

# Filtros

En general, un filtro es un artefacto o un proceso que remueve características no deseadas de una señal.

Electrónicos  
analógicos

Circuitos  
Estos vamos a ver

Digitales

ADC + procesamiento  
por software

Mecánicos

Transductor + filtración  
de vibraciones mecánicas

Ópticos

Mediante absorción  
o interferencia

Electrónicos  
analógicos

Pasivos: compuestos por resistencias, inductancias, capacitores.

Activos: se incorporan otros componentes como el  
amplificador operacional.

Los filtros que veremos en la materia remueven **frecuencias**.

Frecuencia de referencia:  $\omega_0$

Pasaaltos

$$\omega > \omega_0$$

Pasabajos

$$\omega < \omega_0$$

Pasabanda

$$\omega = \omega_0$$
$$\Delta\omega$$

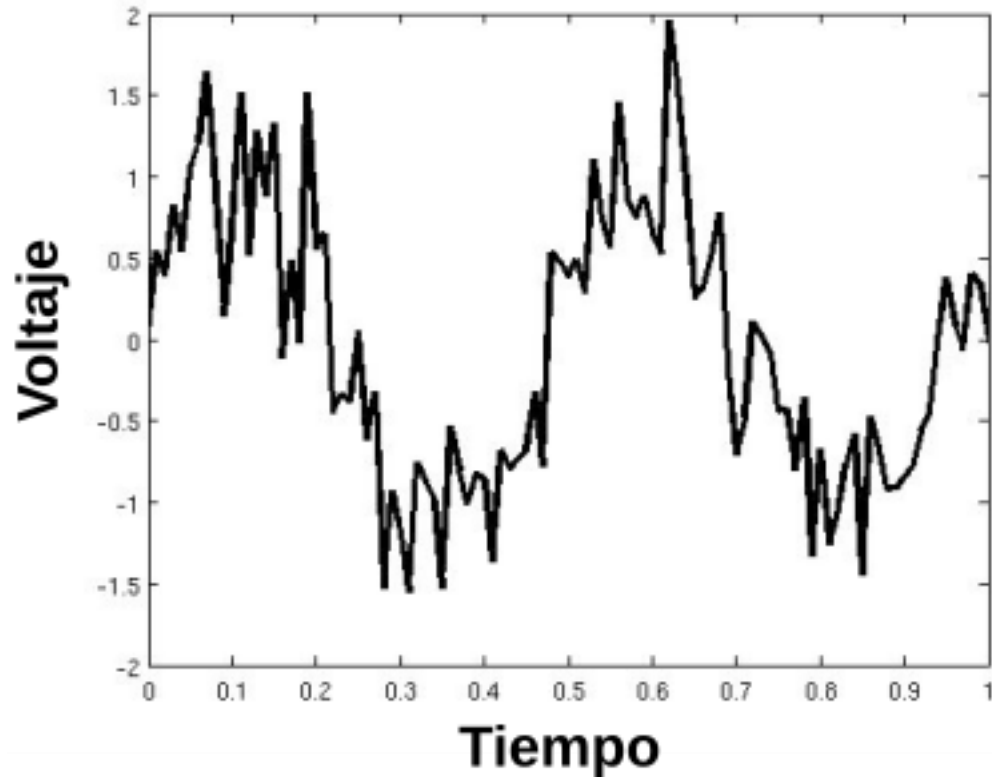
Rechazabanda

$$\omega \neq \omega_0$$
$$\Delta\omega$$

Filtro Pasa Altos y Pasa Bajos

# Veamos cómo se comporta:

Señal original



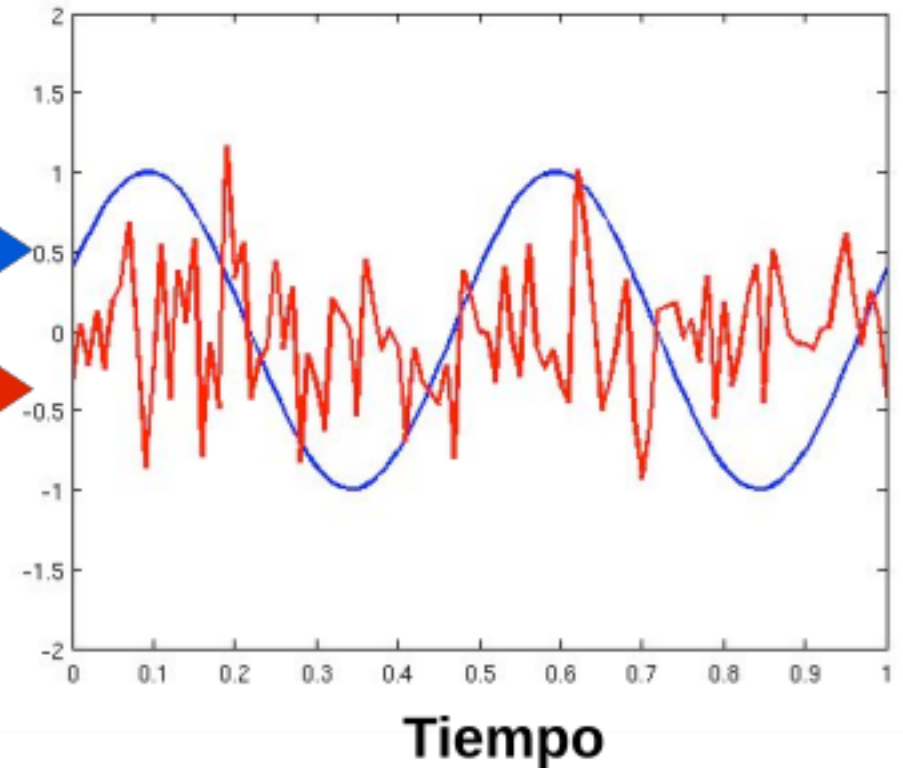
Filtro  
pasabajos



Filtro  
pasaaltos



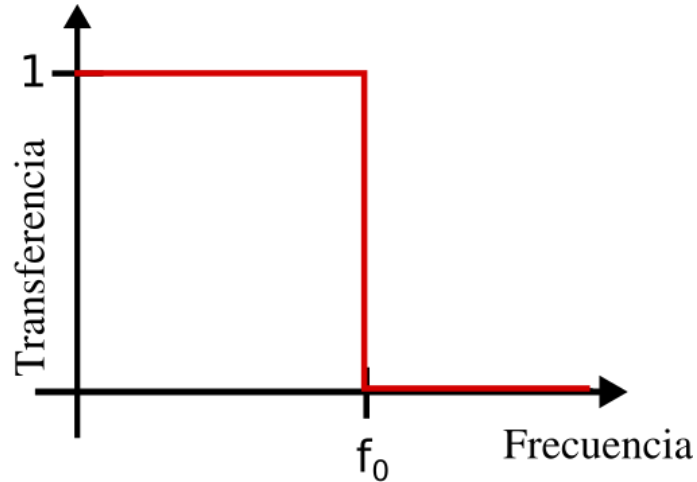
Señal filtrada



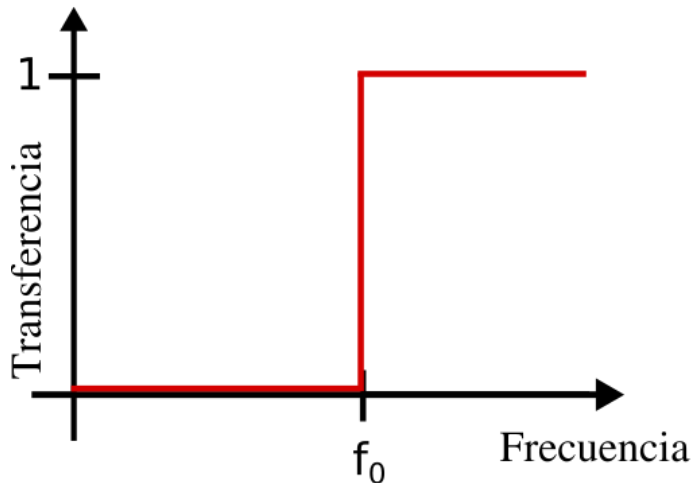
# Función transferencia

$$T = \frac{|V_{out}|}{|V_{in}|}$$

Pasabajos



Pasaaltos



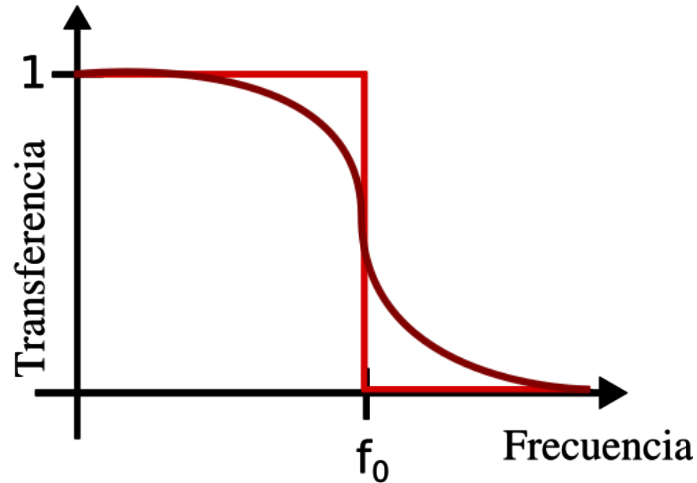
**IDEAL:**

- Filtrado absoluto de las frecuencias no deseadas.
- Frecuencia de corte bien definida y con corte abrupto.
- Sin modificaciones en la señal que se deja pasar

# Función transferencia

$$T = \frac{|V_{out}|}{|V_{in}|}$$

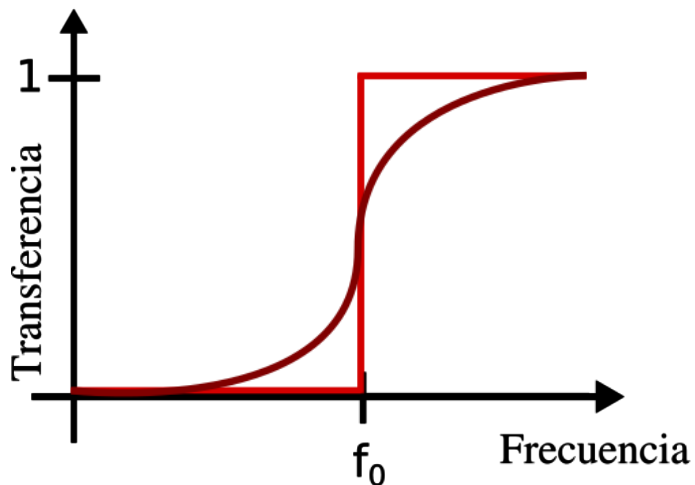
Pasabajos



**IDEAL:**

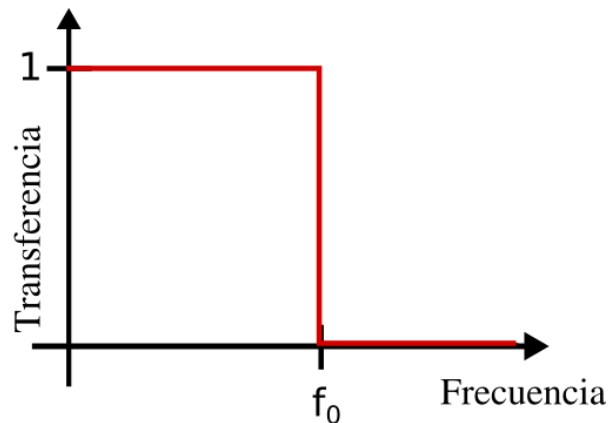
- Filtrado absoluto de las frecuencias no deseadas.
- Frecuencia de corte bien definida y con corte abrupto.
- Sin modificaciones en la señal que se deja pasar

Pasaaltos



# Caracterización de los filtros

- Transferencia:  $T = \frac{|V_{out}|}{|V_{in}|}$
- Defasaje:  $\varphi = \arctan\left[\frac{\text{Im}\left(\frac{V_{out}}{V_{in}}\right)}{\text{Re}\left(\frac{V_{out}}{V_{in}}\right)}\right]$
- Atenuación (en decibeles):  $A \equiv 20 \log_{10} T \quad [\text{dB}]$



$$\omega > \omega_0 \quad A \rightarrow -\infty$$

$$\omega < \omega_0 \quad A \rightarrow 0$$



# Orden

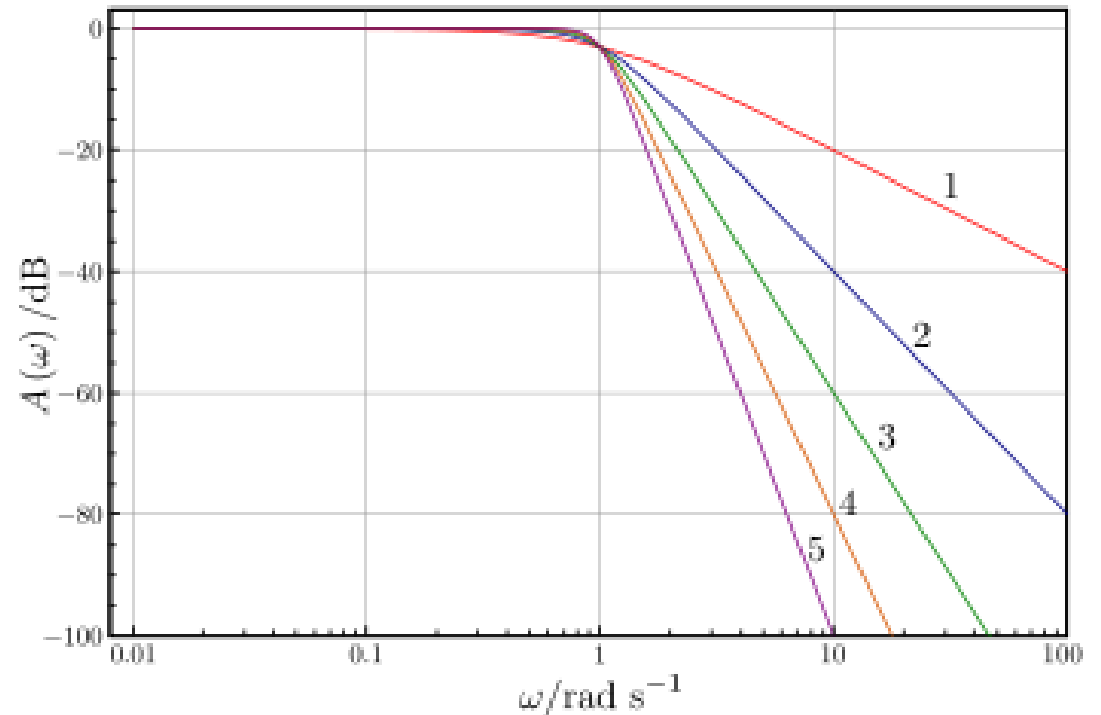
El orden de un filtro describe el grado de aceptación o rechazo de las frecuencias por arriba o por debajo de la de corte. Es igual a la cantidad de elementos reactivos que tiene el filtro.

Orden 1: rechazo de 20 dB por década

Orden 2: rechazo de 40 dB por década

Orden 3: rechazo de 60 dB por década

y así...



# Estudio experimental de filtros pasivos de primer orden

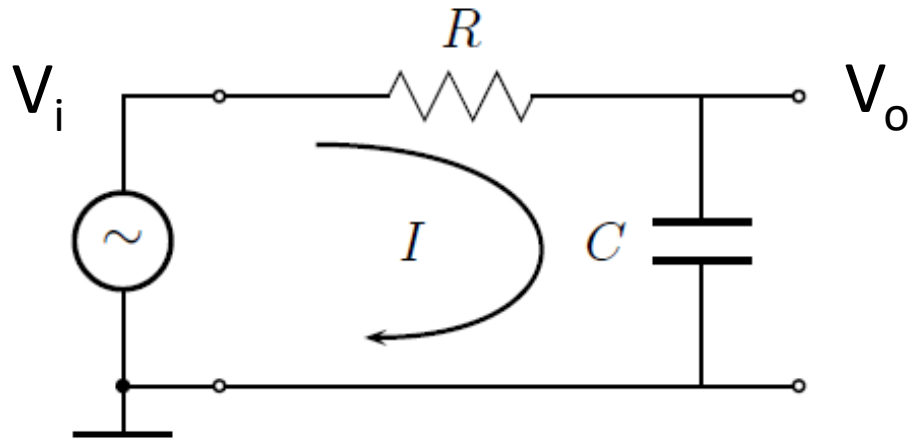
## FILTRO PASA-BAJOS

- Eliminar una señal alterna
- Extraer de las mediciones las señales con frecuencias menores a un determinado valor
- Integrar una señal

## FILTRO PASA-ALTOS

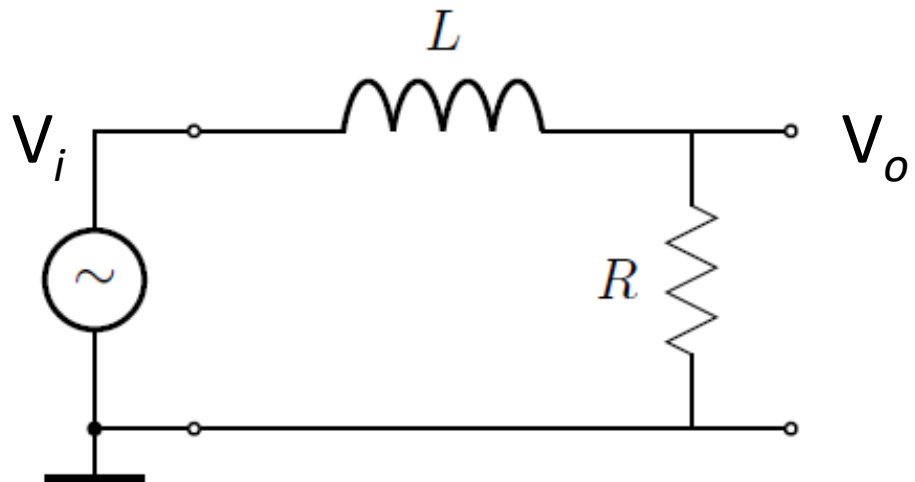
- Eliminar una señal continua
- Extraer de las mediciones las señales con frecuencias mayores a un determinado valor
- Derivar una señal

# FILTRO PASA-BAJOS



$$V_0 = V_C = I Z_C = \frac{V_i}{Z_T} Z_C = \frac{V_i}{(R - \frac{j}{\omega C}) \omega C} = \frac{V_i (-j)}{R - \frac{j}{\omega C}}$$

$$V_0 = \frac{V_i}{1 + j\omega RC} = \frac{V_i}{1 + j\omega/\omega_0} \quad \text{siendo} \quad \boxed{\omega_0 = 1/RC}$$



$$V_0 = \frac{R}{R + j\omega L} V_i = \frac{V_i}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \quad \text{siendo} \quad \boxed{\omega_0 = \frac{R}{L}}$$

## FILTRO PASA-BAJOS

**Transferencia** →

$$T \equiv \left| \frac{V_o}{V_i} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}}$$

**Atenuación** →

$$A \equiv 20 \log_{10} T \quad [\text{dB}] = -10 \log_{10} [1 + (\omega/\omega_0)^2] \text{ dB}$$

**Fase**

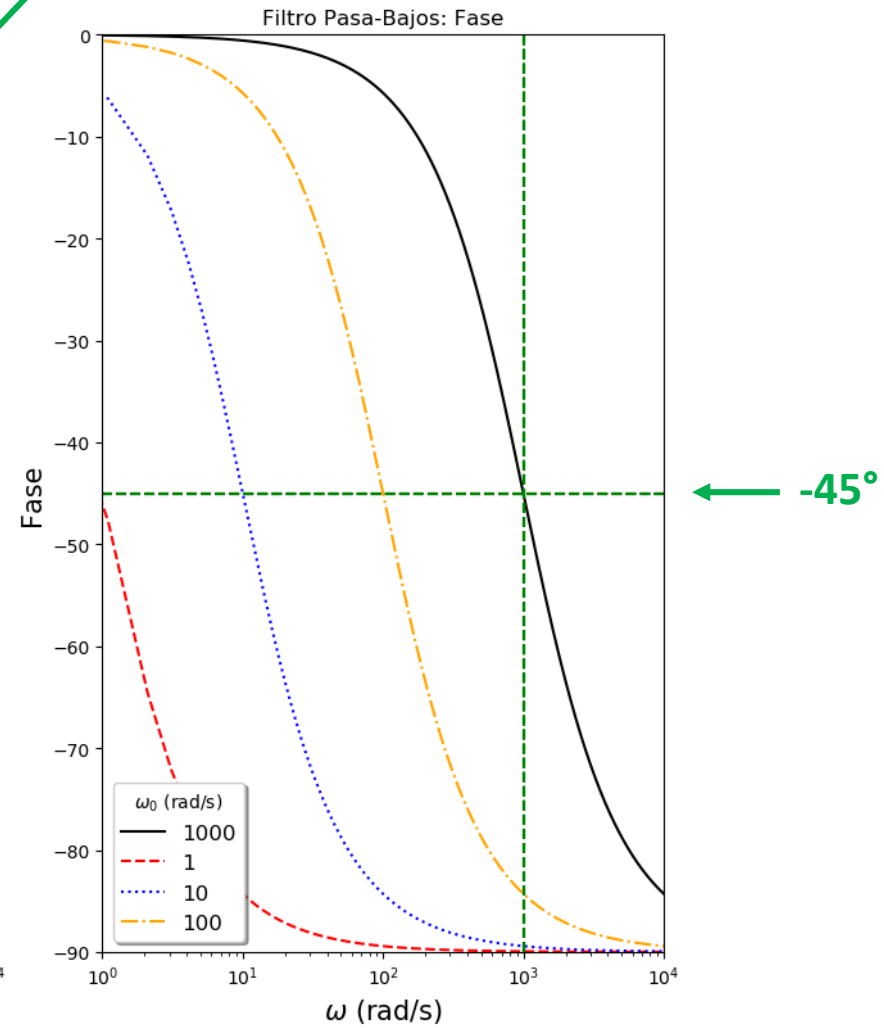
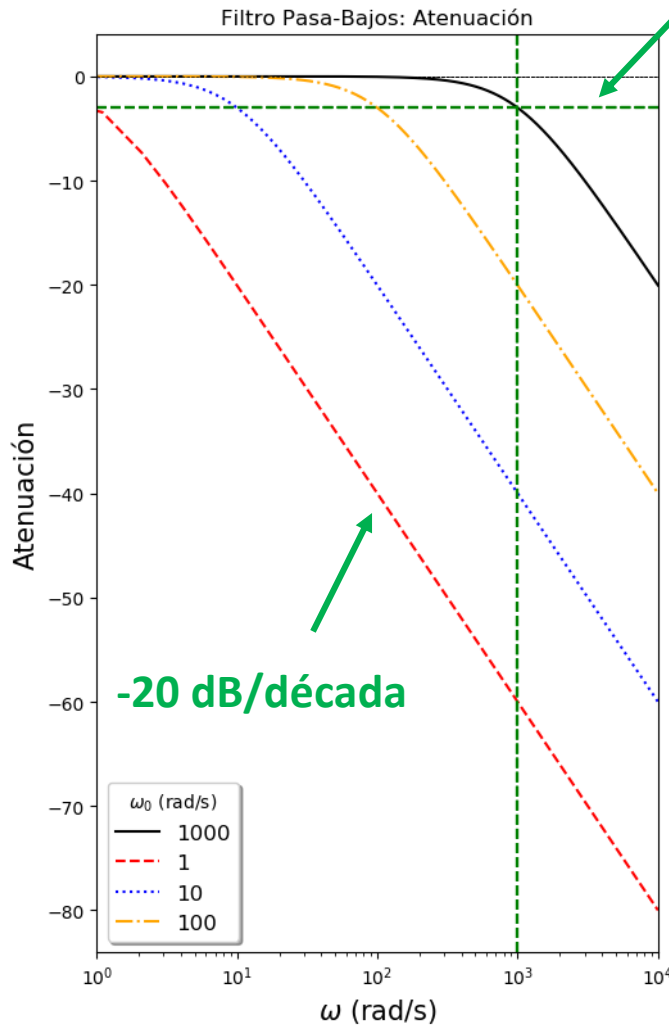
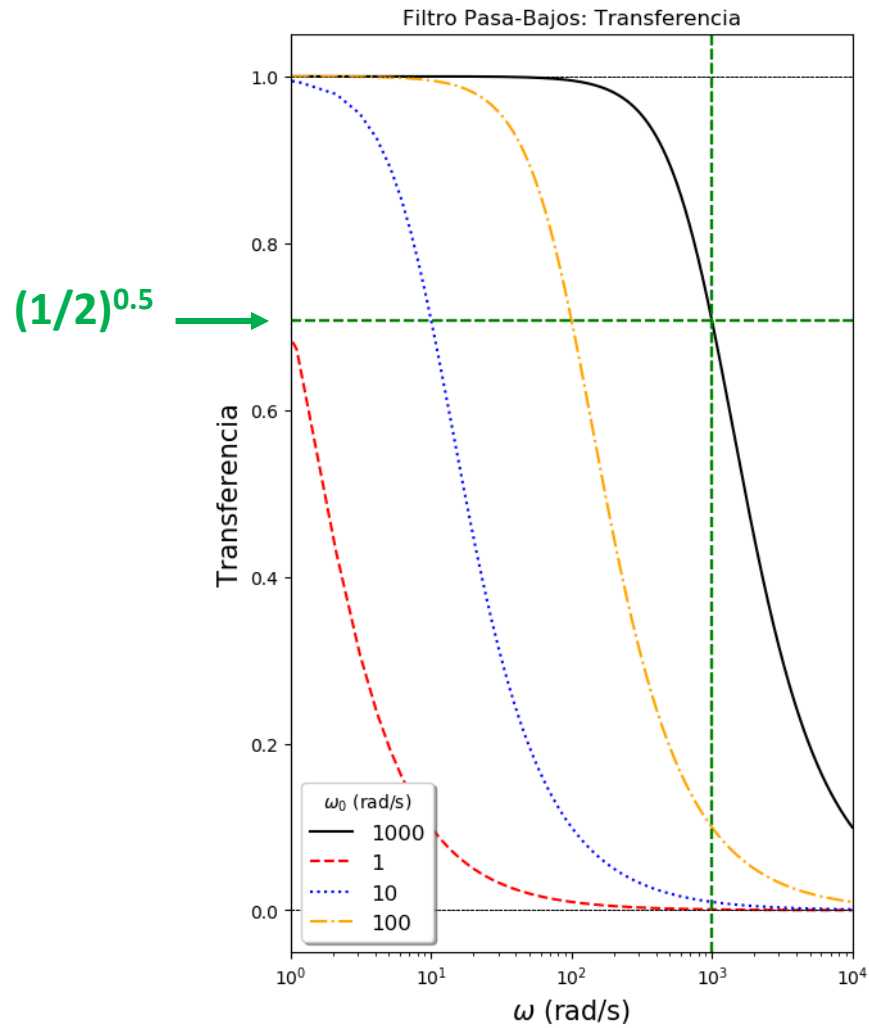
→

$$\phi = \arctan \frac{\Im\{V_C/V_i\}}{\Re\{V_C/V_i\}} = -\arctan \omega/\omega_0$$

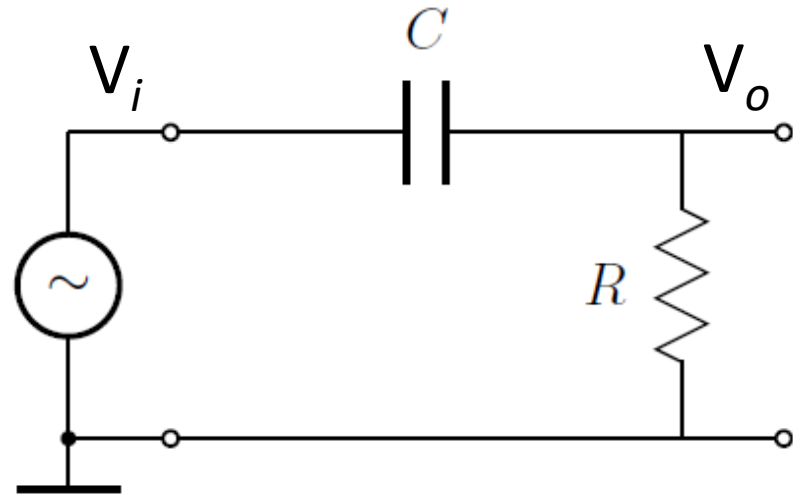
# FILTRO PASA-BAJOS

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

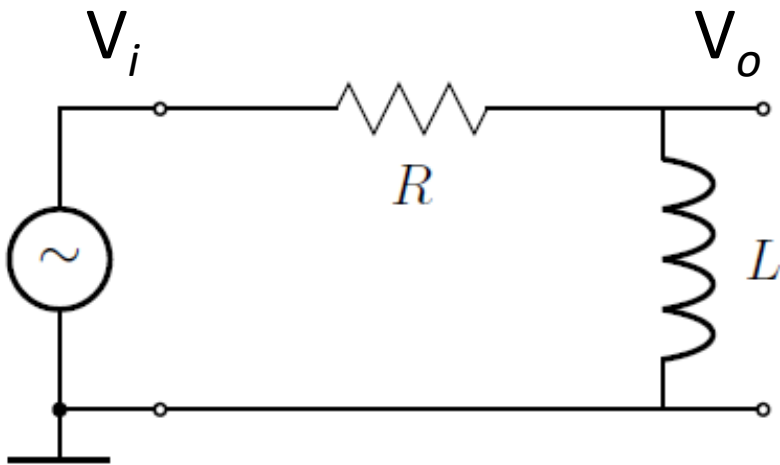
$$\omega_0 = \frac{R}{L}$$



# FILTRO PASA-ALTOS



$$V_0 = V_R = \frac{R}{R - \frac{j}{\omega C}} V_i = \frac{V_i}{1 - j \frac{\omega_0}{\omega}} \quad \text{siendo} \quad \boxed{\omega_0 = \frac{1}{RC}}$$



$$V_0 = V_L = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} V_i = \frac{V_i}{1 - j \frac{\omega_0}{\omega}} \quad \text{siendo} \quad \boxed{\omega_0 = \frac{R}{L}}$$

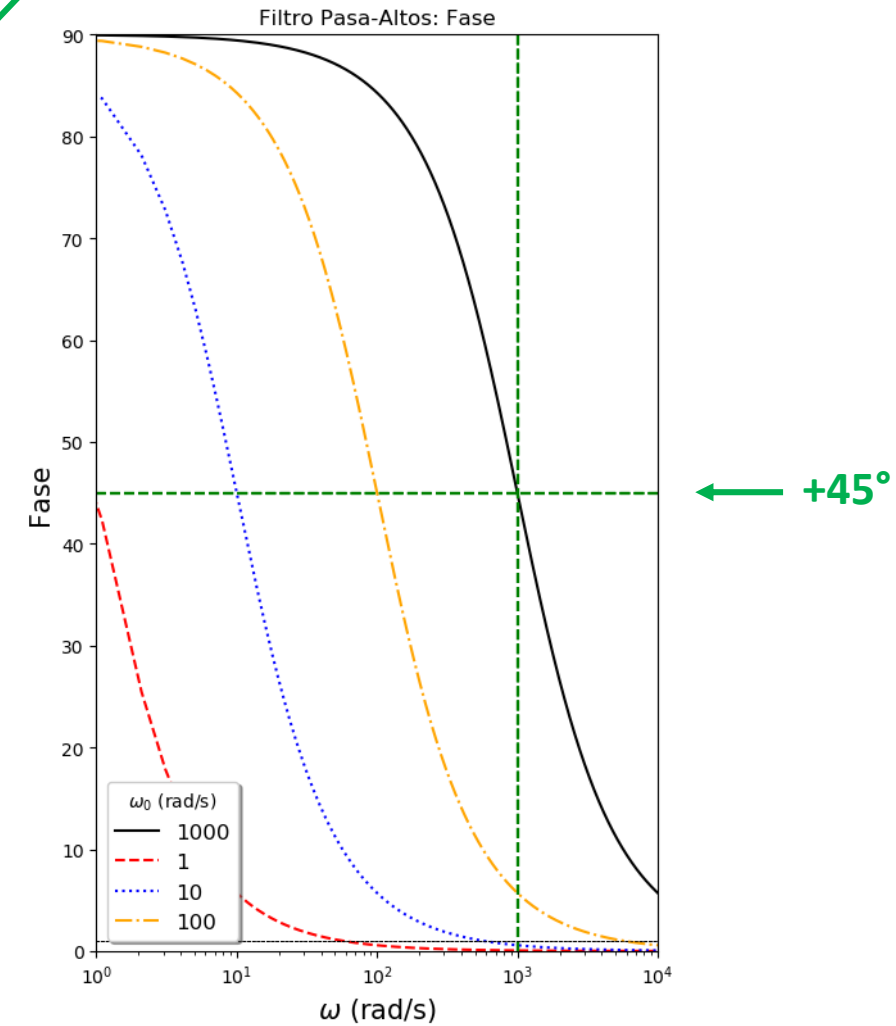
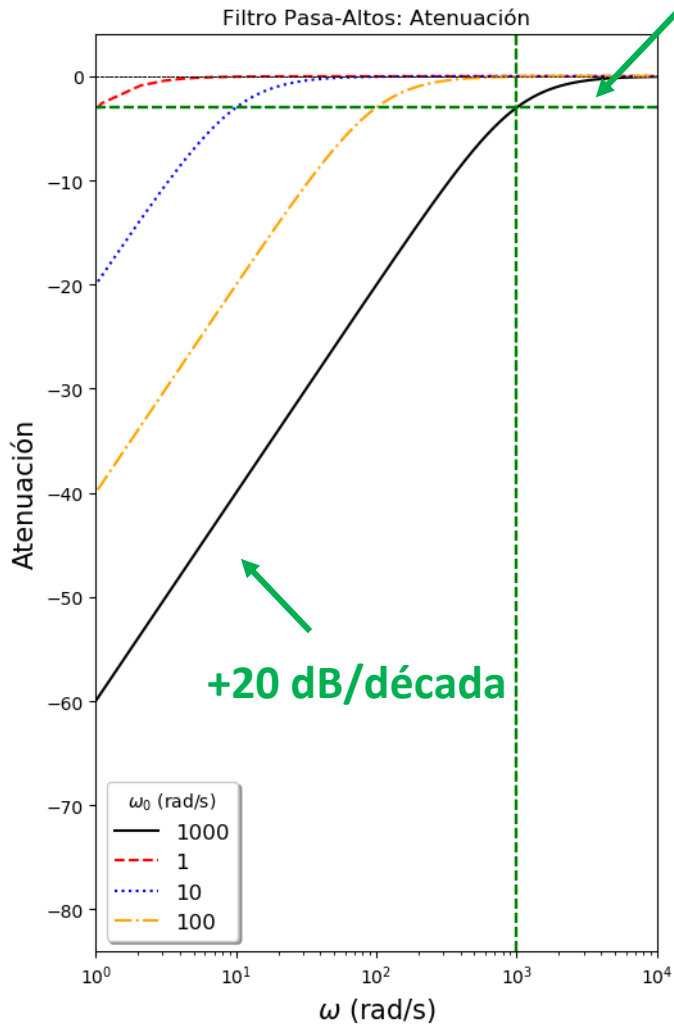
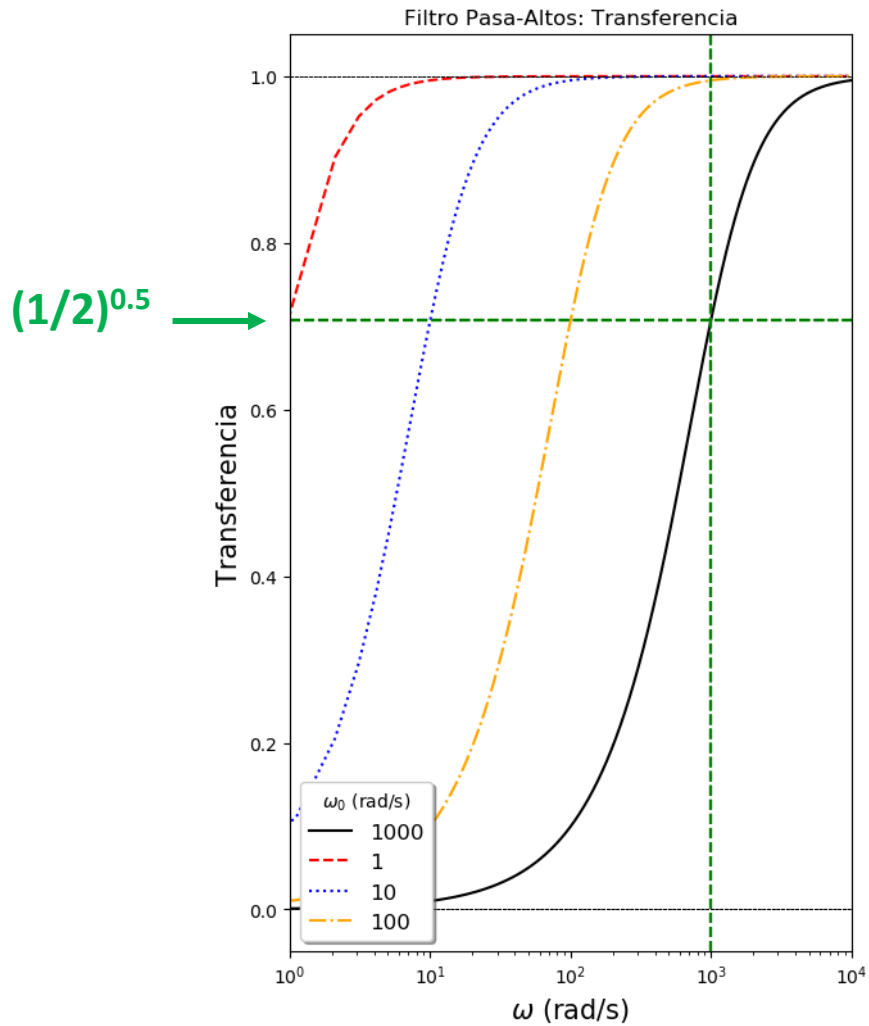
Siendo  $x = \frac{\omega}{\omega_0}$

$$\boxed{T = \frac{1}{\sqrt{1 + x^{-2}}} \quad \phi = \arctan x^{-1} \quad A = -10 \log_{10}(1 + x^{-2})}$$

# FILTRO PASA-ALTOS

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$\omega_0 = \frac{R}{L}$$



## FILTROS PASA-BAJOS y PASA-ALTOS

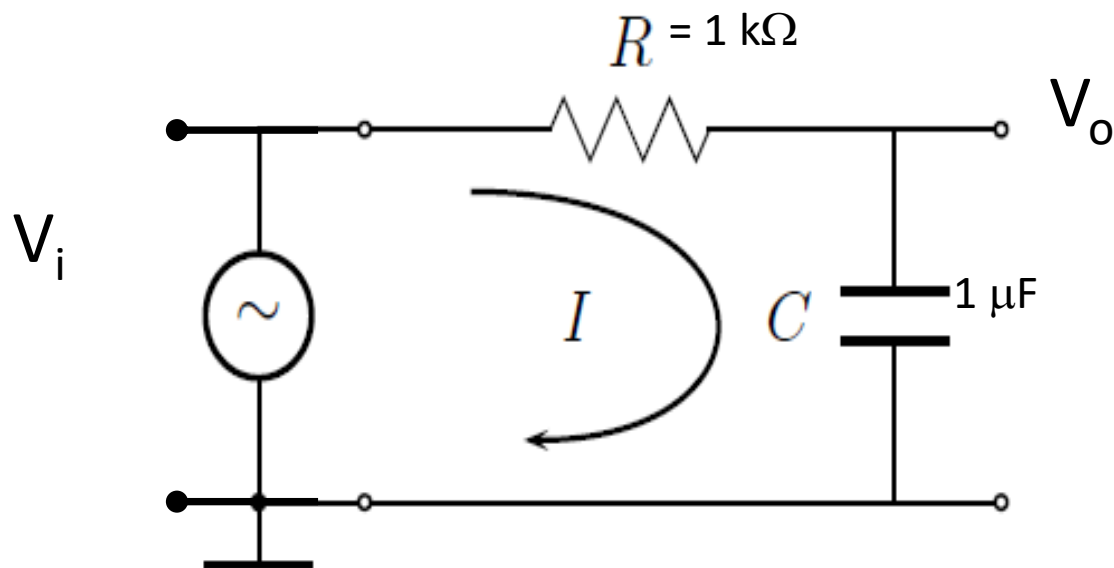
→ Les proponemos caracterizar 1 filtro Pasa-Bajos y 1 filtro Pasa-Altos:

¿Cómo lo harían?

¿Detalles a tener en cuenta?



## FILTRO PASA-BAJOS



$$\omega_0 = \frac{1}{RC} \approx 1000 \text{ rad/s} \rightarrow f_0 \approx 160 \text{ Hz}$$

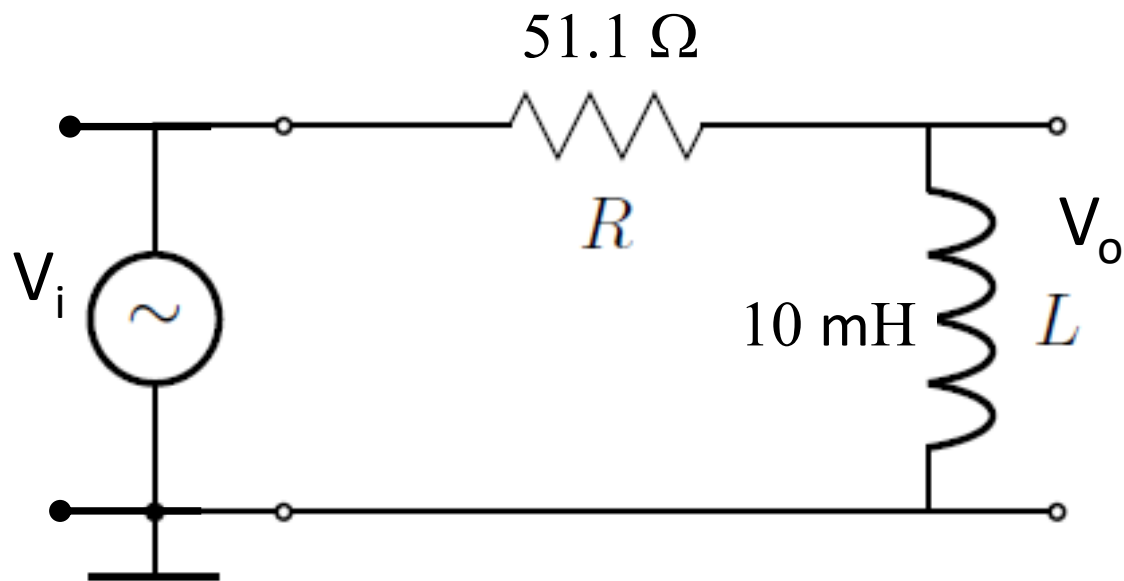
Medir  $V_i$  y  $V_o$ , y la diferencia de fase  $\Delta\phi$

Estudiar la transferencia y la diferencia de fase

Seleccionar el rango de frecuencias para medir

Una vez estudiado el filtro adquirir la Transferencia y la diferencia de fase con el Script **Adquisición\_filtros.py**

## FILTRO PASA-ALTOS



$$\omega_0 = \frac{R}{L} \approx 5000 \text{ rad/s} \rightarrow f_0 \approx 800 \text{ Hz}$$

Medir  $V_i$  y  $V_o$ , y la diferencia de fase  $\Delta\phi$

Estudiar la transferencia y la diferencia de fase

Seleccionar el rango de frecuencias para medir

Una vez estudiado el filtro adquirir la Transferencia y la diferencia de fase con el Script **Adquisición\_filtros.py**

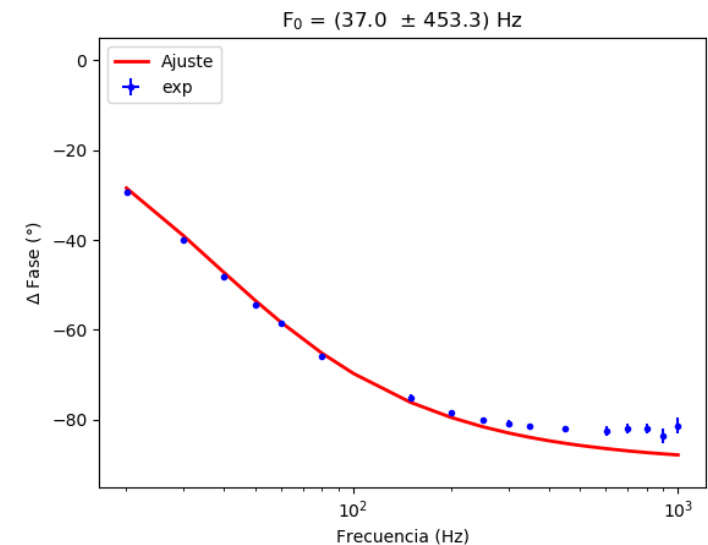
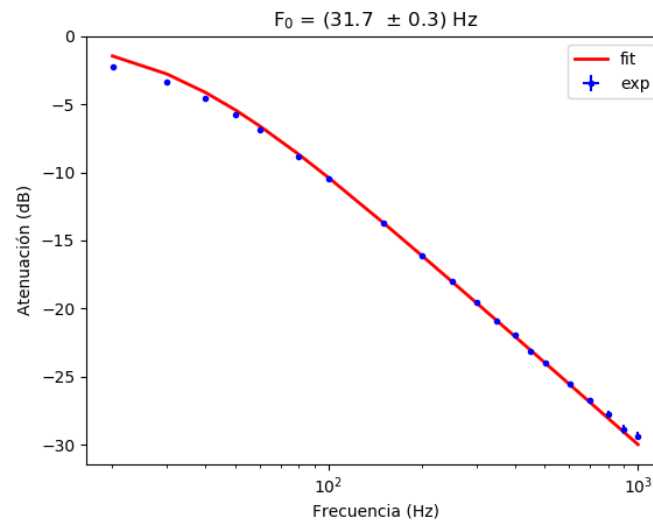
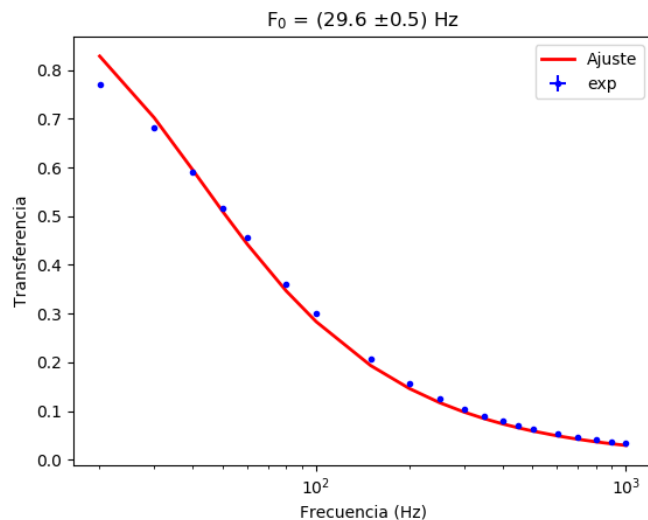
# Software: medición / análisis

## Python: Ajuste filtros.py

```
101 # por ej:
102
103 def Yteo0(xx0, a):
104     #y= a*np.exp(-xx1*b)
105     #y= 1/(np.sqrt(1+np.square(xx0/np.abs(a)))) #pasabajos
106     y= 1/(np.sqrt(1+np.square(np.abs(a)/xx0))) #pasaaltos
107     return y
108
109 # Los datos de la fase y la atenuación no se ajustan con curve_fit y requieren de Least_squares
110
111 def Yteo1(xx1, b):
112     #y= -180/(np.pi)*(np.arctan(xx1/np.abs(b))) #pasabajos
113     y= 180/(np.pi)*(np.arctan(np.abs(b)/xx1)) #pasaaltos
114     return y
115
116 def get_residuals1(frec, Fase, b):
117     Yteos11 = Yteo1(frec, b)
118     residuals1 = np.abs(Yteos11 - Fase)
119     return residuals1
120
121
122 def Yteo2(xx2, c):
123     #y= -10*np.log10(1+np.square(xx2/np.abs(c))) #pasabajos
124     y= -10*np.log10(1+np.square(np.abs(c)/xx2)) #pasabaaltos
125     return y
126
```

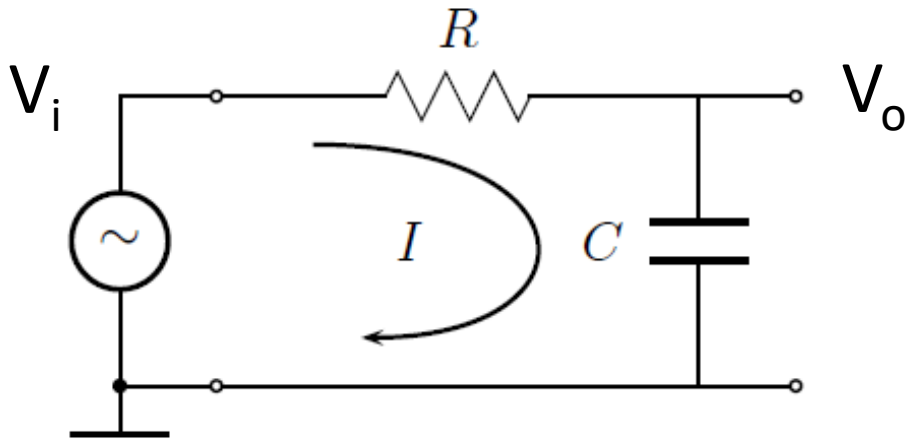
# Puntos de Control

1. Obtener señales  $V_{in}$  y  $V_{out}$  para cada filtro a distintas frecuencias (en el rango relevante!).
2. Obtener los diagramas de Bode correspondientes.
3. Ajustar mediante Python  $\rightarrow$  obtener la frecuencia de corte / discutir valores y diferencias obtenidos



Circuito integrador  
Circuito derivador

# FILTRO PASA-BAJOS → INTEGRADOR?

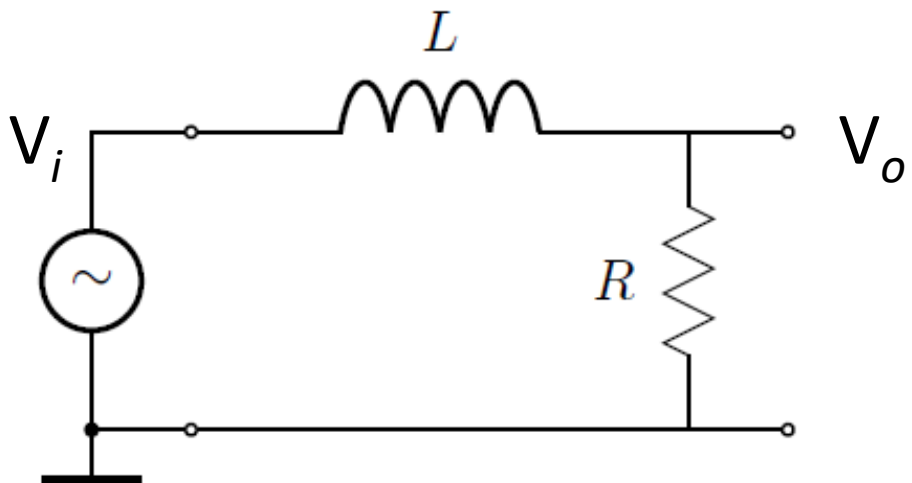


$$V_i = V_R + V_o = IR + V_o$$

$$V_o(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{1}{C} \int_0^t I(t') dt' = \frac{1}{RC} \int_0^t [V_i(t') - \cancel{V_o(t')}] dt'$$

$$\approx \frac{1}{RC} \int_0^t V_i(t') dt' \quad \text{para } \omega \gg \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

V<sub>o</sub> es ~ integral de V<sub>i</sub> cuando el filtro atenúa

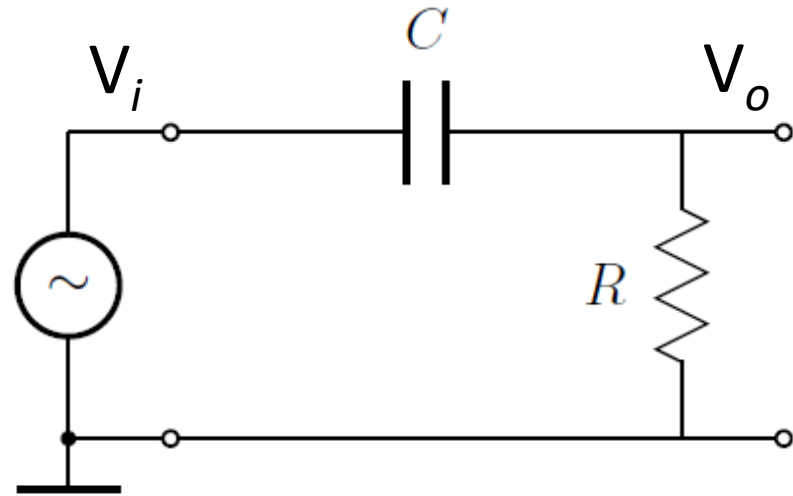


$$V_i = V_L + V_o = L \frac{dI}{dt} + V_o$$

$$V_o(t) = RI = \frac{R}{L} \int_0^t [V_i(t') - \cancel{V_o(t')}] dt'$$

$$\approx \frac{R}{L} \int_0^t V_i(t') dt' \quad \text{para } \omega \gg \omega_0 = \frac{R}{L}$$

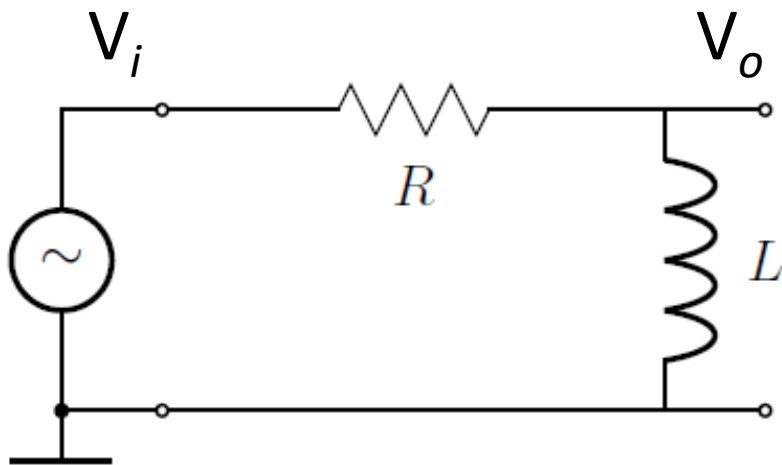
## FILTRO PASA-ALTOS → DERIVADOR?



$$V_i = V_C + V_0 = \frac{q}{C} + V_0$$

$$V_0(t) = RI(t) = R \frac{dq(t)}{dt} = RC \frac{d[V_i(t) - V_0(t)]}{dt}$$

$$\approx RC \frac{dV_i(t)}{dt} \quad \omega \ll \omega_0 = \frac{1}{RC}$$



$V_0$  es ~ derivada de  $V_i$  cuando el filtro atenúa

$$V_i = V_R + V_0 = RI + V_0$$

$$V_0(t) = L \frac{dI(t)}{dt} = \frac{L}{R} \frac{d[V_i(t) - V_0(t)]}{dt}$$

$$\approx \frac{L}{R} \frac{dV_i(t)}{dt} \quad \omega \ll \omega_0 = \frac{R}{L}$$

# Estudio experimental

¿Cómo lo harían?

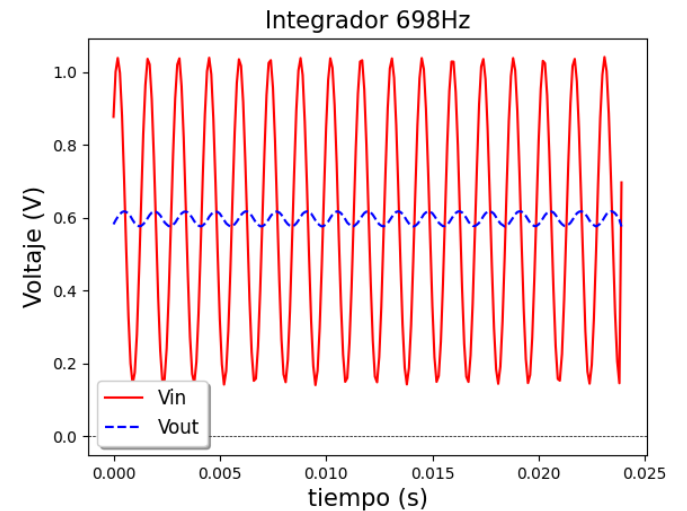
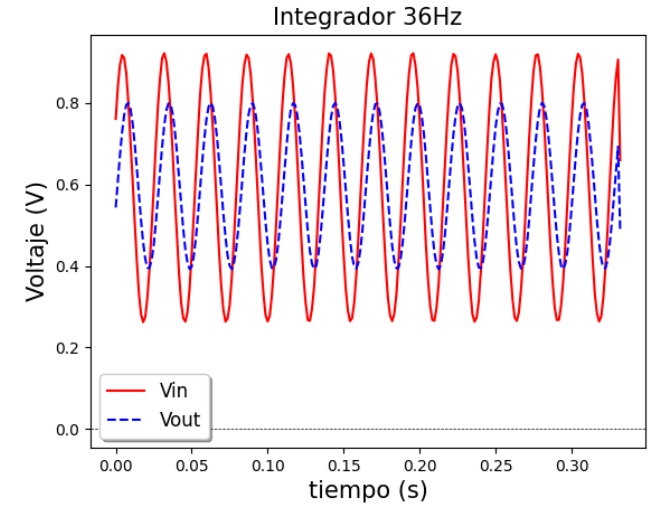
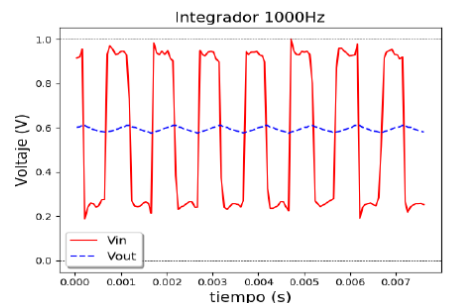
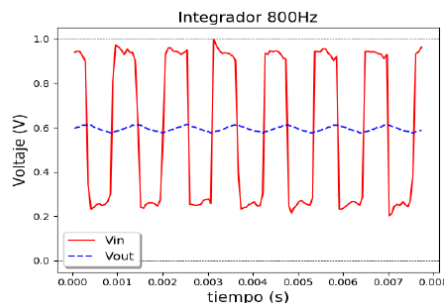
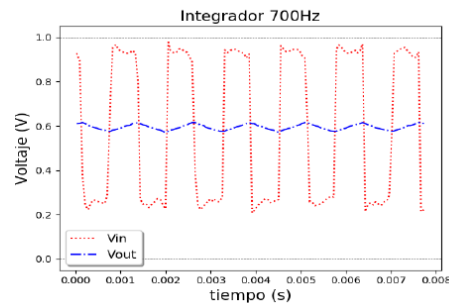
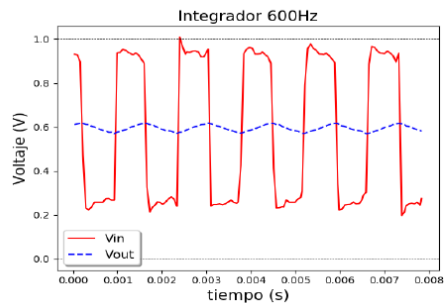
¿Detalles a tener en cuenta?

→ Convencer / ser críticos sobre su buen o mal funcionamiento



# Puntos de Control

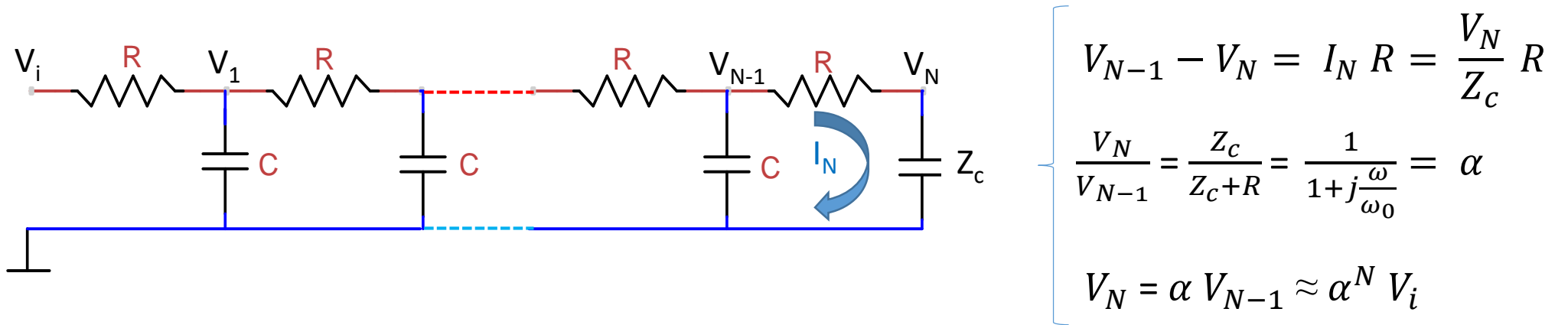
1. Obtener señales  $V_{in}$  y  $V_{out}$  para el circuito integrador/derivador, a distintas frecuencias (en el rango relevante!).
2. Mostrar cuándo cumple con su función y cuándo no. (Qué quiere decir mostrar??)



Estudio Cualitativo

# Estudio de otros filtros pasivos :

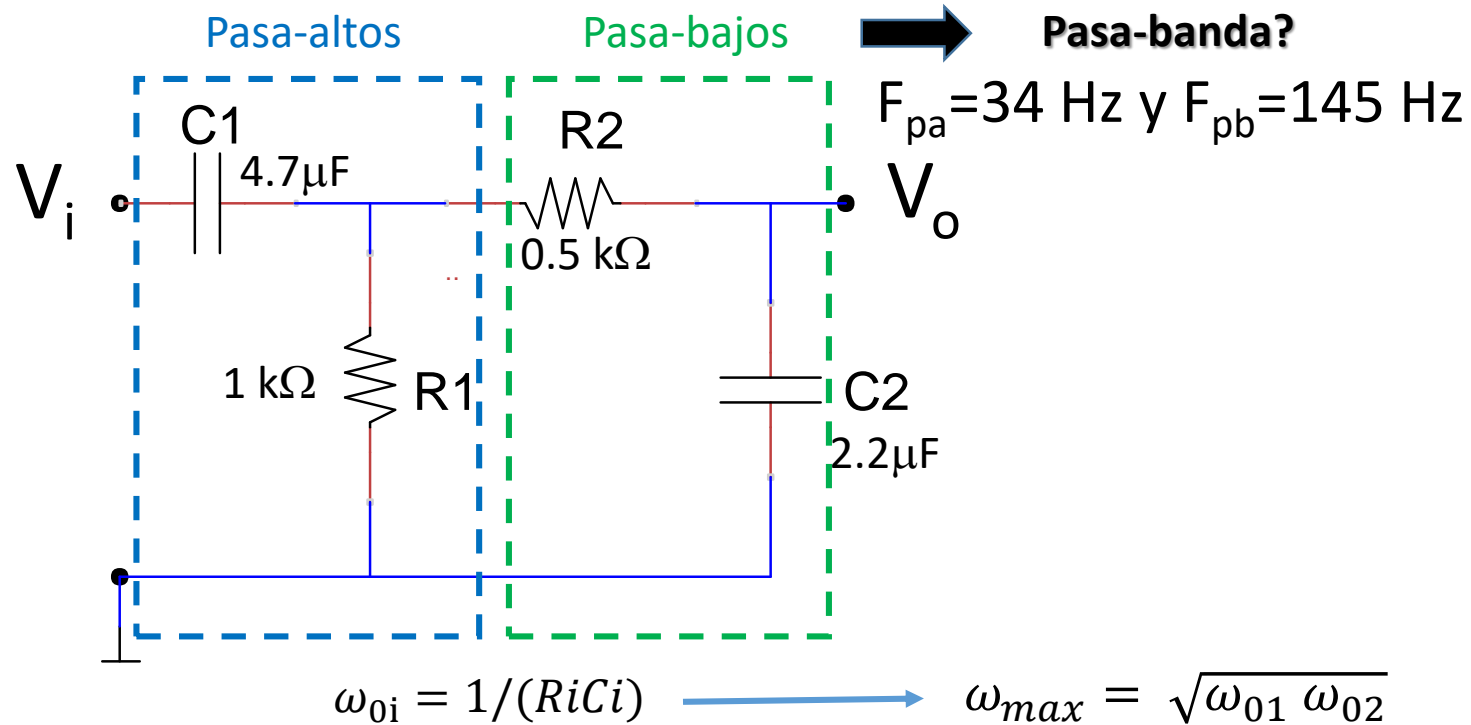
## Algunas combinaciones “simples” → Filtro “Escalera”



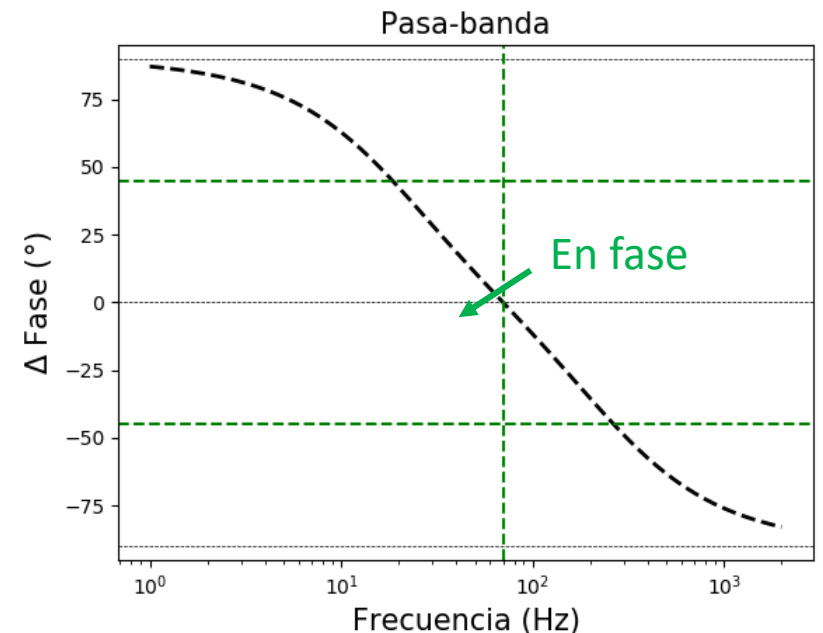
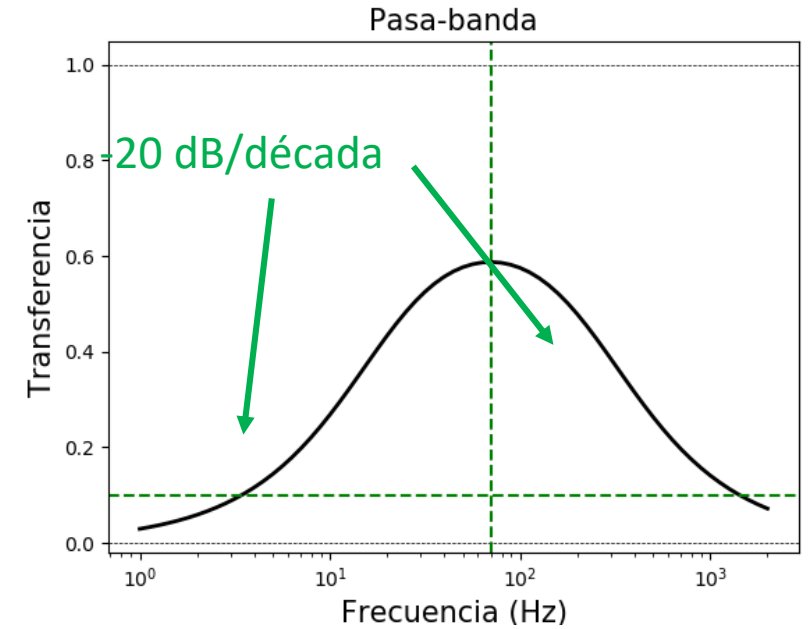
$$T \approx \left( \frac{1}{\sqrt{1 + \left[ \frac{\omega}{\omega_0} \right]^2}} \right)^N, \quad A \approx \underbrace{-10N}_{\uparrow} \log \left( 1 + \left[ \frac{\omega}{\omega_0} \right]^2 \right) \rightarrow \underbrace{-20N}_{\uparrow} \log \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

# Estudio de otros filtros pasivos :

## Algunas combinaciones simples

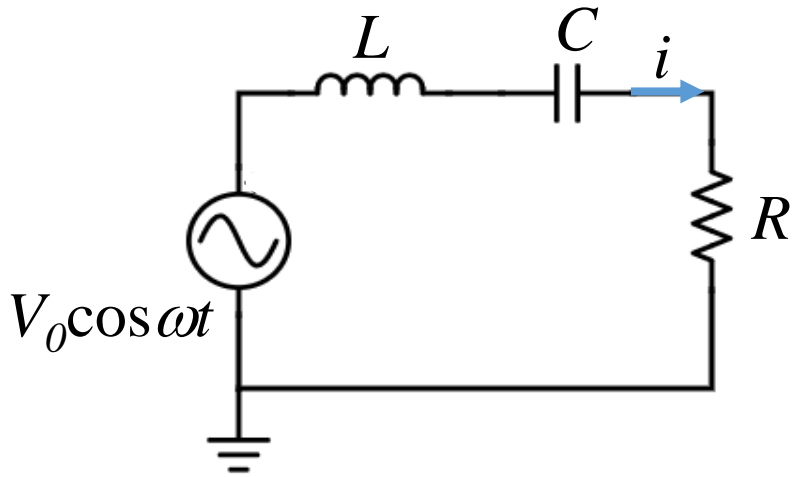


$$V_0 = \frac{1}{1 + \frac{C_2}{C_1} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + j \left(\frac{\omega}{\omega_{02}} - \frac{\omega_{01}}{\omega}\right)} V_i$$



# Filtro Pasa Banda RLC serie

# Circuito RLC – Corriente alterna



$$v = L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt + iR$$

$$V = V_0 e^{j(\omega t)}$$

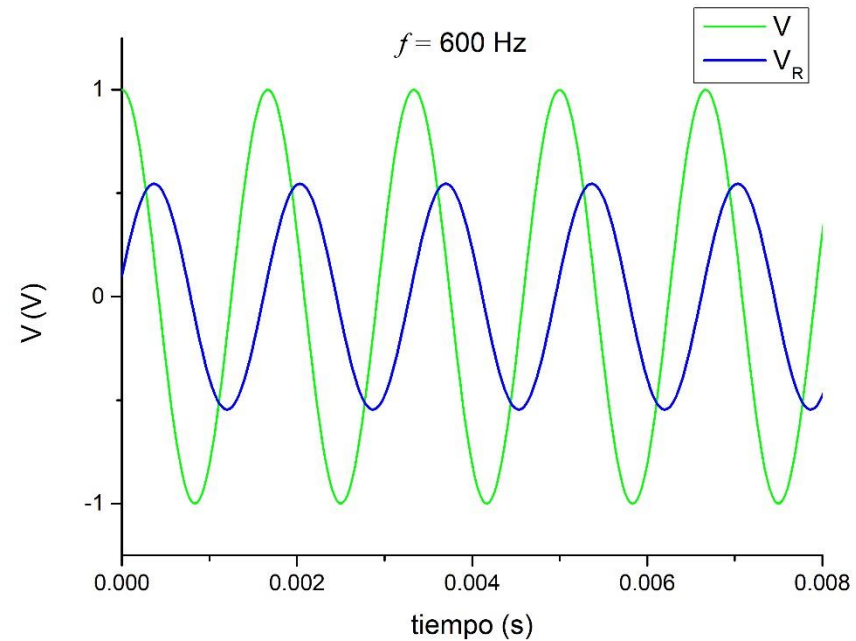
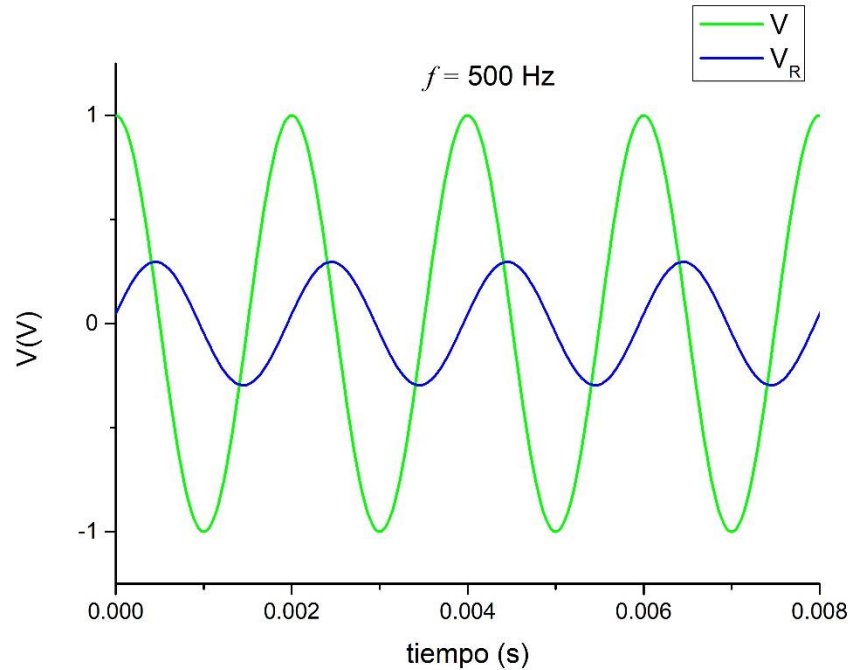
$$V = L(j\omega)I + \frac{1}{C} \left(-\frac{j}{\omega}\right) I + IR$$

$$V_R = I * R$$

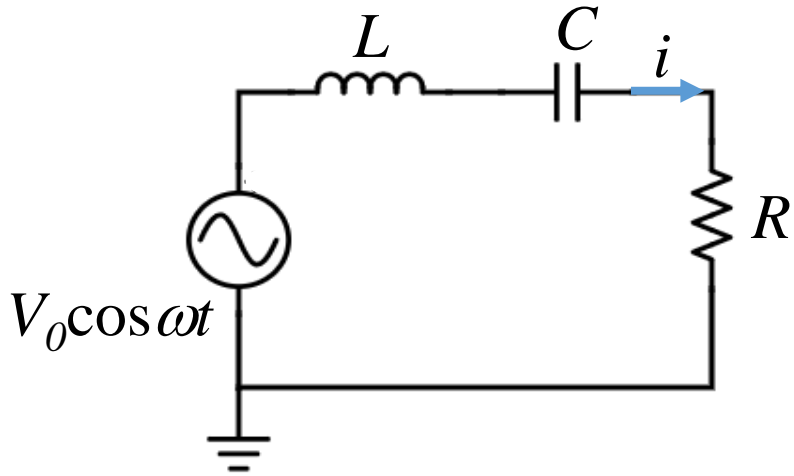
$$i = I_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$I = I_0 e^{j(\omega t + \varphi)}$$

$$I = \frac{V}{R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}$$



# Circuito RLC – Corriente alterna



$$I = \frac{V}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

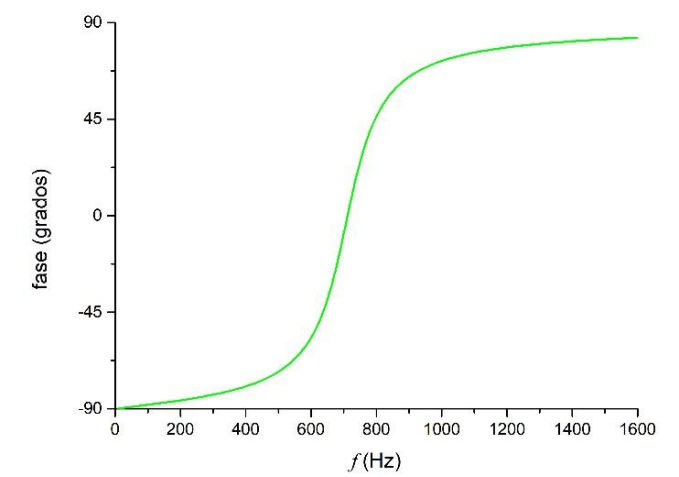
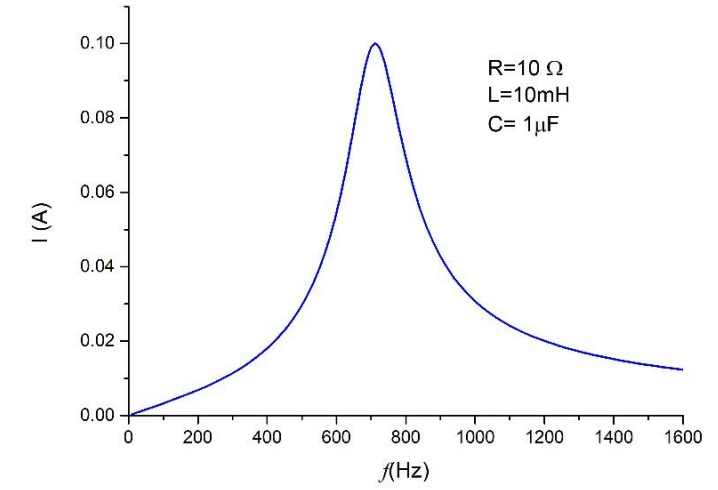
$$|I| = I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$\tan \varphi = \frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R}$$

Frecuencia de resonancia

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

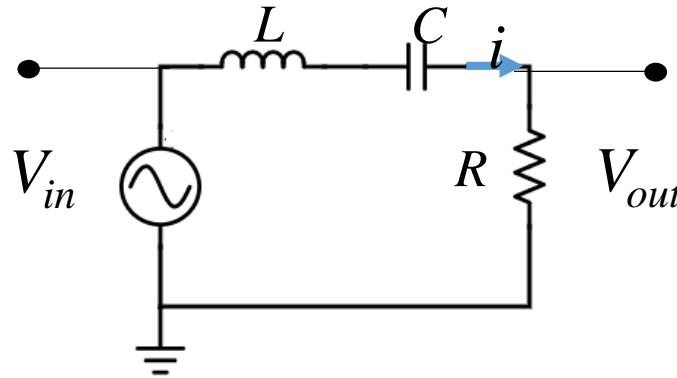
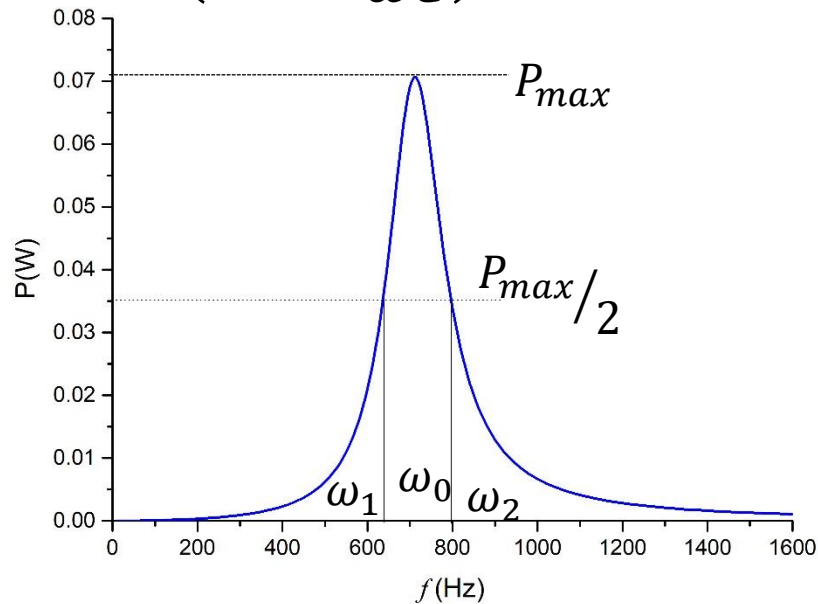


# Respuesta en frecuencia

Potencia disipada

$$P = I_{ef}^2 * R = \frac{I^2}{2} * R$$

$$P = \frac{V_{ef}^2 * R}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$



Transferencia de tensión

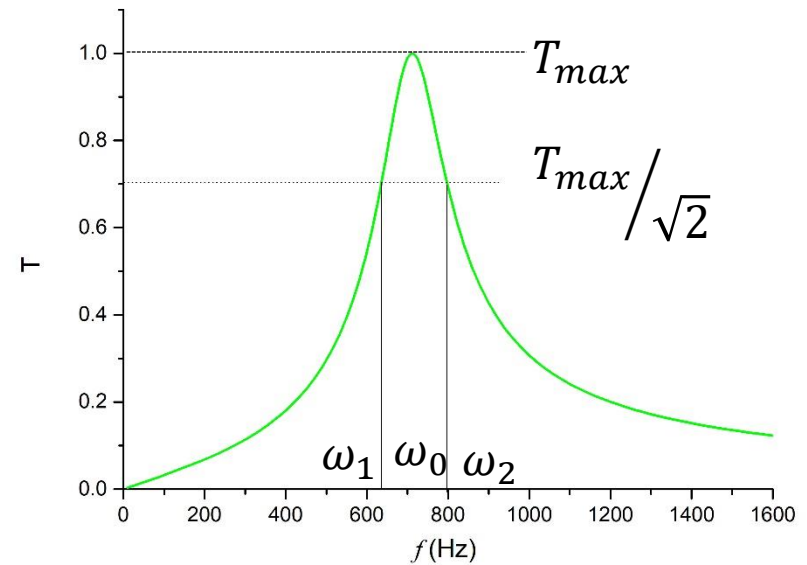
$$T = \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| = \frac{|I| * R}{V_0}$$

$$T = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

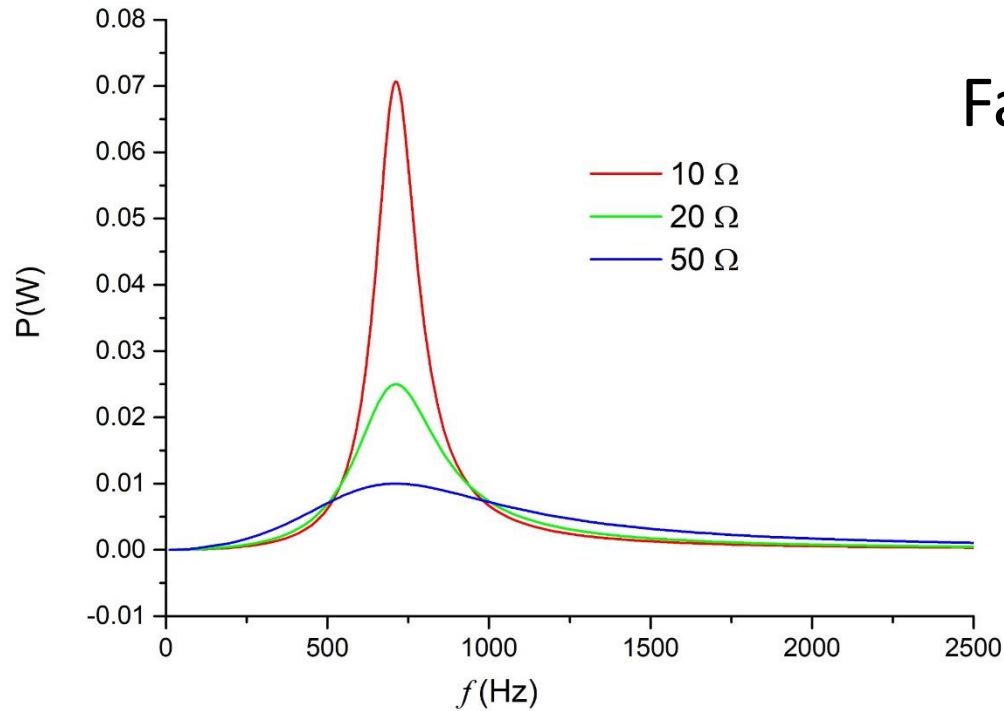
Ancho de la curva

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$$

$$\Delta\omega = \frac{R}{L}$$



# Influencia del valor de R



Ancho de banda

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}$$

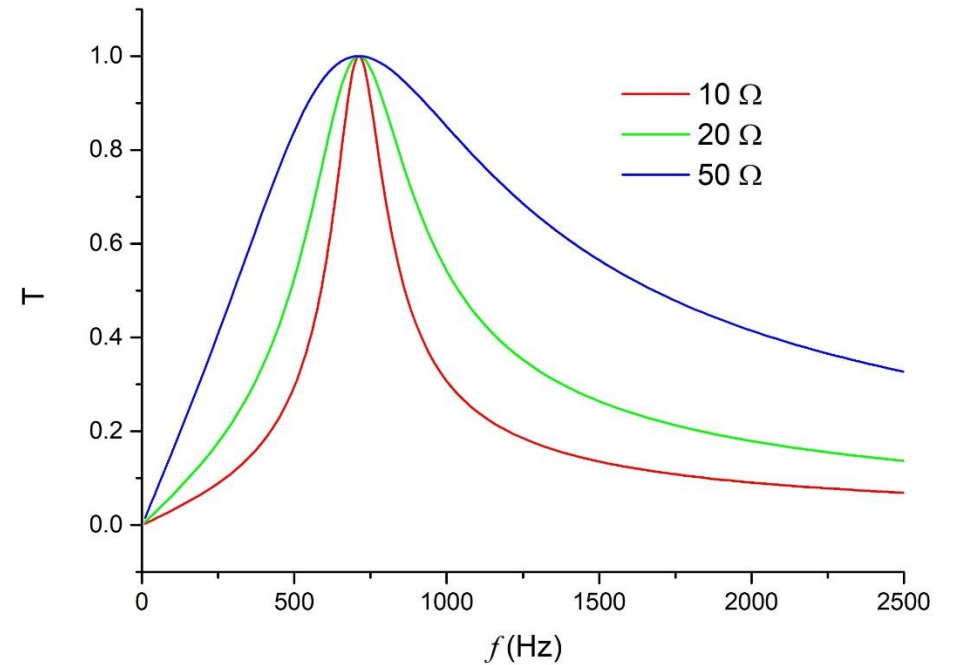
Factor de mérito

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}$$

$$Q = \omega_0 \frac{L}{R}$$

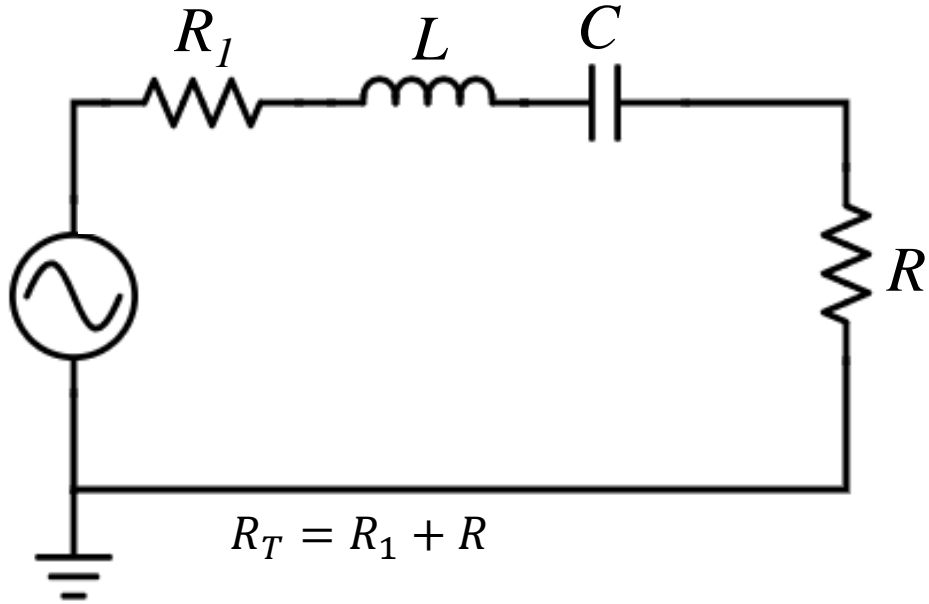
$R \uparrow$

$Q \downarrow$



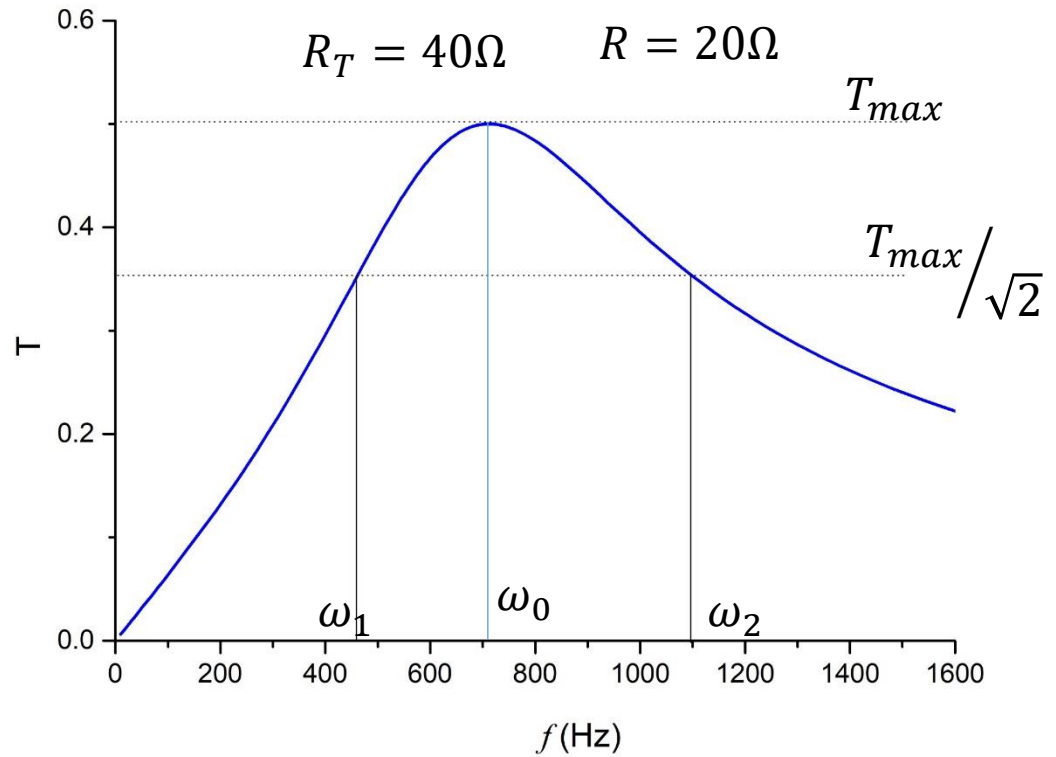


# RLC serie con dos resistencias

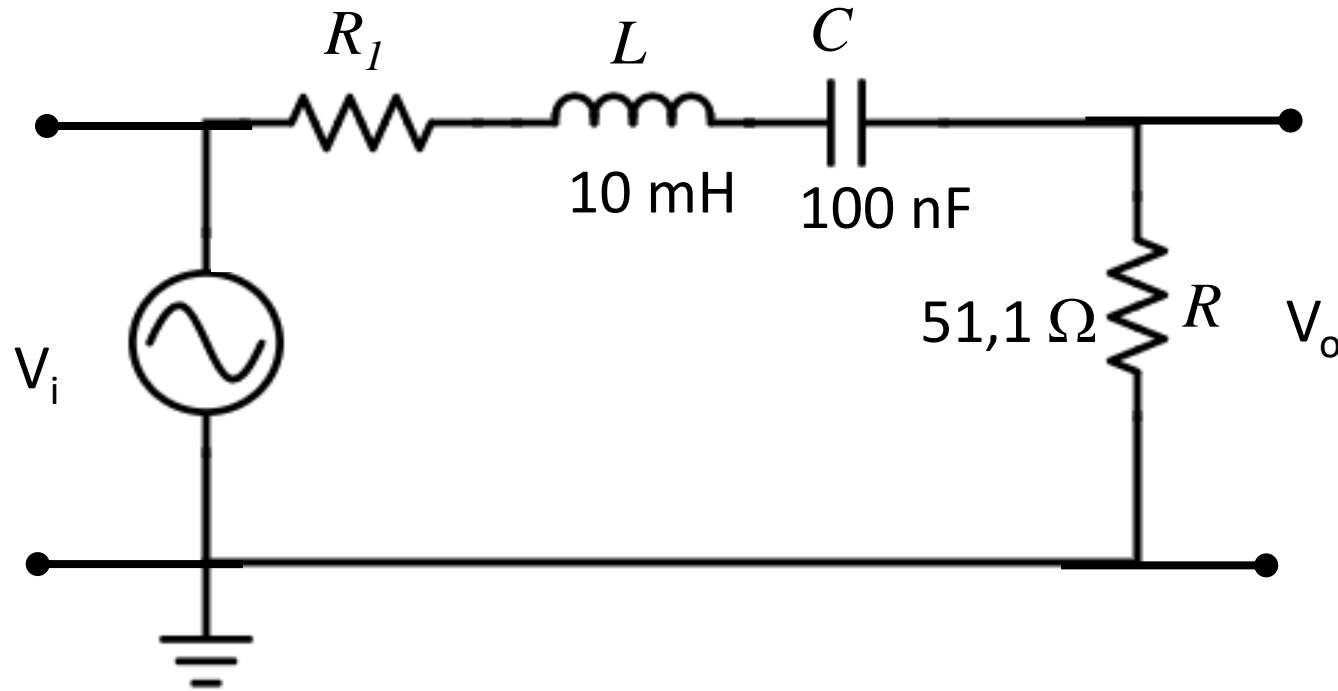


$$T = \frac{R}{\sqrt{R_T^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad T_{max} = \frac{R}{R_T} \quad Q = \omega_0 \frac{L}{R_T}$$

$$T = \frac{T_{max}}{\sqrt{1 + \left(Q \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \left(1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2\right)^2}}$$



# Experimento RLC serie con alimentación AC



Medir  $V_i$  y  $V_o$ , y la diferencia de fase  $\Delta\phi$

Seleccionar el rango de frecuencias para medir

Estudiar la transferencia y la diferencia de fase

Una vez estudiado el filtro adquirir la Transferencia y la diferencia de fase con el Script **Adquisición\_filtros.py**

# Script Análisis filtro pasabanda

Graficamos la transferencia y la diferencia de fase en función de la frecuencia

Del gráfico estimamos

$T_{max}$        $\omega_0$        $\omega_1$        $\omega_2$

```
Spyder (Python 3.7)
Archivo  Editar  Buscar  Código fuente  Ejecutar  Depurar  Terminales  Proyectos  Herramientas  Ver  Ayuda
Editor - C:\Users\User\Desktop\Adriana\Laboratorio 3\RLC\RLC_AC\AnálisisFiltroPasabanda.py
temp.py x AnalisisFiltroPasabanda.py x
25
26 file1 = 'Salidatransferencia20ohm.txt'
27 #en el archivo que leo las columnas están separadas por coma, la primera fila tiene el título entonces la salteo
28 Misdatos1=[]
29 Misdatos = np.loadtxt(file1, delimiter=",", skiprows=0)
30 #print(Misdatos1)
31 #Ordeno los datos con la tensión de entrada
32 Misdatos1=Misdatos[np.argsort(Misdatos[:, 4])]
33
34 """
35 #leer los datos desde un archivo csv delimitado por tabs
36 print("nombre del archivo completo con terminación .csv incluida")
37 file = input()
38 Misdatos1=np.genfromtxt(file,delimiter='\t',skip_header=1)
39 """
40 """
41 #Datos ordenados col0 :transmitancia, col1: incertidumbre transmitancia
42 col2: diferencia de fase, col3: incertidumbre de diferencia de fase
43 col4: frecuencia, col5: incertidumbre de frecuencia
44 """
45 tran= Misdatos1[:,0] #valores transferencia
46 errorr = Misdatos1[:,1] #incertidumbre de transferencia
47 diffase= Misdatos1[:,2]
48 errorrf= Misdatos1[:,3]
49 frec= Misdatos1[:,4] #valores de r
50 errorrf=Misdatos1[:,5] #valores de incertidumbre de r
51
52
53 #graficamos la transferencia en función de la frecuencia
54 plt.ion()
55 plt.close("all")
56 plt.figure(1)
57 plt.errorbar(frec, tran,xerr=errorrf,yerr=errorr,fmt=".b" );
58 plt.grid('on');
59 plt.xlabel('frecuencia(1/s)');
60 plt.ylabel('Transferencia');
61 plt.title('transferencia vs frecuencia')
62
#graficamos la diferencia de fase en función de la frecuencia
```

Corremos la segunda etapa del programa

Proponemos un ajuste para la transferencia vs frecuencia

Cargar los valores tomados del gráfico en el script.

Los usamos para estimar valores iniciales para el ajuste.

```
Editor - C:\Users\User\Desktop\Adriana\Laboratorio 3\RLC\RLC_AC\AnálisisFiltrosPasabanda.py
temp.py AnalisisFiltrosPasabanda.py
73
74 #Ajuste para filtro pasa banda
75
76 def transferencia(parameters, x):
77     f0 = parameters[0]
78     Q = parameters[1]
79     A = parameters[2]
80     y = A * np.sqrt(1 / (1 + (1 - (f0/x)**2)**2 * (x*Q/f0)**2))
81     return y
82
83 def get_residuals(parameters, y_data, x_data):
84     theoretical_function = transferencia(parameters, x_data)
85     residuals = np.abs(theoretical_function - y_data)
86     return residuals
87
88 #Cargar los parámetros extraídos del gráfico
89 guess_f0 = 1250.0 #frecuencia de resonancia
90 guess_fs = 1840.0 # frecuencia superior correspondiente a Tmax/(2)0.5
91 guess_fi = 875.0 # frecuencia inferior correspondiente a Tmax/(2)0.5
92 guess_Tmax = 0.35 # valor de Tmax
93 guess_Q = guess_f0 / (guess_fs - guess_fi)
94 guess_parameters = [guess_f0, guess_Q, guess_Tmax]
95
96 res_lsq = least_squares(get_residuals, guess_parameters, args=(tran, frec), method='trf')
97
98
99 best_parameters = res_lsq['x']
100
101 # Calculamos la matriz de covarianza "pcov"
102 def calcular_cov(res, y_datos):
103     U, S, V = np.linalg.svd(res.jac, full_matrices=False)
104     threshold = np.finfo(float).eps * max(res.jac.shape) * S[0]
105     S = S[S > threshold]
106     V = V[:, :S.size]
107     pcov = np.dot(V.T / S**2, V)
108
109     s_sq = 2 * res.cost / (y_datos.size - res.x.size)
110     pcov = pcov * s_sq
111     return pcov
```

Cargar el valor de la resistencia que emplearon para medir la corriente

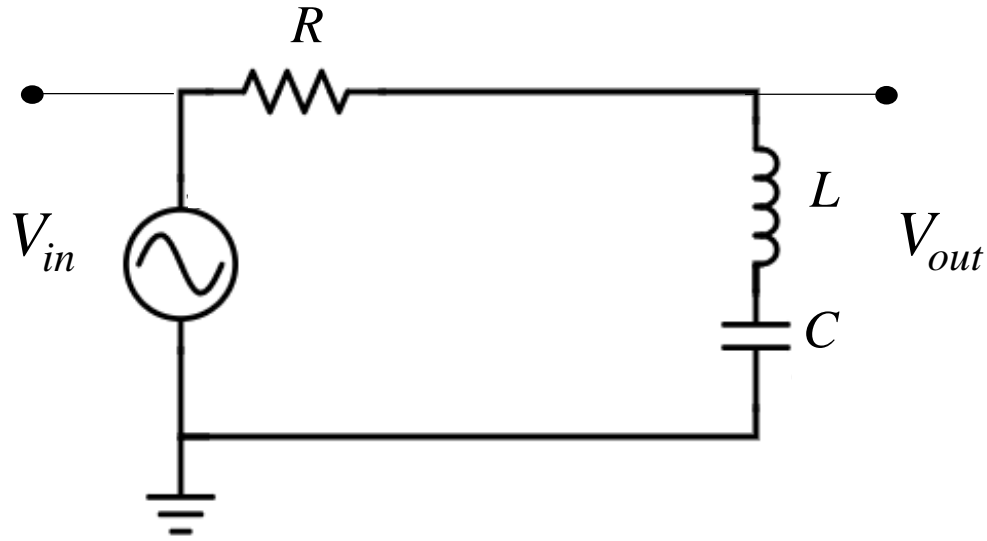
Del ajuste obtenemos los parámetros del circuito

```
Editor - C:\Users\User\Desktop\Adriana\Laboratorio 3\RLC\RLC_AC\AnálisisFiltrosPasabanda.py
temp.py AnalisisFiltrosPasabanda.py*
116 # De la matriz de covarianza podemos obtener los valores de desviación estándar
117 # de los parámetros hallados
118 pstd = np.sqrt(np.diag(pcov))
119
120
121
122
123 frecfit=np.arange(frec[0],frec[-1], (frec[-1]-frec[0])/100)
124 fitted_function = transferencia(best_parameters, frecfit)
125 plt.figure(3)
126 plt.scatter(frec, tran,label='data1')
127 plt.plot(frecfit, fitted_function, color = 'red', linewidth = 2.0, label='fit')
128 #N=len(frec)
129 #plt.xlim(x1[0],x1[N-1])
130 plt.xlabel("Frecuencia (1/s)")
131 plt.ylabel("Transferencia(V)")
132 fresonancia=int(best_parameters[0])
133 print(fresonancia)
134 plt.title('frecuencia de resonancia='+ str(fresonancia))
135
136
137 print("PARAMETROS DEL AJUSTE de la transferencia")
138 print('Frecuencia de resonancia: (',round(best_parameters[0],3),' ± ',round(pstd[0],3), ') 1/s')
139 print('Factor de mérito: ',round(best_parameters[1],3),' ± ',round(pstd[1],3))
140 print('Máxima Transferencia: ',round(best_parameters[2],3),' ± ',round(pstd[2],3))
141
142 Rmedicion=20.0 #cargar el valor de la resistencia que usaron para medir la corriente
143 Resistencia=Rmedicion/best_parameters[2]
144 Inductancia= best_parameters[1]*Resistencia/(best_parameters[0]*2*np.pi)
145 Capacidad= 1/(best_parameters[0]*2*np.pi)**2/Inductancia
146
147 print (Resistencia, 'ohm')
148 print(Inductancia, 'H')
149 print(Capacidad, 'F')
150
151
152
...
```

# Punto de control

- Estudiar la transferencia y la diferencia de fase del circuito RLC serie midiendo la tensión de salida sobre R
- Realizar el estudio para  $R= 51.1 \Omega$
- Determinar frecuencia de resonancia, ancho de banda y factor de mérito para cada circuito

# RLC serie medición sobre R – L



$$T = \frac{\left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right|}{\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}$$

$$V_{out} = \frac{j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) V}{R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}$$

$$T = \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right|$$

$$T = \left| \frac{j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) I}{V_0} \right|$$

$$\tan \varphi = \frac{R}{\left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}$$

# Respuesta en función de la frecuencia

$$T = \frac{\left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right|}{\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}$$

Frecuencia de rechazo

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Ancho de banda de rechazo

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$$

$$\tan \varphi = \frac{R}{\left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}$$

