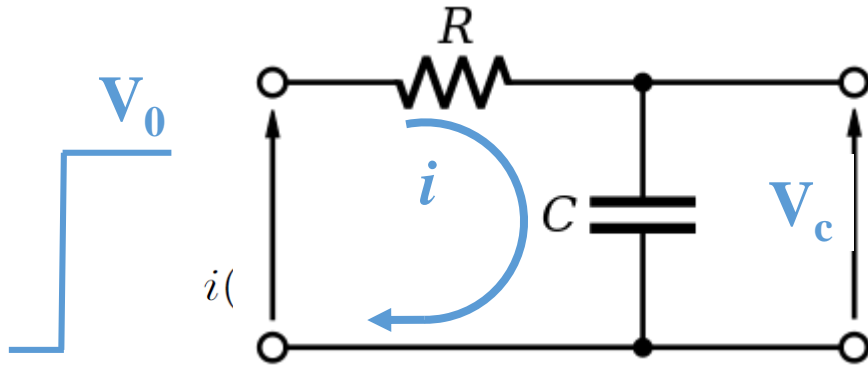
Cerámico

$$\begin{array}{c} 104 = 10 \times 10^4 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 10 \quad 0000 \quad \text{pF} \end{array}$$



Respetar la polaridad de los "electrolíticos"

Análisis del "semi-ciclo"



$$i(t) = \frac{V_0 - V_C(0)}{R} e^{-t/RC}$$

$$V_C(t) = V_C(0) + [V_0 - V_C(0)] (1 - e^{-t/RC})$$

Carga: $V_C(0)=0$

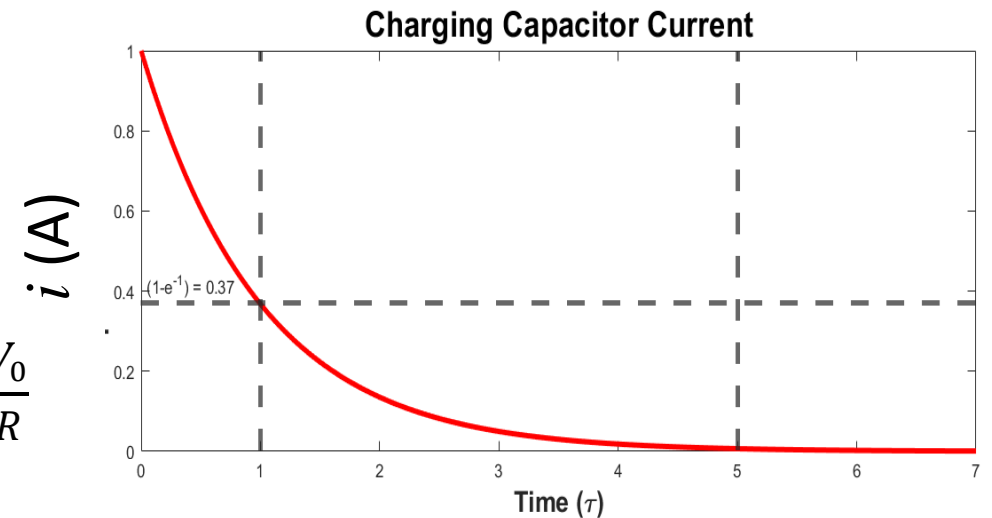
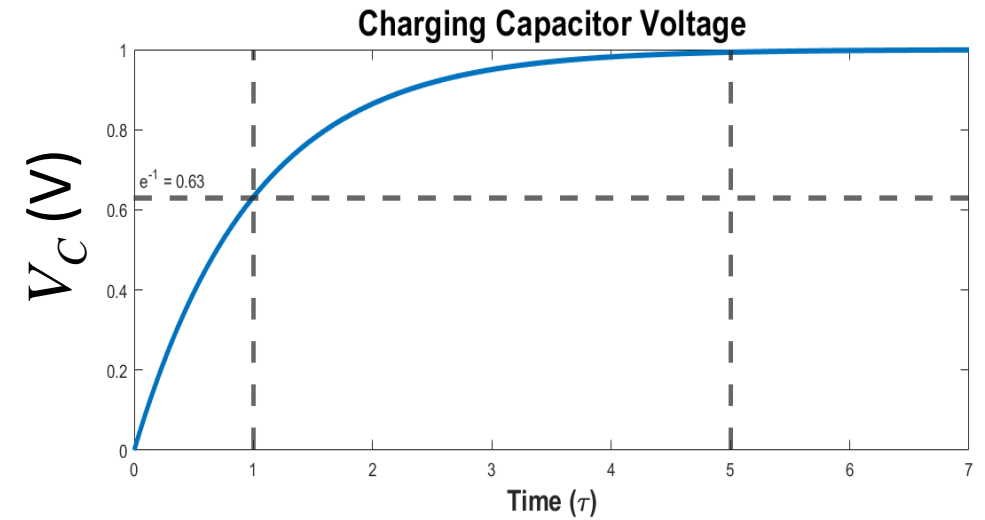
$$V_C = V_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}), \quad i(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Para $t = \tau$

$$V_C = V_0(1 - e^{-1}) = 0,63 * V_0 \quad i = \frac{V_0}{R} e^{-1} = 0,37 * \frac{V_0}{R}$$

Descarga: $V_0=0$
 $V_C(0)=V_0$

$$V_C = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad i(t) = \frac{-V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$



Adquisición y análisis de las mediciones RC

TBSadq.py /
Open Choice

Permite obtener las mediciones con el osciloscopio.
Nombrar los archivos con el valor de la resistencia

Rctransitorio.py

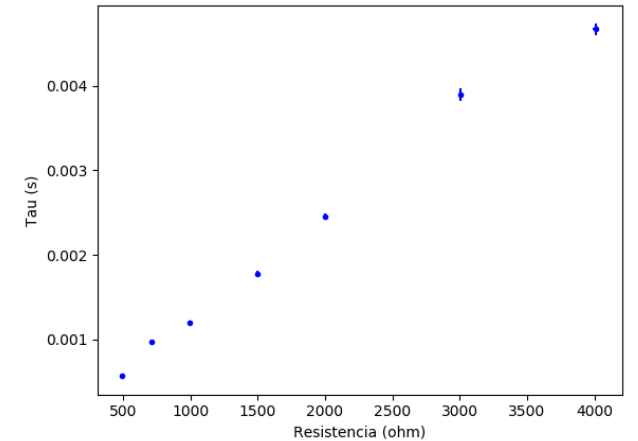
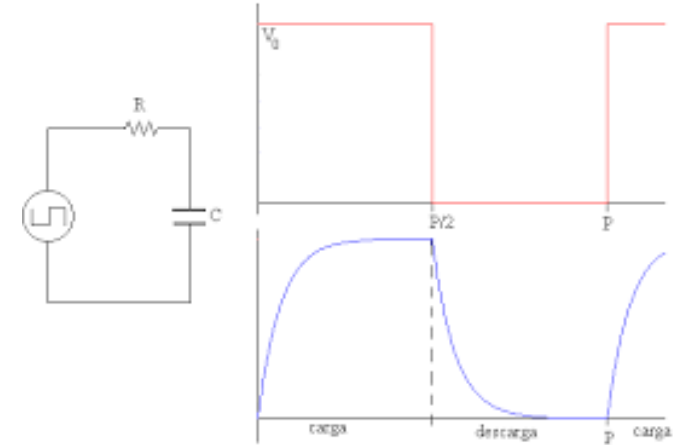
Para cada señal ajusta el ciclo de carga del capacitor. Se obtiene el tiempo característico vs resistencia

AjusteRC.py

Se utiliza para ajustar tiempo característico vs resistencia, se obtiene el valor de C

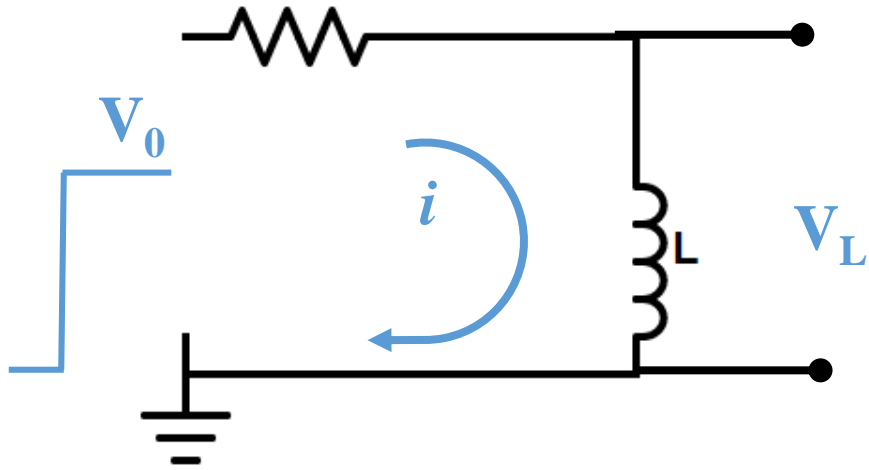
Transitorios RC: puntos de control

1. Trabajar sistemáticamente evitando cometer errores en las conexiones
2. Obtener ciclos de carga y descarga COMPLETOS
3. Lograr ajustes adecuados de $V_c(t)$ e $i(t)$ de los cuales extraigan el tiempo característico para cada R (y $C=1 \mu\text{F}$)
4. Comprobar la linealidad entre τ y R \rightarrow determinar C
6. Verificar las incertezas consideradas en todos los casos



El circuito RL serie

El enfoque teórico



MODELIZAR
ANALIZAR

$$V_0 = i R + L \frac{di}{dt}$$
$$V_L = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

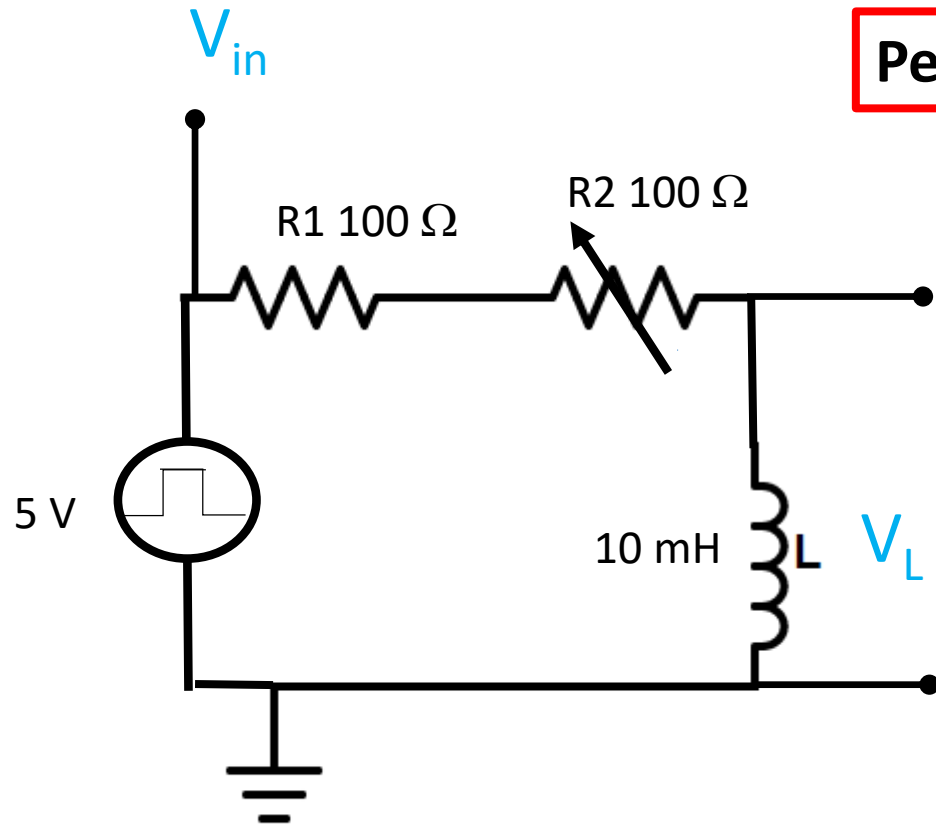
$$i(t) = \frac{V_0}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Ecuación diferencial ordinaria, lineal, homogénea de orden 1

ON $V_f = V_0$ $i(0) = 0$ $V_L = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ $i(t) = \frac{V_0}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

OFF: $V_f = 0$ $i(0) = V_0/R$ $V_L = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$, $i(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$

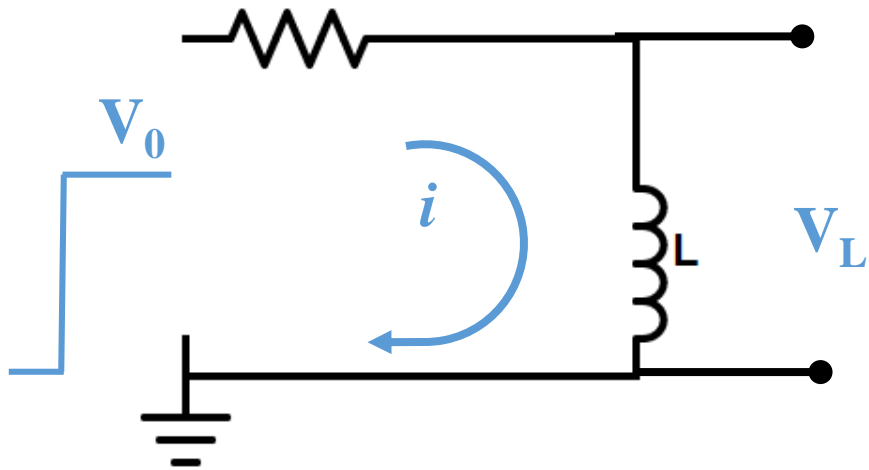
El circuito RL serie: estudio experimental



Periodo de señal cuadrada > Tiempo característico (τ)

Caída de tensión de L para circuito serie con R1+R2

Análisis del “semi-ciclo”



ON $V_f = V_0$ $i(0)=0$

$$V_L(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

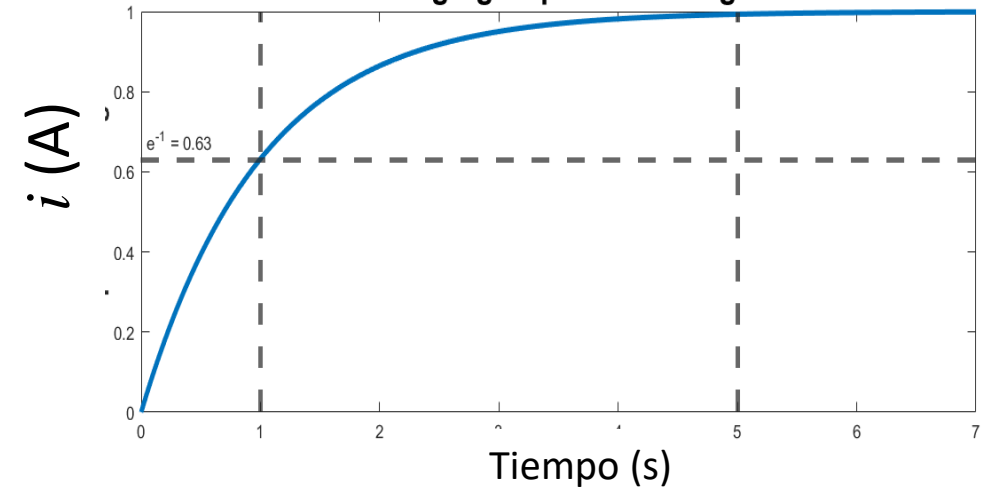
$$i(t) = \frac{V_0}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Para $t = \tau$

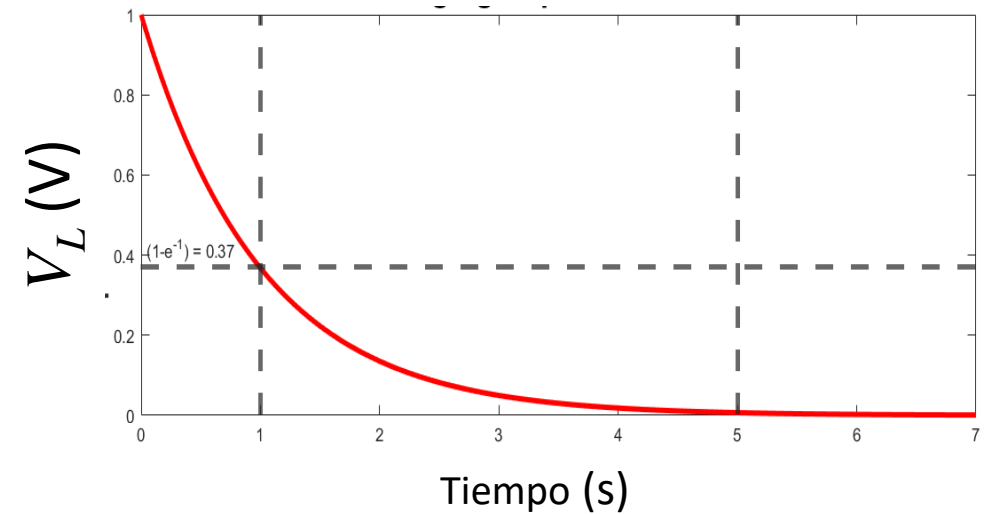
$$V_L = V_0 e^{-1} = 0,37 * V_0$$

$$i = \frac{V_0}{R} (1 - e^{-1}) = 0,63 * \frac{V_0}{R}$$

Caída de tensión sobre la bobina



Corriente sobre la bobina



Adquisición y análisis de las mediciones RL

TBSadq.py /
Open Choice

Permite obtener las mediciones con el osciloscopio.
Nombrar los archivos con el valor de la resistencia

RLtransitorio.py

Para cada señal ajusta la caída de tensión sobre la bobina y la corriente.
Se obtiene el tiempo característico vs resistencia

Modificar AjusteRC.py

Utilizar para ajustar tiempo característico vs resistencia, obtener el valor de L

Transitorios RL: puntos de control

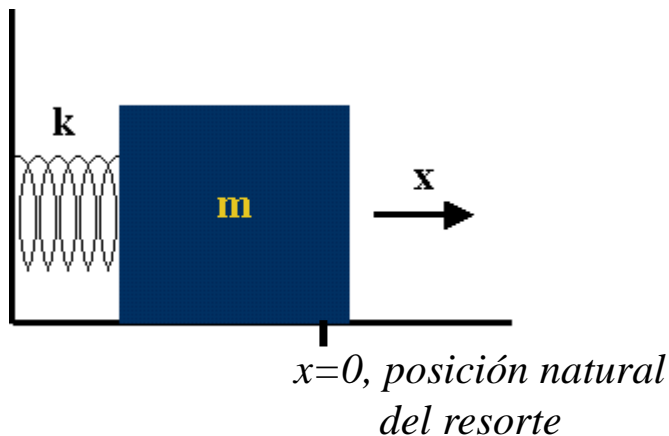
1. Obtener ciclos ON y OFF COMPLETOS
2. Lograr ajustes adecuados de $V_L(t)$ e $i(t)$ de los cuales extraigan el tiempo característico para cada L (y $C=1 \mu\text{F}$)
3. Comprobar la linealidad entre τ y $1/R \rightarrow$ determinar L
6. Verificar las incertezas consideradas en todos los casos

Transitorios Eléctricos: el circuito RLC serie

Oscilador armónico simple

Resorte

$$x(0) = x_M \quad v(0) = 0$$



Frecuencia natural de oscilación

$$m \ddot{x} = -kx$$

$$x = x_M \cos(\omega_0 t)$$

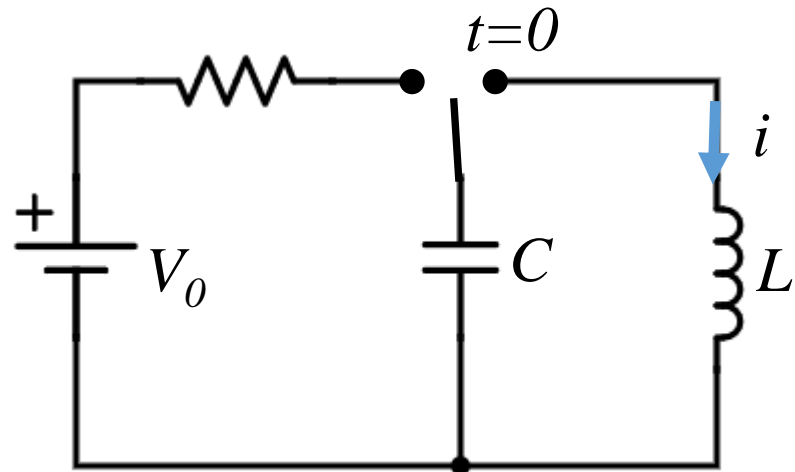
$$\omega_0 = \sqrt{k/m}$$

$$E_{mec} = E_{cin} + E_{res} = cte.$$

$$E_{mec} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = cte.$$

Oscilador armónico simple

Circuito LC



$$i(t=0)=0$$

$$V_C(t=0)=V_0$$

Frecuencia natural de oscilación

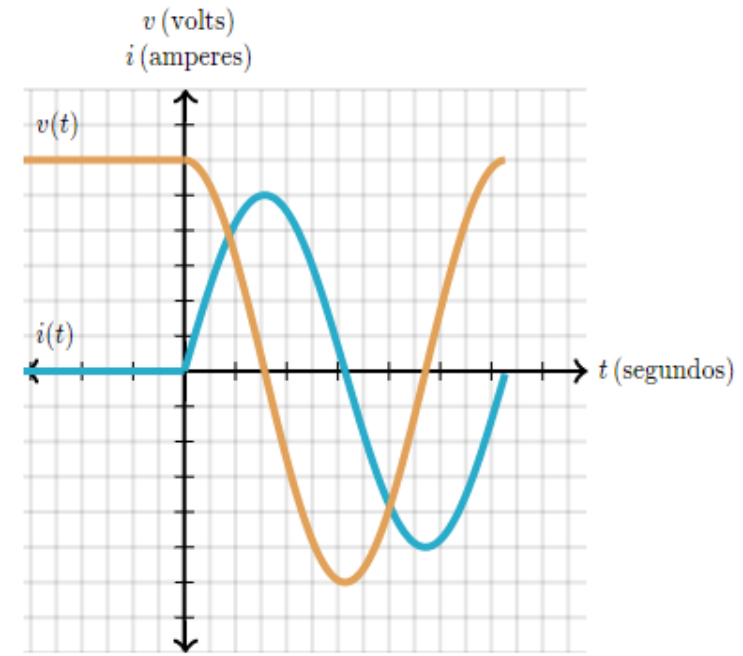
$$\omega_0 = \sqrt{1/LC}$$

$$E = E_C + E_L = cte.$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2 = cte.$$

$$L \frac{di}{dt} + V_C = 0 \rightarrow L\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0$$

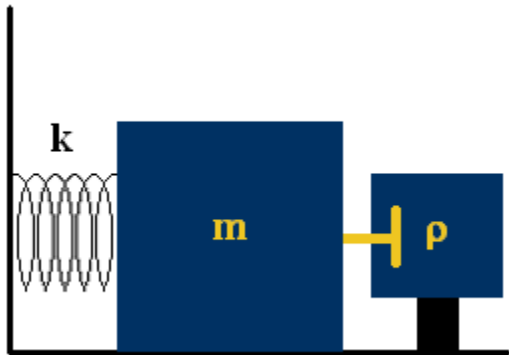
$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \delta)$$



Oscilador armónico amortiguado

Resorte amortiguado

$$m\ddot{x} = -kx - \rho\dot{x}$$



$$\ddot{x} + \frac{\rho}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2x = 0$$

$$x = A_1e^{\lambda_1 t} + A_2e^{\lambda_2 t}$$

$$\lambda_{1,2} = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$$

Casos de amortiguamiento

$$\omega_0^2 > \gamma^2$$

subamortiguado

$$\omega_0^2 = \gamma^2$$

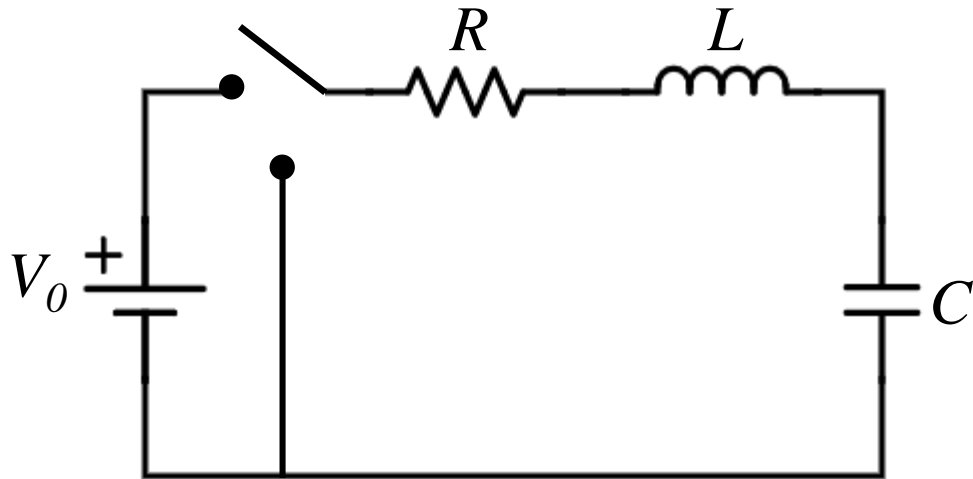
Amortiguado
crítico

$$\omega_0^2 < \gamma^2$$

sobremortiguado

Oscilador armónico amortiguado

Circuito RLC serie – transitorio eléctrico



$$\gamma = \frac{R}{2L}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$V_0 = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} q(t)$$

$$V_0 = R\dot{q} + L\ddot{q} + \frac{1}{C} q$$

$$\frac{V_0}{L} = \ddot{q} + 2\frac{R}{2L}\dot{q} + \frac{1}{LC} q$$

Condiciones iniciales

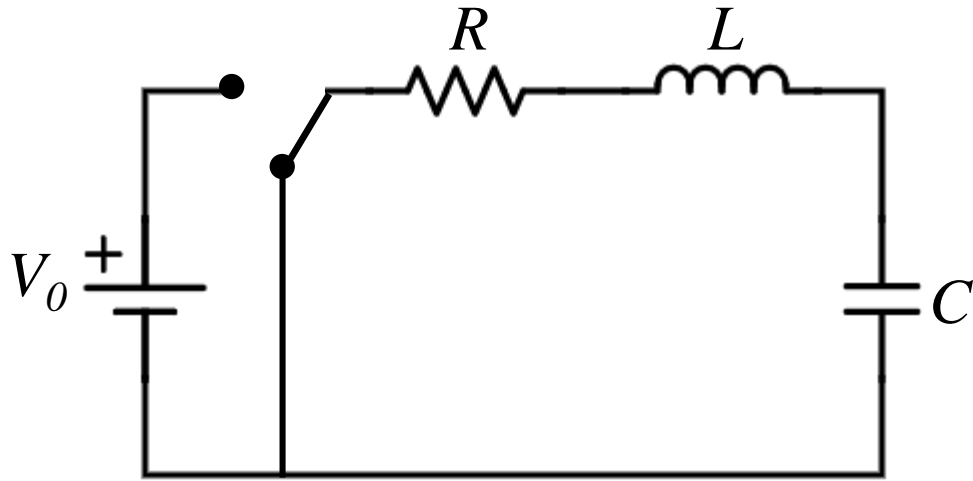
$$q(t = 0) = 0$$

$$\dot{q}(t = 0) = i(t = 0) = 0$$

Solución particular

$$q_p(t) = V_0 C$$

Circuito RLC serie – transitorio eléctrico



$$0 = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} q(t)$$

$$0 = R\dot{q} + L\ddot{q} + \frac{1}{C} q$$

$$0 = \ddot{q} + 2\frac{R}{2L}\dot{q} + \frac{1}{LC} q$$

Condiciones iniciales

$$q(t = 0) = V_0 C$$

$$\dot{q}(t = 0) = i(t = 0) = 0$$

$$\gamma = \frac{R}{2L}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\omega_0^2 > \gamma^2$$

subamortiguado

$$\omega_0^2 = \gamma^2$$

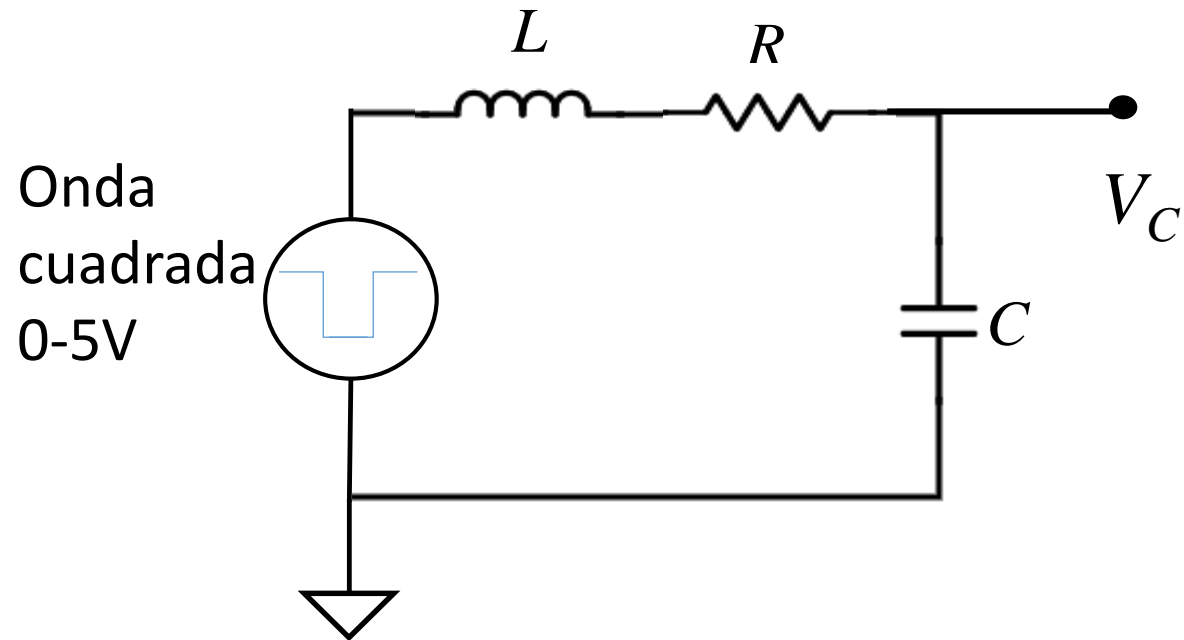
Amortiguado crítico

$$\omega_0^2 < \gamma^2$$

sobremortiguado

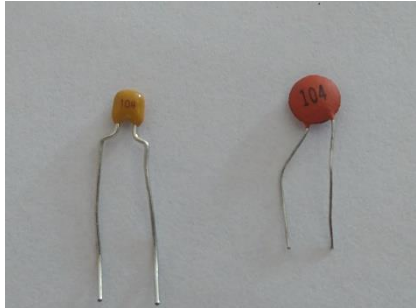
Experimento propuesto

Circuito RLC serie – transitorio eléctrico

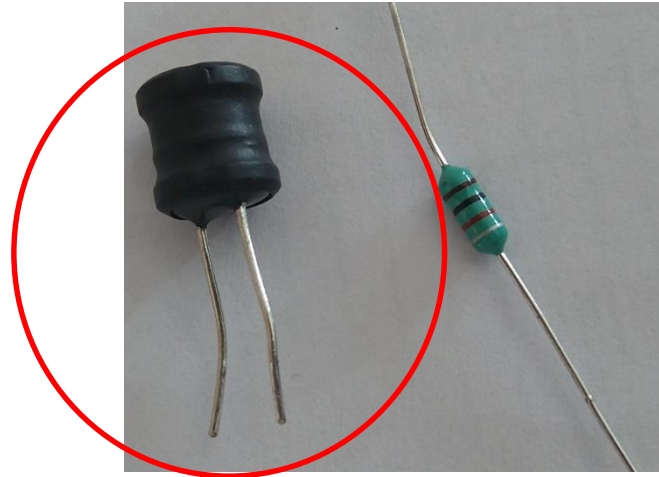


Experimento Circuito RLC serie

Componentes del circuito



Capacitor
cerámico
104 → $10 \cdot 10^4 \text{ pF} = 100 \text{ nF}$



Inductancias



Capacitor de
poliéster

INDUCTOR COLOR GUIDE
Result Is In μH

4-BAND-CODE → → $270\mu\text{H} \pm 5\%$

COLOR	1st BAND	2nd BAND	MULTIPLIER	TOLERANCE
BLACK	0	0	1	$\pm 20\%$
BROWN	1	1	10	Military $\pm 1\%$
RED	2	2	100	Military $\pm 2\%$
ORANGE	3	3	1,000	Military $\pm 3\%$
YELLOW	4	4	10,000	Military $\pm 4\%$
GREEN	5	5		
BLUE	6	6		
VIOLET	7	7		
GREY	8	8		
WHITE	9	9		
NONE				Military $\pm 20\%$
GOLD			0.1 / Mil. Dec. Pt.	Both $\pm 5\%$
SILVER			0.01	Both $\pm 10\%$

Military Identifier → → $6.8\mu\text{H} \pm 10\%$
MILITARY CODE

2A104J

tensión

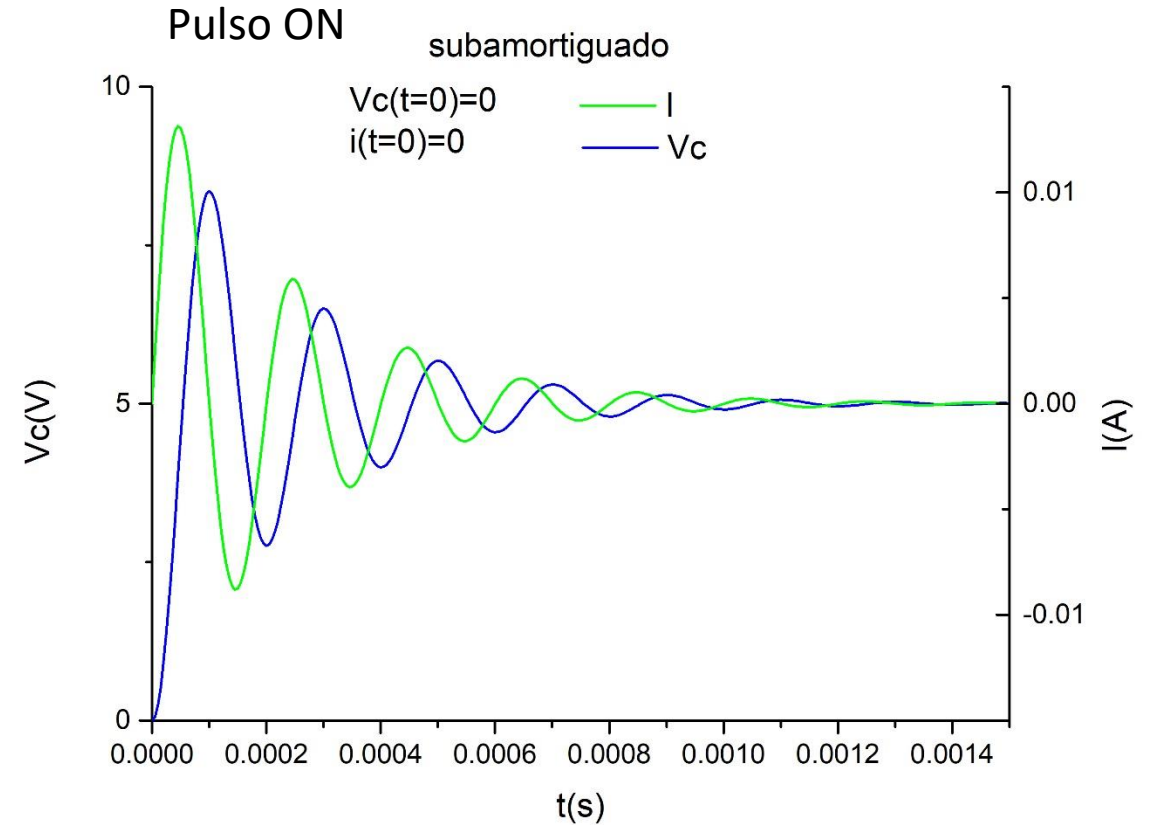
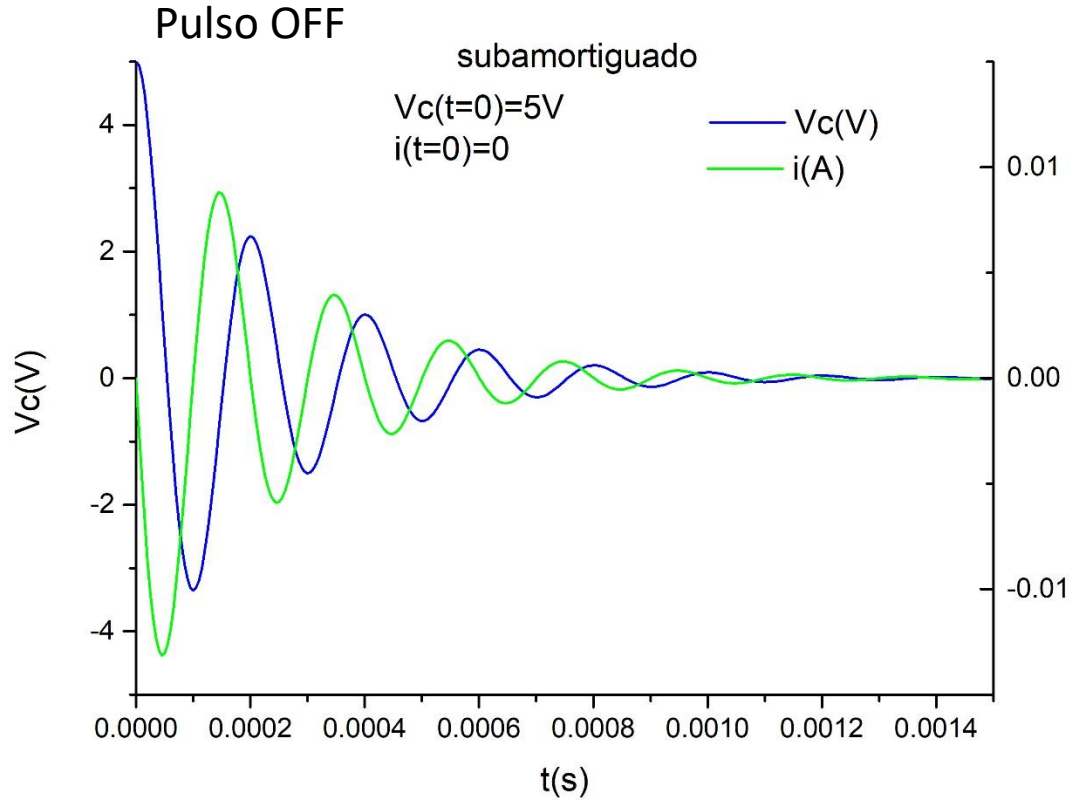
1H = 50V
2A = 100V
2D = 200V
2E = 250V
2G = 400V
2J = 630V

tolerancia

B = $\pm 0.10\text{pF}$
C = $\pm 0.25\text{pF}$
D = $\pm 0.5\text{pF}$
E = $\pm 0.5\%$
F = $\pm 1\%$
G = $\pm 2\%$
H = $\pm 3\%$
J = $\pm 5\%$
K = $\pm 10\%$
M = $\pm 20\%$
N = $\pm 30\%$
P = $+100\%, -0\%$
Z = $+80\%, -20\%$

WWW.INVENTABLE.EU

Circuito RLC serie - Transitorio Subamortiguado



$$V_c(t) = V_0 e^{-\gamma t} \left(\cos \omega t + \frac{\gamma}{\omega} \sin \omega t \right)$$

$$i(t) = -\frac{V_0}{L\omega} e^{-\gamma t} \sin \omega t$$

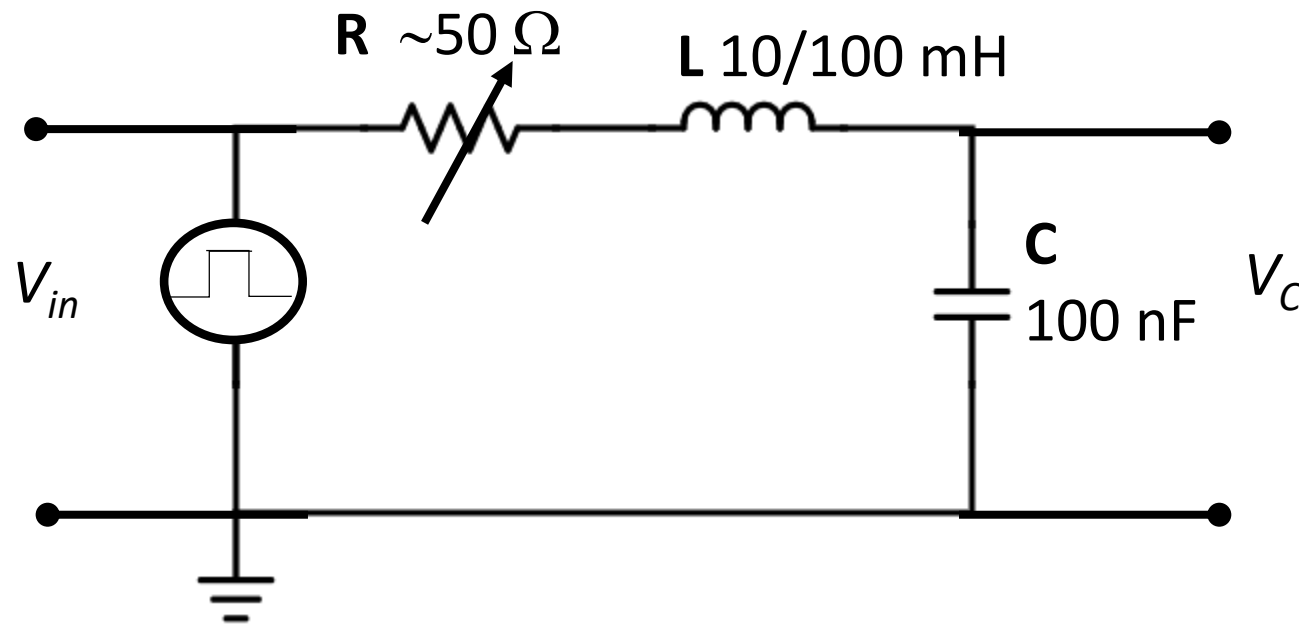
$$\gamma = \frac{R}{2L}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \gamma^2}$$

$$V_c(t) = V_0 \left(1 - e^{-\gamma t} \left(\cos \omega t + \frac{\gamma}{\omega} \sin \omega t \right) \right)$$

$$i(t) = \frac{V_0}{L\omega} e^{-\gamma t} \sin \omega t$$

Experimento Circuito RLC serie Transitorio Subamortiguado



Medir V_{in} y V_C

$$V_1 = V_{in} \quad V_2 = V_C$$

A partir de la señal de V_C estimar

- Amplitud inicial
- Frecuencia de oscilación
- Decaimiento
- Valor medio de oscilación

Adquisición y análisis de las mediciones RLC

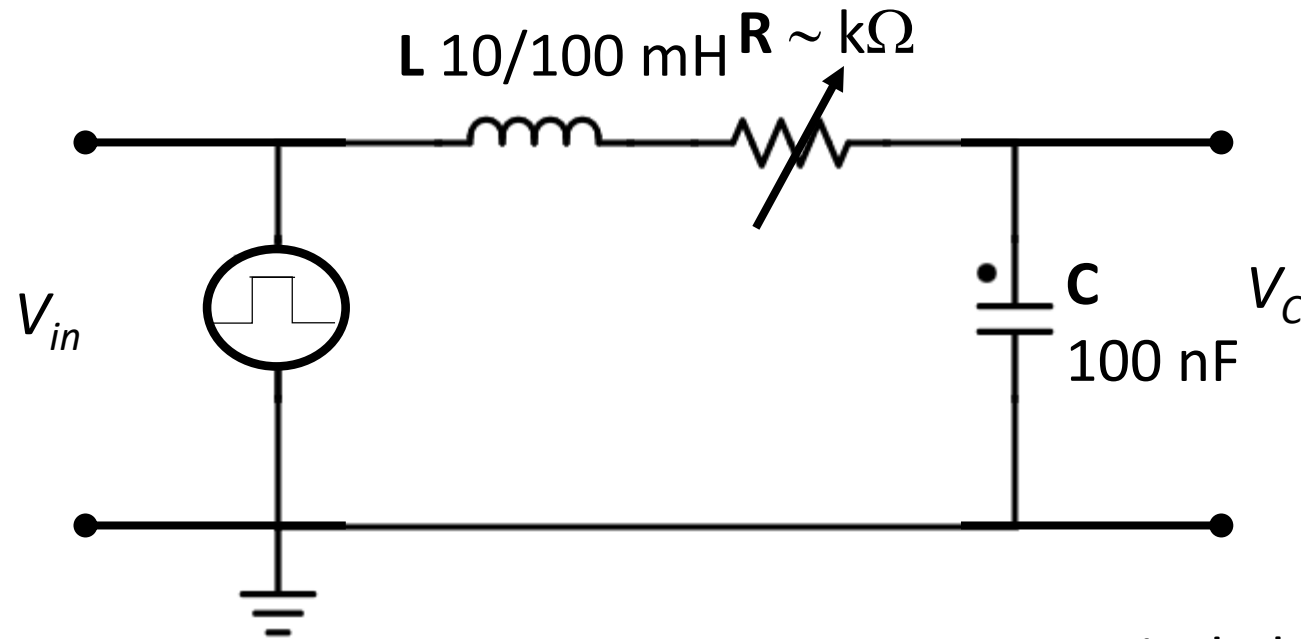
TBSadq.py /
Open Choice

Permite obtener las mediciones con el osciloscopio.

RLCsubamortiguado.py

Ajusta V_C en el ciclo ON

Experimento Circuito RLC serie Transitorio Sobremortiguado

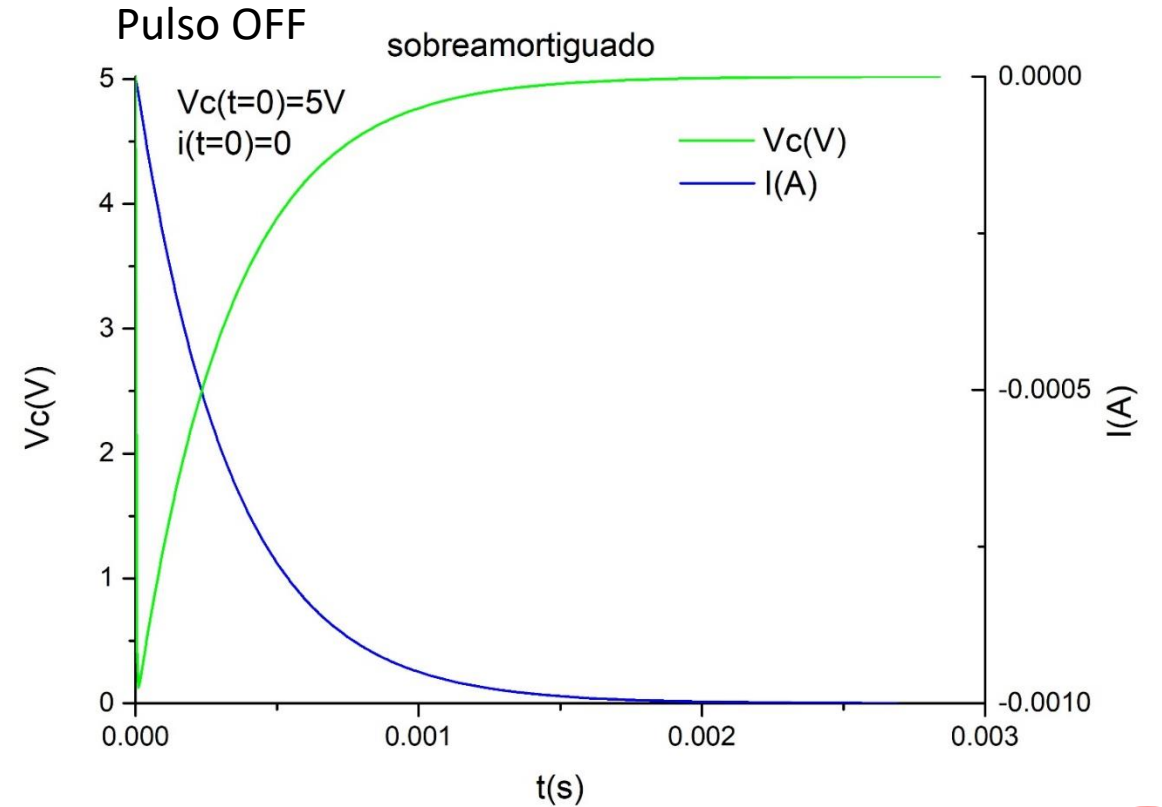
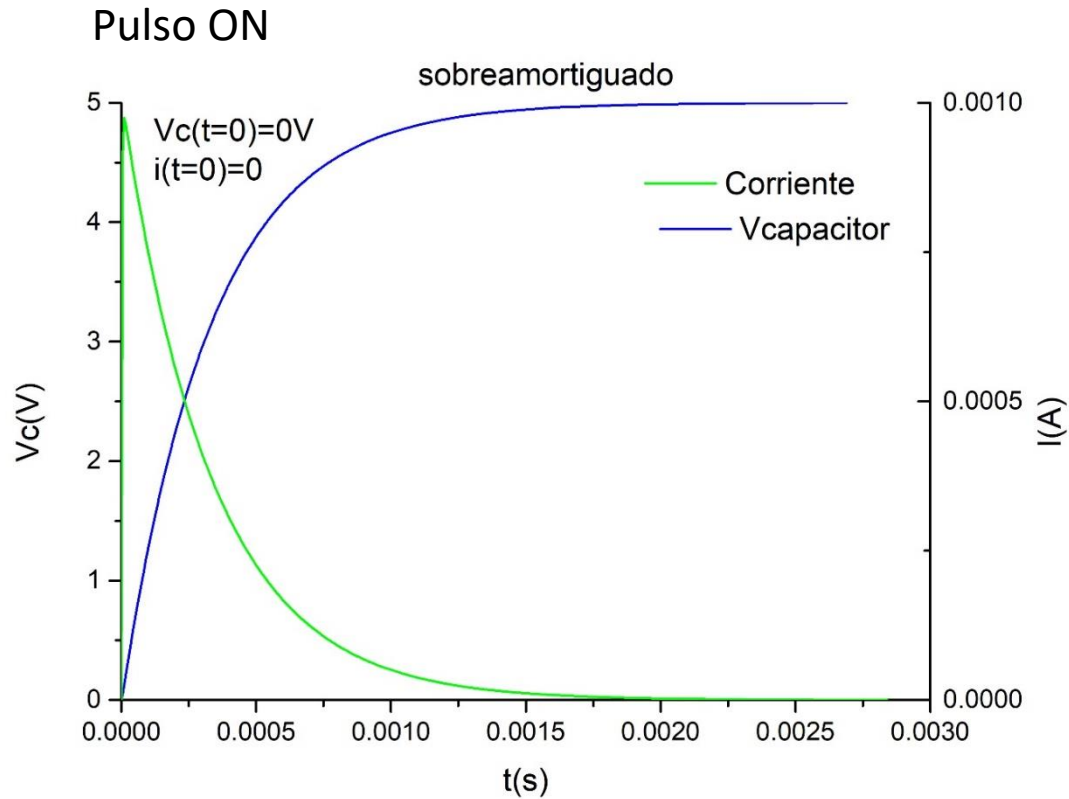


Medir V_{in} y V_C

A partir de la señal de V_C estimar

- Amplitud inicial
- Tiempo característico de decaimiento

Circuito RLC serie - Transitorio Sobreamortiguado



$$V_c(t) = V_0 \left(1 - \frac{e^{-\gamma t}}{2\beta} \left((-\gamma + \beta)e^{-\beta t} + (\gamma + \beta)e^{\beta t} \right) \right)$$

$$i(t) = \frac{V_0}{L\beta} e^{-\gamma t} \frac{(e^{\beta t} - e^{-\beta t})}{2}$$

$$\gamma = \frac{R}{2L}$$

$$\beta = \sqrt{\gamma^2 - \frac{1}{LC}}$$

$$V_c(t) = \frac{V_0}{2\beta} e^{-\gamma t} \left((-\gamma + \beta)e^{-\beta t} + (\gamma + \beta)e^{\beta t} \right)$$

$$i(t) = -\frac{V_0}{L\beta} e^{-\gamma t} \frac{(e^{\beta t} - e^{-\beta t})}{2}$$

Adquisición y análisis de las mediciones RLC

RLCsobrebamortiguado.py

Ajusta V_C en el ciclo ON

Se propone un modelo completo y un modelo simplificado

RLCsobrebamortiguado.py

Cargamos el valor nominal de L y R para estimar los parámetros para el ajuste

Ajustamos V_c con un modelo aproximado

$$V_c = a * e^{-bt} + V_{final}$$

Ajuste con modelo completo, estimando los valores de los parámetros a partir del modelo aproximado y usando L y R

Calculamos R , L y C

Punto de control – RLC serie transitorio

- Circuito **subamortiguado** medir V capacitor
Obtener L y R a partir del ajuste
Comparar con los valores nominales

- Circuito **sobreamortiguado**, medir V capacitor
Comparar modelo aproximado con modelo completo
Obtener C, L y R a partir del ajuste
Comparar con los valores nominales

RLC Sobreamortiguado

