

Transformadores

Inducción de Faraday → Transformadores

Oersted

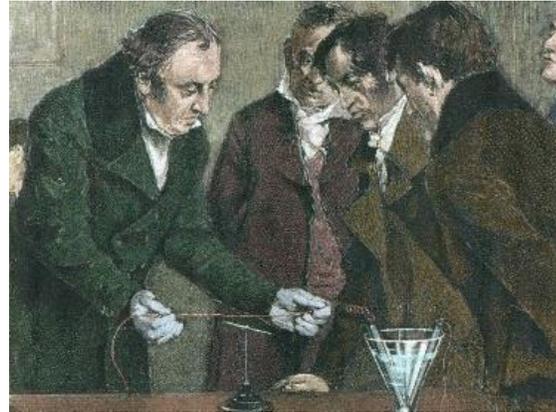
(1820)

“Una corriente eléctrica produce un campo magnético”

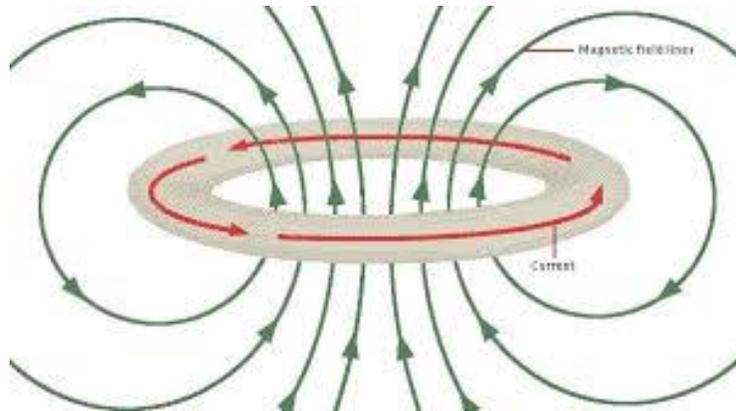


Inducción de Faraday → Transformadores

Oersted (1820)
“Una corriente eléctrica produce un campo magnético”



Faraday (1831)
“Un campo magnético, producirá una corriente”



$$V_{ind} = - \frac{d\phi}{dt} = - \frac{d(\iint B \cdot dS)}{dt}$$

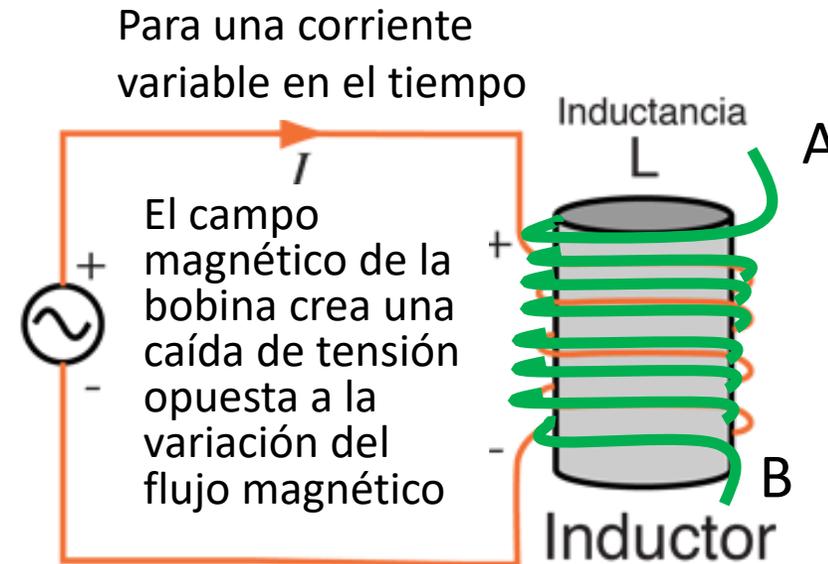
$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{forma local})$$

Acoplamiento inductivo

Ley de Faraday

$$\varepsilon = - \frac{d\phi_1}{dt}$$

$$\varepsilon = -N_1 A_1 \frac{dB}{dt} = -L_1 \frac{dI}{dt}$$



Agregamos una bobina concéntrica de N_2 espiras

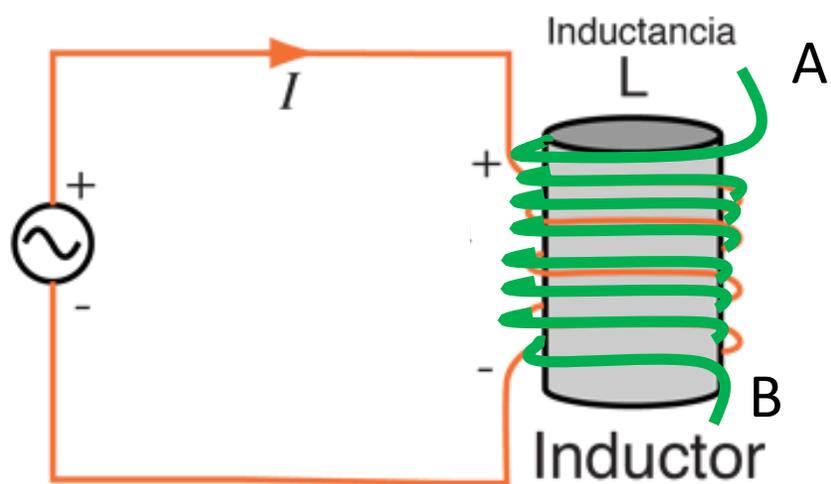
¿Cuánto vale V_{AB} si $I = \text{cte.}$? $\longrightarrow V_{AB} = 0$

¿Cuánto vale V_{AB} si I varía con el tiempo? $\longrightarrow V_{AB} = - \frac{d\phi_{21}}{dt} =$

$$A_2 \leq A_1$$

$$V_{AB} = -N_2 A_2 \frac{dB}{dt} = -M \frac{dI}{dt}$$

Acoplamiento inductivo

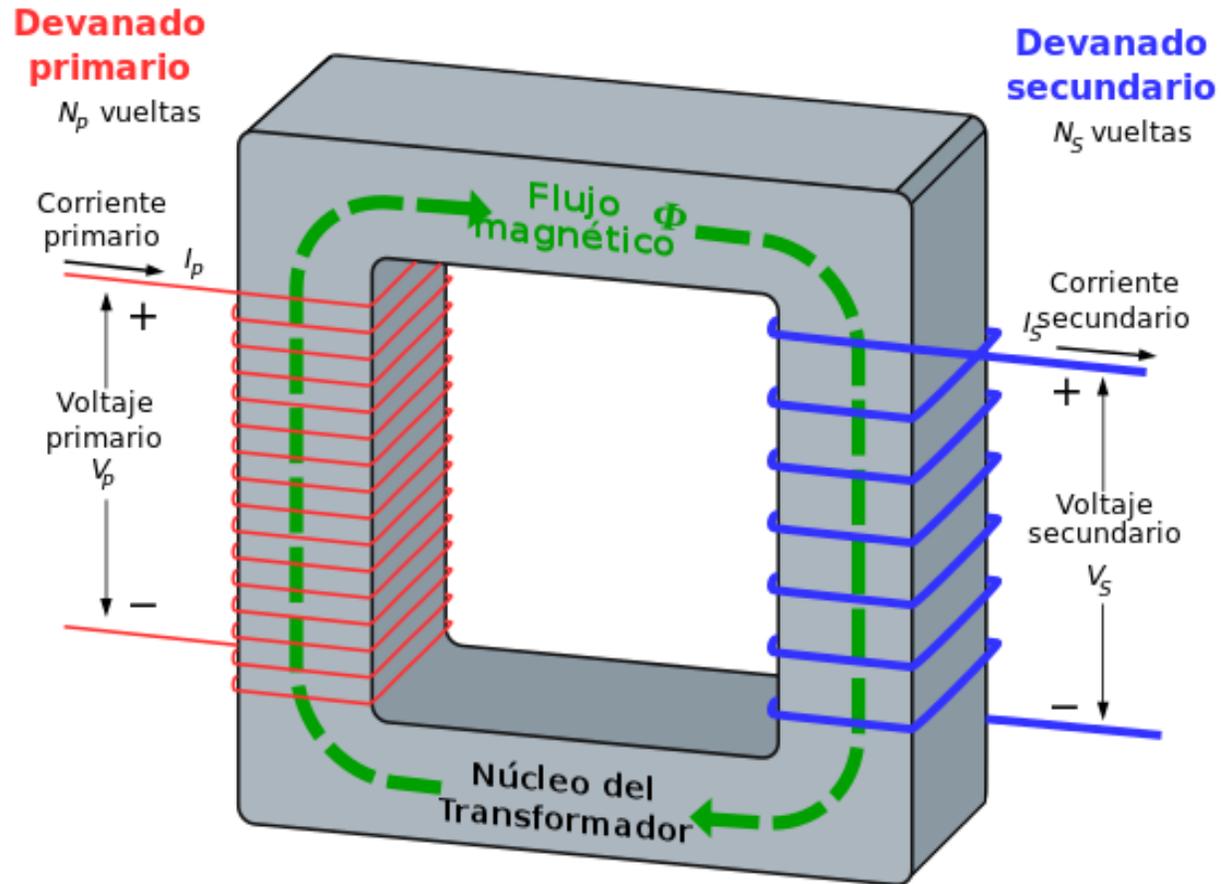


$$L_1 = \frac{\mu N_1^2 A}{h}$$

$$L_2 = \frac{\mu N_2^2 A}{h}$$

$$M = \frac{\mu N_1 N_2 A}{h} = \sqrt{L_1 L_2}$$

Transformadores:



$$L_{p,s} = \mu N_{p,s}^2 \frac{A}{L} \quad n = \frac{N_s}{N_p}$$

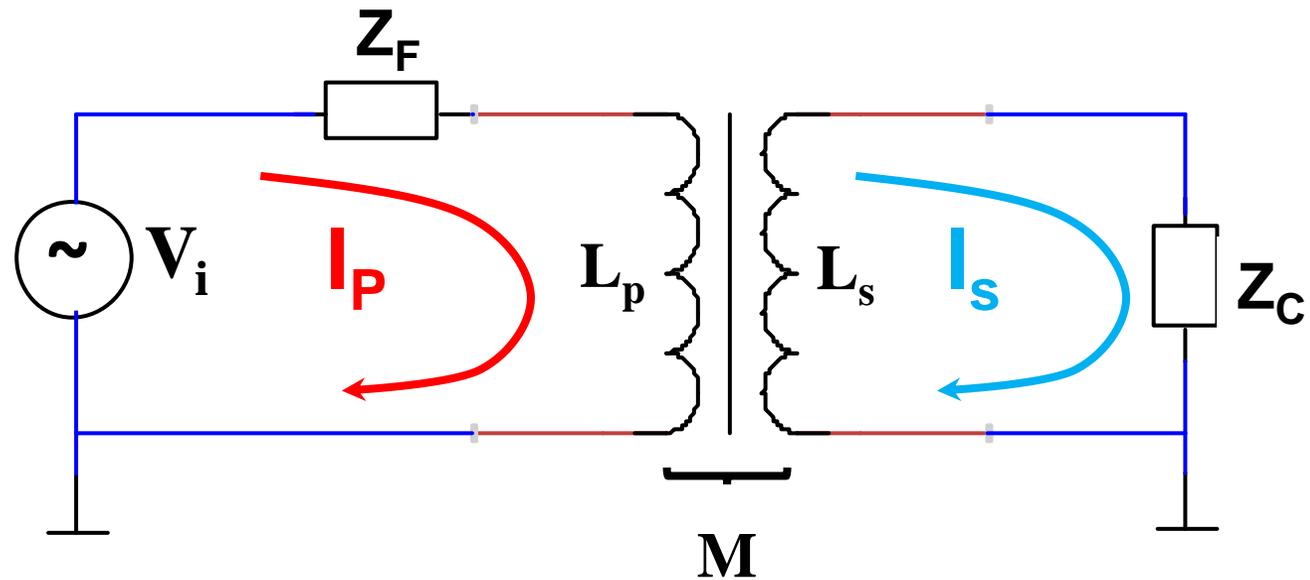
Transformador ideal

$$M = \sqrt{L_p L_s}$$

Transformador NO ideal

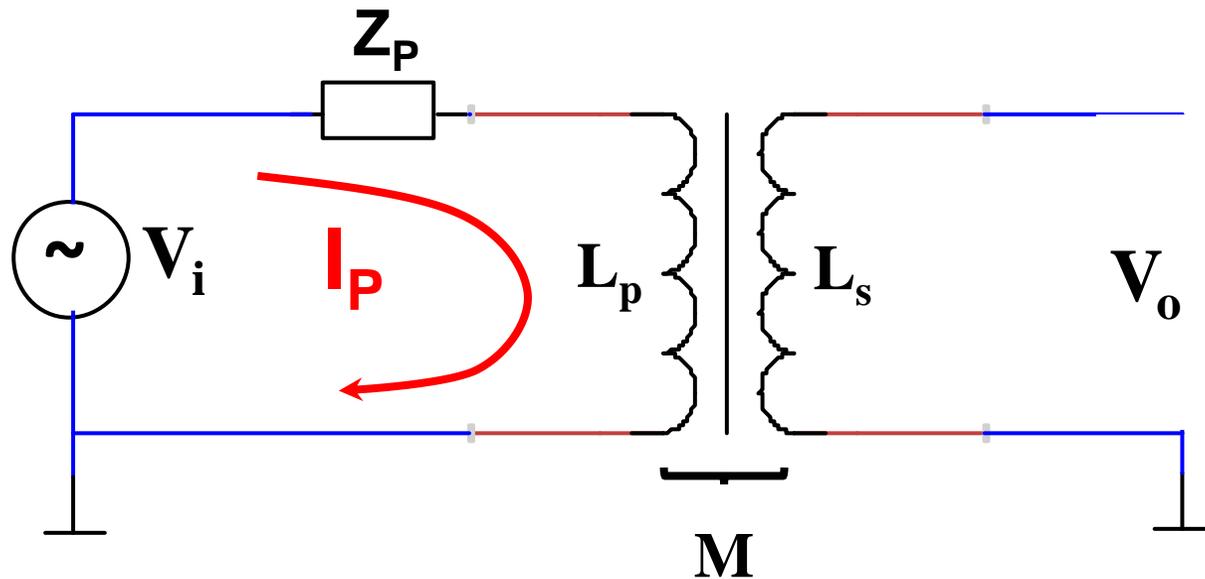
$$M = k \sqrt{L_p L_s} \quad k < 1$$

Transformadores:



$$\begin{cases} V_i = I_p (Z_F + j\omega L_p) \pm I_s j\omega M \\ 0 = \pm I_p j\omega M + I_s (Z_C + j\omega L_s) \end{cases}$$

Transformadores:



$$Z_C = \infty \longrightarrow I_s = 0$$

$$V_i = I_p (R_p + j\omega L_p) \quad Z_p = R_p$$

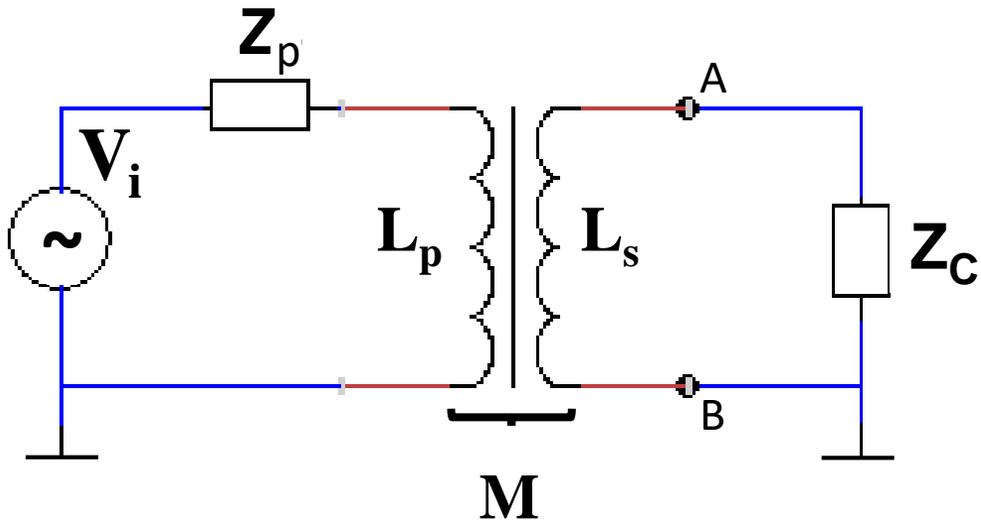
$$V_o = \pm I_p j\omega M$$

$$\begin{cases} V_i = I_p (Z_p + j\omega L_p) \pm I_s j\omega M \\ 0 = \pm I_p j\omega M + I_s (Z_C + j\omega L_s) \end{cases}$$

Transformador ideal $R_p \ll \omega L_p$

$$\left| \frac{V_o}{V_i} \right| = \frac{M}{L_p} = \sqrt{\frac{L_s}{L_p}} = n = \frac{N_s}{N_p} \quad \frac{L_s}{L_p} = n^2$$

Transformadores:



$$Z_C = 0 \quad \longrightarrow \quad I_S = I_{cc}$$

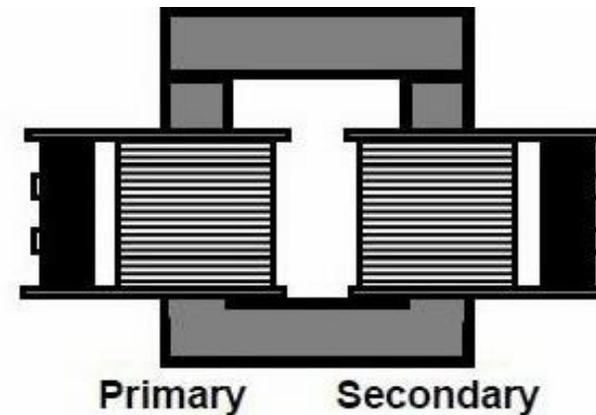
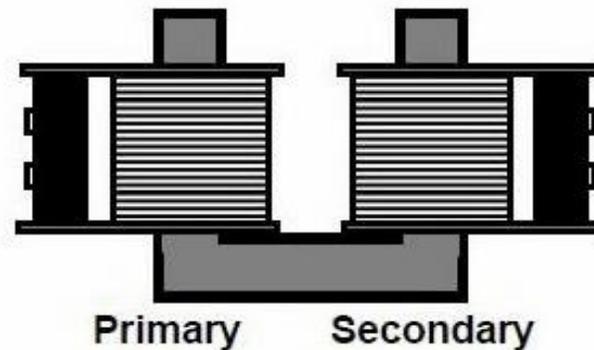
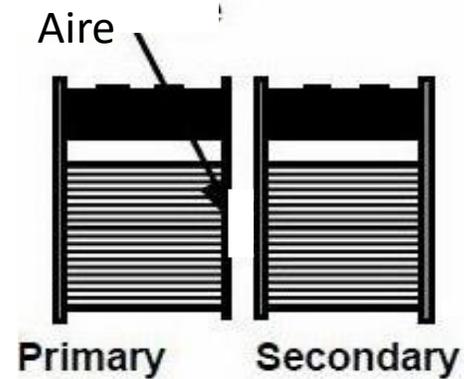
$$V_i = I_p (R_p + j\omega L_p) \mp jI_s \omega M$$

$$0 = \pm I_p j\omega M + jI_s \omega L_s$$

$$\begin{cases} V_i = I_p (Z_p + j\omega L_p) \pm I_s j\omega M \\ 0 = \pm I_p j\omega M + I_s (Z_C + j\omega L_s) \end{cases}$$

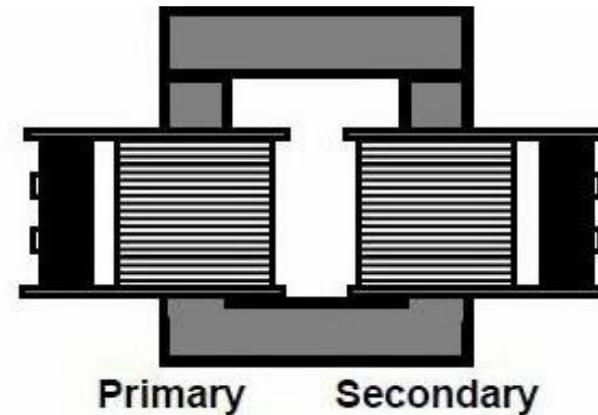
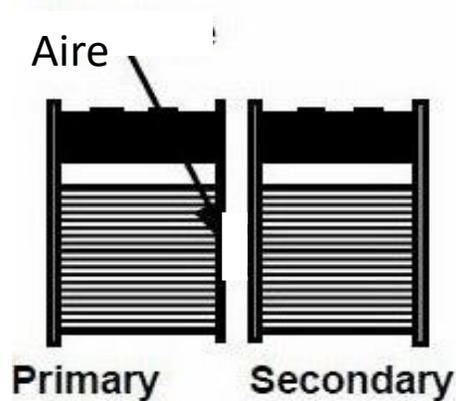
$$\left| \frac{I_s}{I_p} \right| = \frac{M}{L_s} = \sqrt{\frac{L_p}{L_s}} = \frac{1}{n} = \frac{N_p}{N_s}$$

Estudio de acoplamiento de circuitos



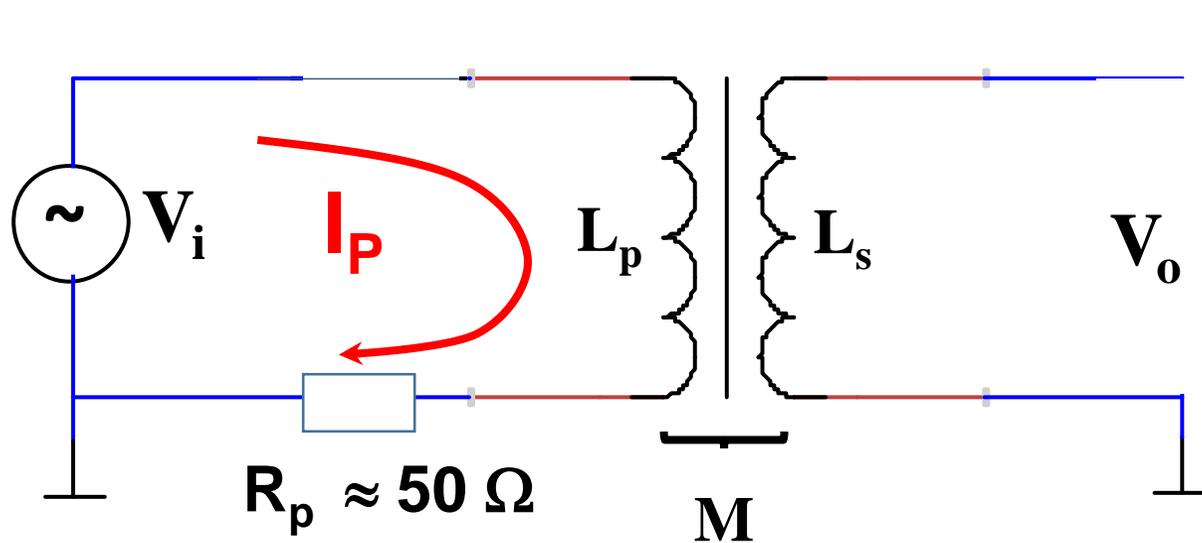
Comparar el acoplamiento entre bobinas para tres configuraciones a frecuencia fija (≈ 300 Hz)

Estudio de acoplamiento de circuitos



Seleccionar una configuración y caracterizar el acoplamiento (determinar M)

Transformadores:



$$V_i = I_p (R_p + j\omega L_p)$$

$$V_o = \pm I_p j\omega M$$

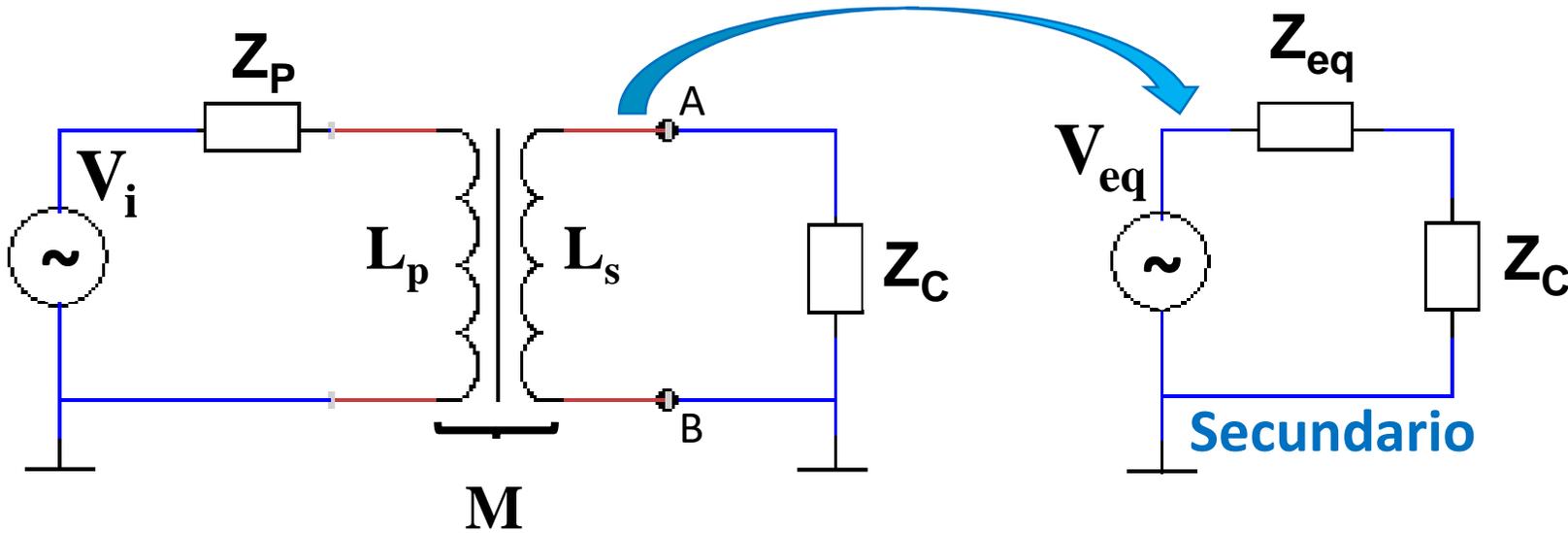
Medir V_o y V_R

Estudiar I_p vs frecuencia y obtener M

Determinar L_p y L_s , y evaluar k

Estudiar para las dos configuraciones a circuito abierto
Emplear frecuencias desde 10Hz a 1000 Hz

Transformadores con carga:



$$V_{eq} = V_{AB}(I_s = 0) = \pm I_p j\omega M$$

$$I_p = \frac{V_i}{Z_p + j\omega L_p}$$

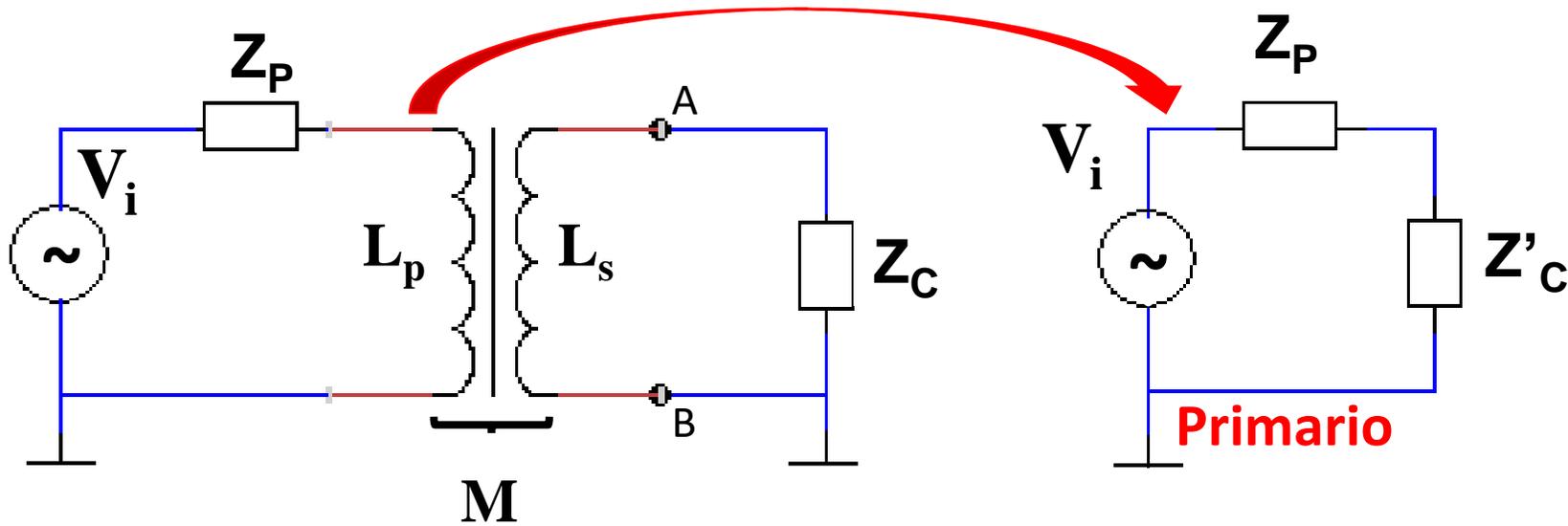
$$\frac{L_s}{L_p} = n^2$$

$$\frac{|V_{eq}|}{|V_i|} = \frac{\omega M}{\sqrt{Z_p^2 + (\omega L_p)^2}} = \frac{M}{L_p} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_{0p}}{\omega}\right)^2}} \underset{R_p \ll \omega L_p}{\simeq} k n \quad \text{con} \quad \omega_{0p} = \frac{R_p}{L_p} \quad Z_p = R_p$$

$$Z_{eq} = \frac{V_{eq}}{I_s(Z_c = 0)} = \frac{j\omega L_s V_i}{Z_p I_p} = \frac{j\omega L_s (Z_p + \frac{\omega^2 M^2}{Z_s})}{Z_p} = j\omega L_s + \frac{\omega^2 M^2}{R_p + j\omega L_p} \simeq j\omega(L_s - k^2 L_s) + \frac{M^2}{L_p^2} R_p \simeq n^2 R_p$$

Impedancia del primario reflejada en el secundario

Transformadores:



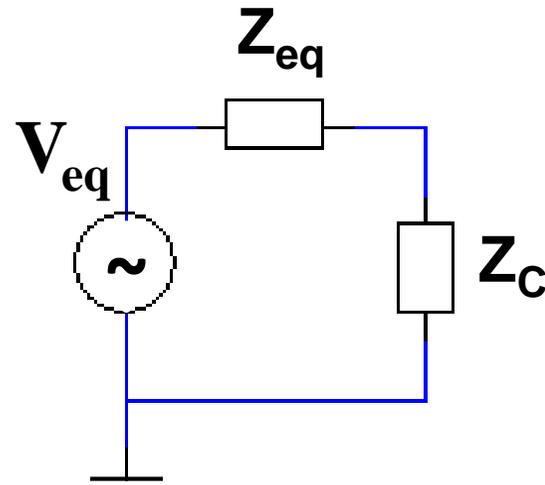
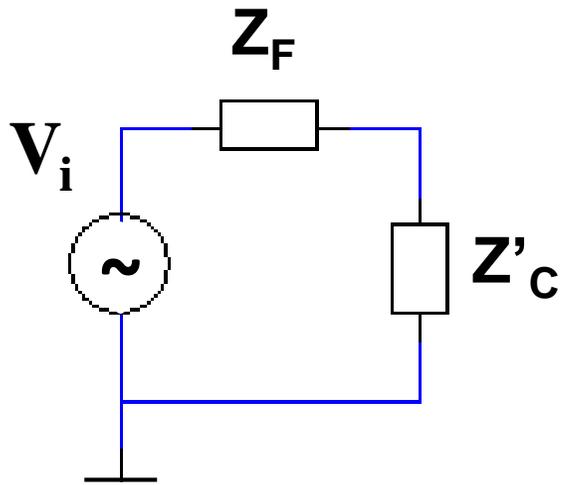
$$V_i = I_p \left[Z_p + \frac{\omega^2 M^2}{Z_s} \right] = I_p Z_T$$

$$Z_T = R_p + j\omega L_p + \frac{\omega^2 M^2}{Z_s} \begin{matrix} R_c \gg \omega L_p \\ \simeq \\ R_c \ll \omega L_s \end{matrix} R_p + \frac{Z_c}{n^2}$$

**Impedancia del secundario
reflejada en el primario**

Transformador ideal: ($k = 1$)

$$M = \sqrt{L_p L_s} \quad \frac{L_s}{L_p} = n^2 \quad \omega L_{p,s} \gg R_{p,c}$$



$$V_{eq} = \pm n V_i \quad I_s = \pm \frac{I_p}{n}$$

$$V_{eq} = V_s \quad (I_s = 0)$$

$$Z'_C = \frac{Z_C}{n^2}$$

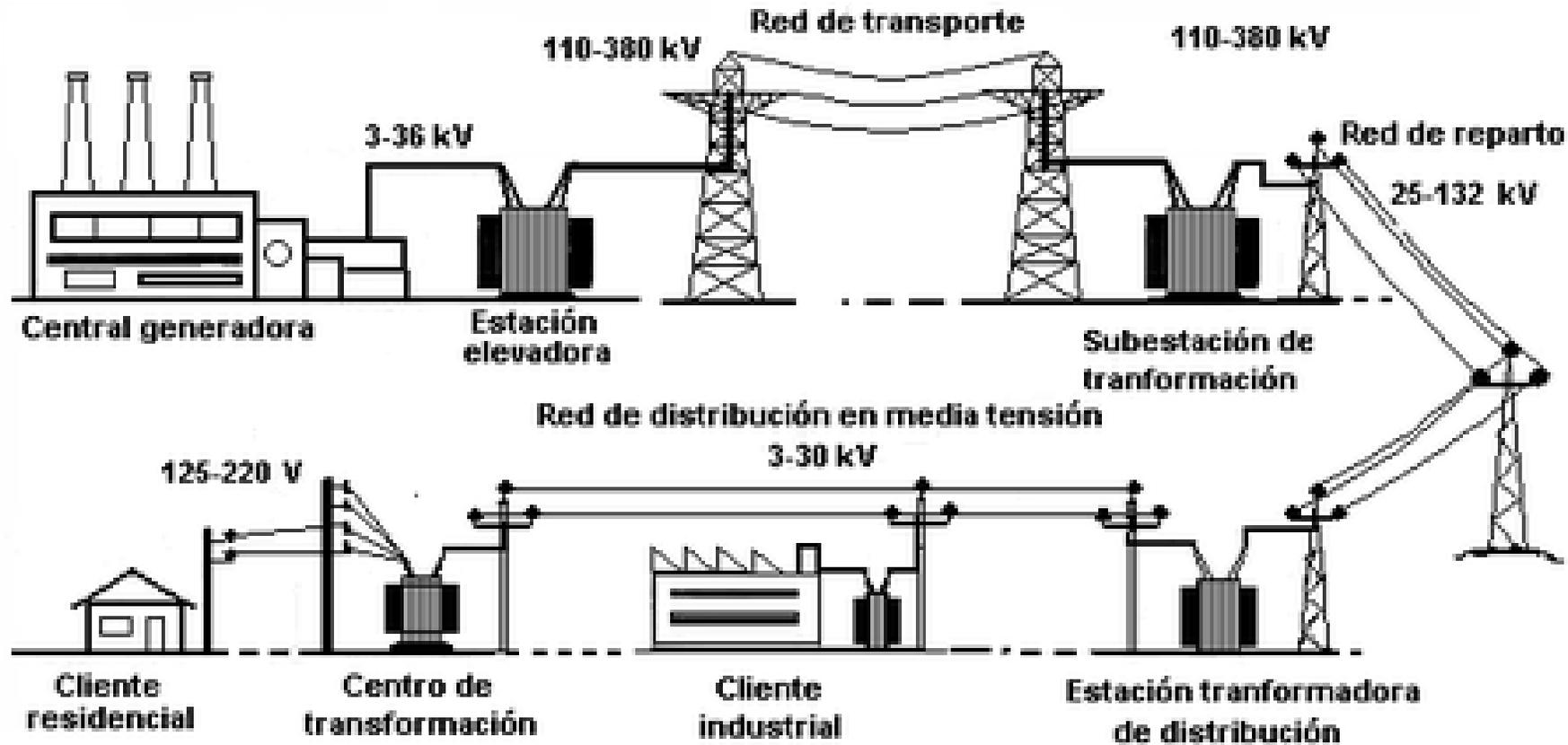
$$Z_{eq} = n^2 R_p$$



$$I_p V_p = I_s V_s$$

Se conserva la energía!

Red de distribución eléctrica:



Conviene transportar la “energía eléctrica” como alta tensión – baja corriente

Propuesta → caracterizar un “trafo”



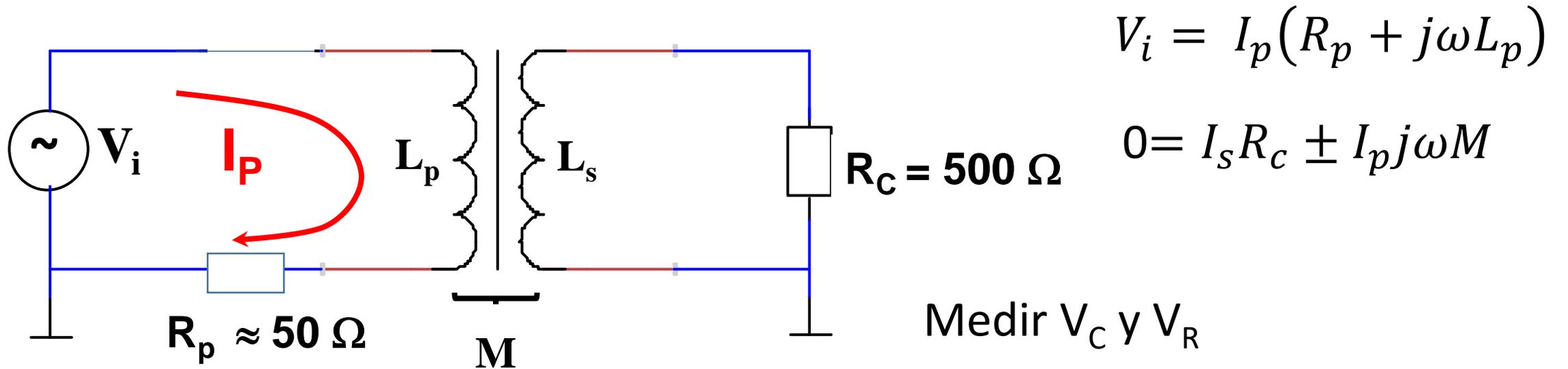
- Verificar relaciones entre $V_p - V_s$ y $I_p - I_s$
- Determinar n
- Determinar L_p , L_s y k

Medición del Transformador “sin carga”

Realizar la medición con el mismo método empleado el transformador experimental

Determinar L_p , L_s y M usando una frecuencia fija $f \approx 1$ kHz

Transformador con carga:



Estudiar la relación I_p / I_s

Determinar L_p y L_s , y evaluar k

Puntos de Control

1. Caracterizar una configuración del transformador experimental
2. Medir (V_i vs I_p) a secundario abierto y determinar L de cada bobinado. Medir V_s en función de f y determinar M y k a secundario “abierto”.
3. Para el transformador comercial determinar L de cada bobinado y M a frecuencia de 1kHz
4. Con una carga fija en el secundario, medir (I_p vs I_s) y comparar con la relación entre las tensiones
5. Comparar con los datos del fabricante del transformador