MEDICIONES DE
Circuito RC - RL - RLC
Respuesta transitoria

LABORATORIO 3
1er cuatrimestre 2024

Fenómenos Transitorios Eléctricos

ESTACIONARIO → **TRANSITORIO** → **ESTACIONARIO**

Proceso muy general → se lo encuentra en muchas fenómenos / áreas de la física:

→ determina la existencia de un tiempo característico y de una amplitud de la señal "perturbada".

→ frecuencias características (ondas estacionarias)

SONIDO

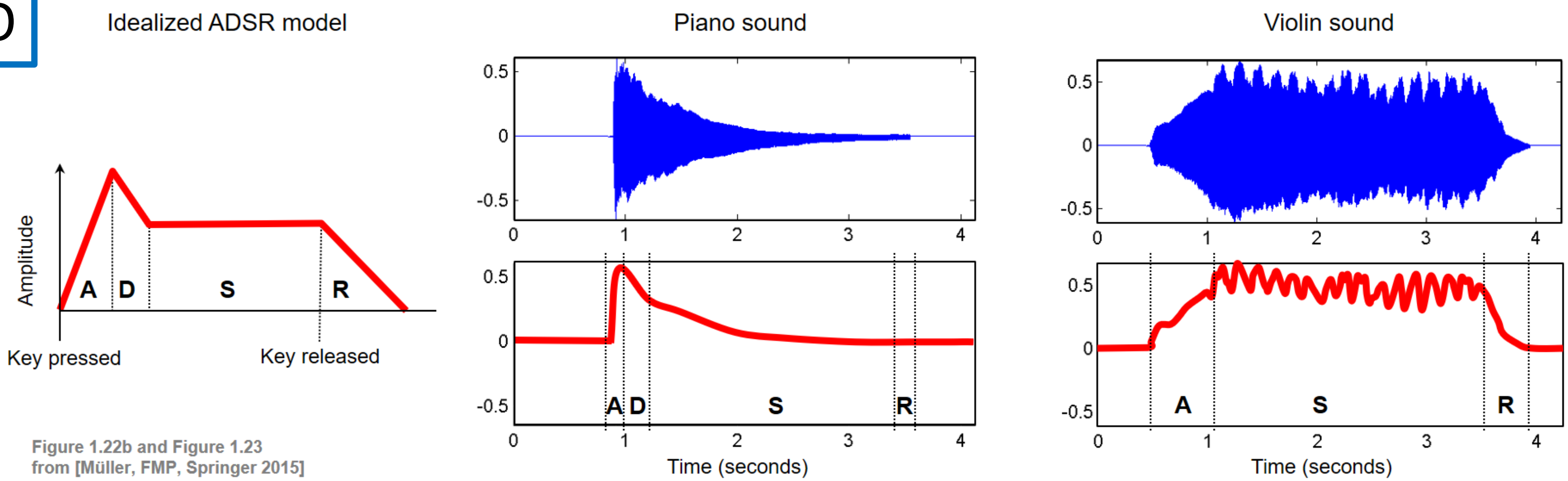


Figure 1.22b and Figure 1.23 from [Müller, FMP, Springer 2015]

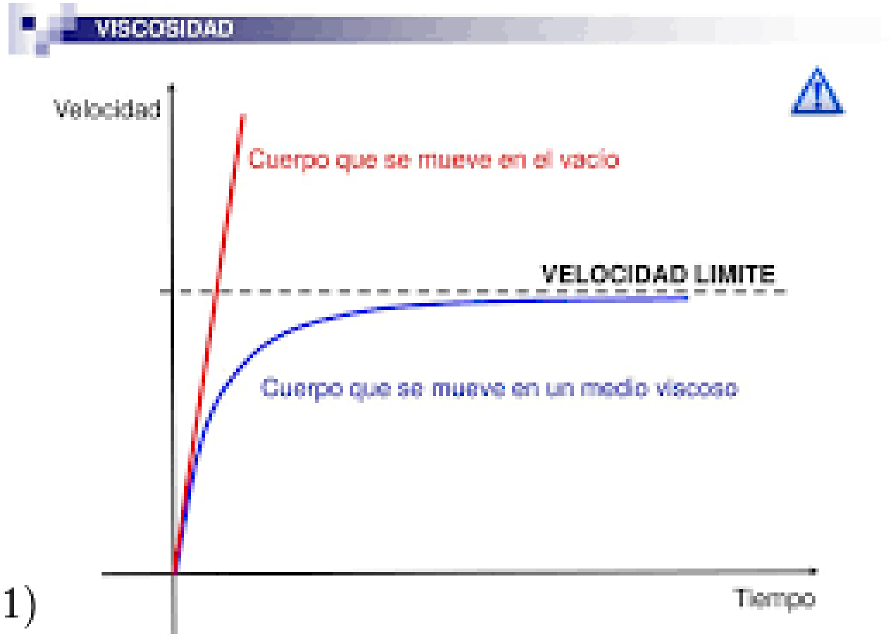
Fenómenos Transitorios

Caída libre (en medio viscoso)

$$\ddot{y} - b = 0 \quad \text{(sin rozamiento)}$$

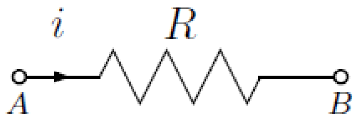
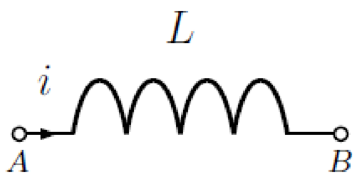
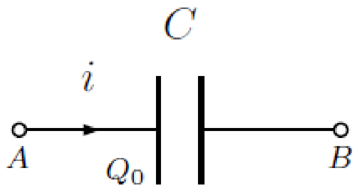
$$\ddot{y} + a\dot{y} - b = 0$$

$$\begin{cases} v_y = v_0 e^{-k_w t/m} + \dfrac{mg}{k_w}(e^{-k_w t/m} - 1) \\ y = h_0 - \dfrac{mgt}{k_w} + m\left(\dfrac{mg + k_w v_0}{k_w^2}\right)(e^{-k_w t/m} - 1) \end{cases}$$

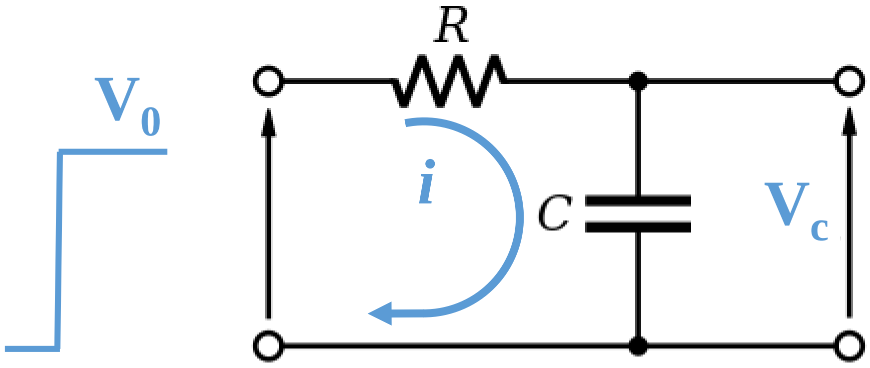


Transitorios Eléctricos: el circuito RC serie

Resistencia (R)- Inductancia (L) – Capacitancia (C)

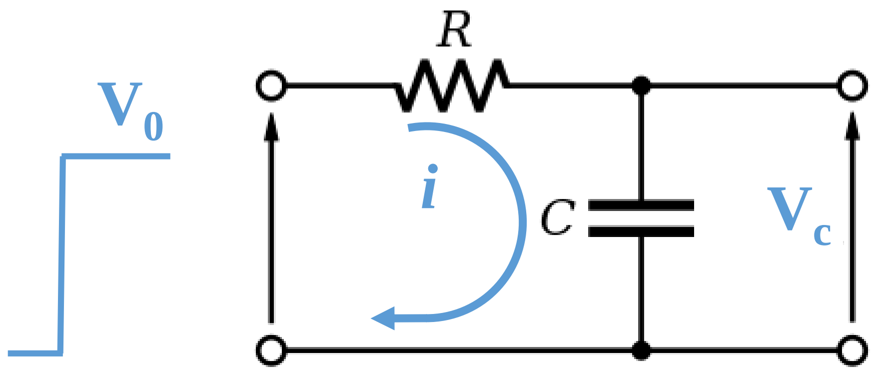
	$\Delta V_R \equiv V_B - V_A = -\,i\,R$
	$\Delta V_L \equiv V_B - V_A = -\,L\,\mathrm{d}i/\mathrm{d}t$
	$\Delta V_C \equiv V_B - V_A = -\,\frac{Q_0}{C} = -\frac{1}{C}\int i\,\mathrm{d}t$

$V(t \leq 0) = 0$. Qué pasa al aplicar $V_0\,(t>0)$?



El circuito RC serie

El enfoque experimental



PREGUNTAR
OBSERVAR

-Habrá un tiempo característico?

-La i, V_R, V_C alcanzarán un estado estacionario?

-Cómo evolucionarán i(t) y Vc(t)?

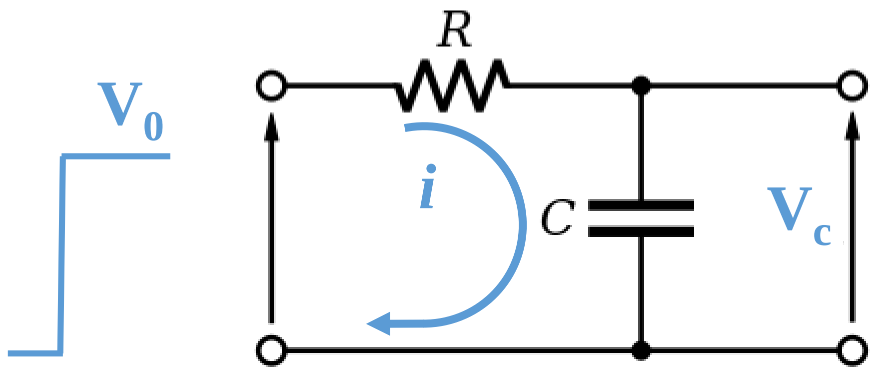
-Diseño del experimento

El circuito RC serie

El enfoque teórico

MODELIZAR

ANALIZAR



$$V_0 = i\,R + \frac{1}{C}\int_0^t i\,\mathrm{d}t' + V_C(0) \qquad t > 0$$

$$0 = R\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}i \qquad t > 0$$

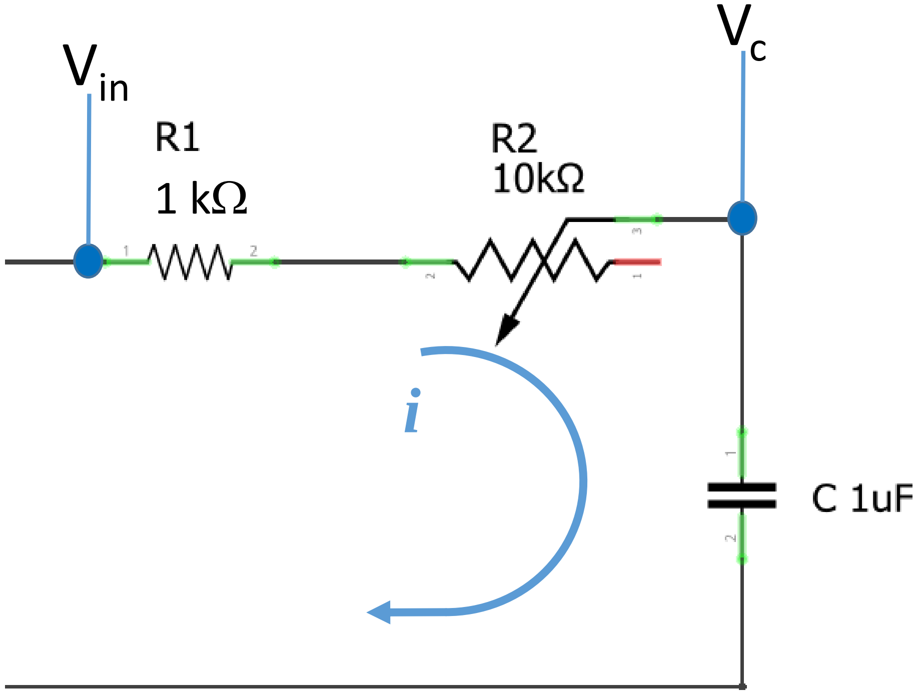
Ecuación diferencial ordinaria, lineal, homogénea de orden 1

$$i(t) = \mathrm{A}\,e^{Bt} \qquad \frac{di}{dt}(t) = \mathrm{AB}\,e^{Bt} = B\,i(t)$$

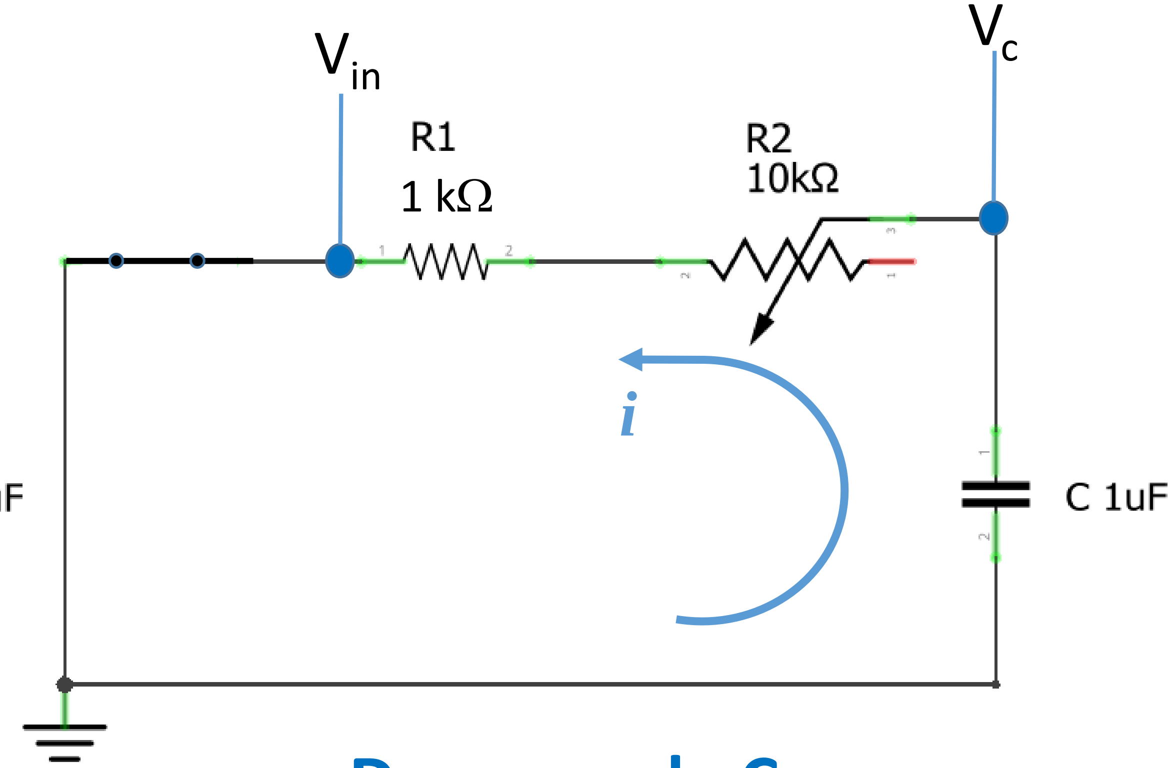
$$(RCB + 1)e^{Bt} = 0 \;\rightarrow B = -\frac{1}{RC}$$

El circuito RC serie: estudio experimental

Diseño del experimento: **Medir i(t), medir V(t) / variar R1+R2**



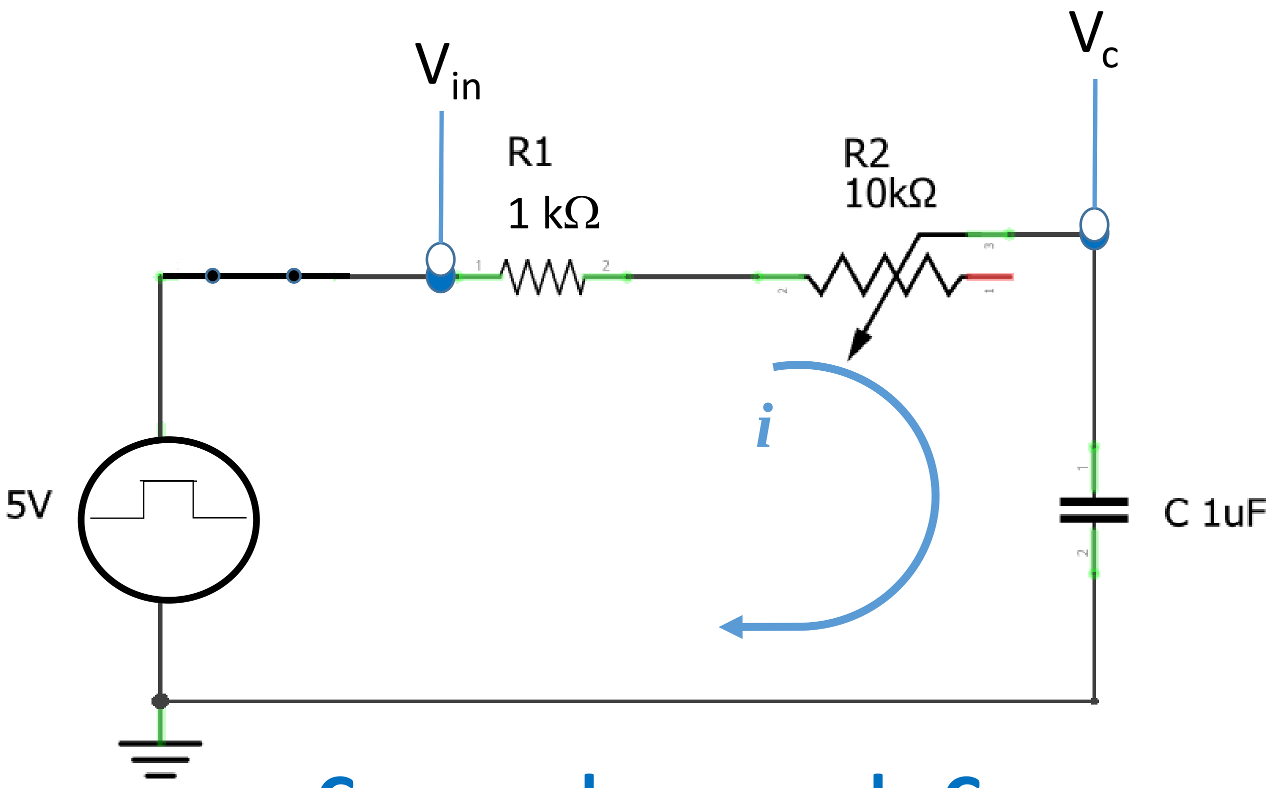
Carga de C a través de R1+R2



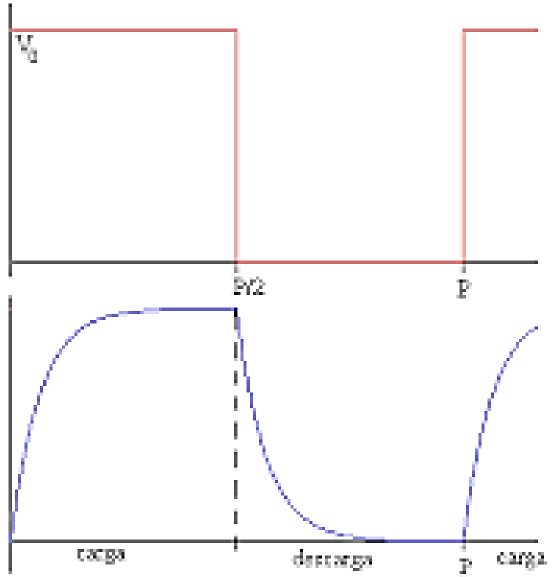
Descarga de C a través de R1+R2

El circuito RC serie: estudio experimental

Diseño del experimento: **Medir $V_{in}(t)$, medir $V_C(t)$ / variar R1+R2**



i = $(V_{in} - V_C)$ / (R1 + R2); $\left[\frac{\Delta i}{i} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta R}{R}\right]$



Carga y descarga de C a través de R1+R2

Tiempo de medición > Tiempo característico (τ)

El circuito RC serie: estudio experimental

Recordar la nomenclatura para la selección de los condensadores

$$\underbrace{10}_{10}\underbrace{4}_{0000} = 10\times10^{4}$$

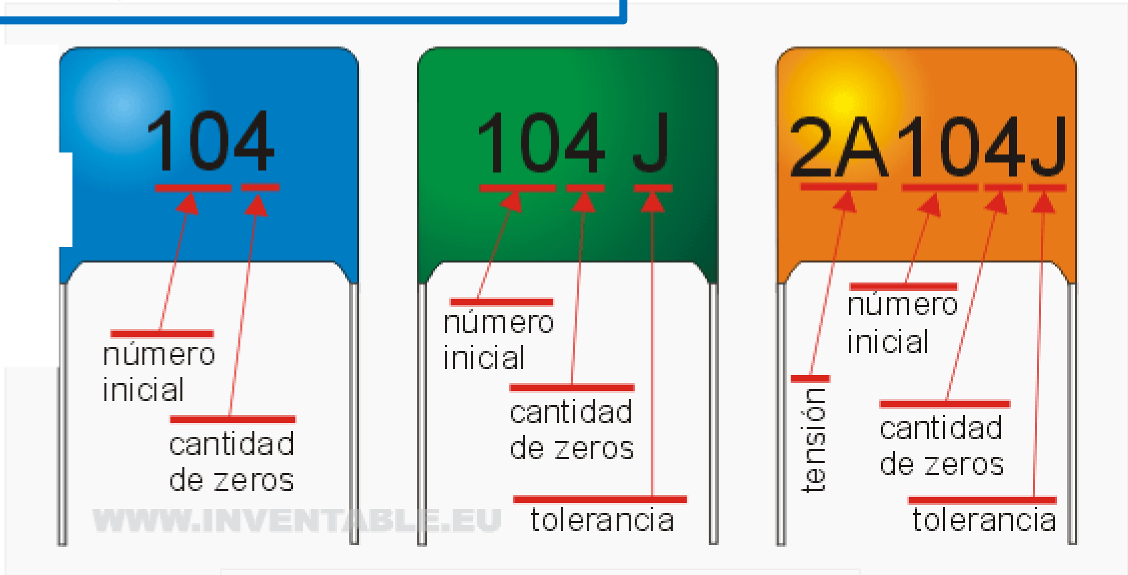
10 0000 pF

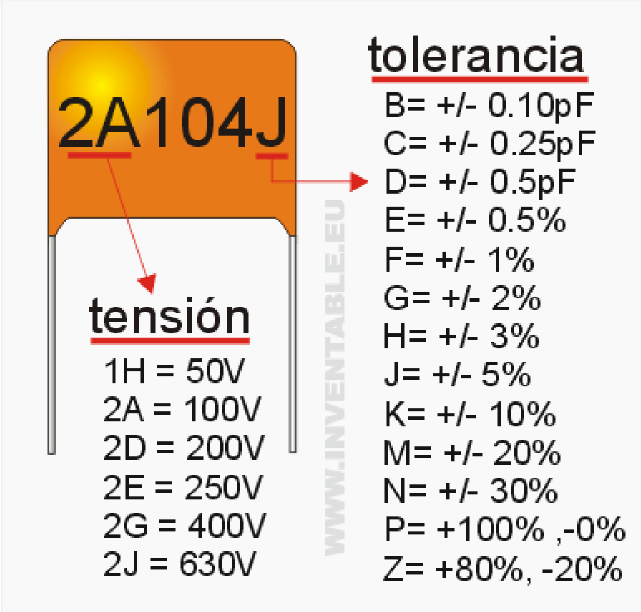
Electrolítico

Poliéster

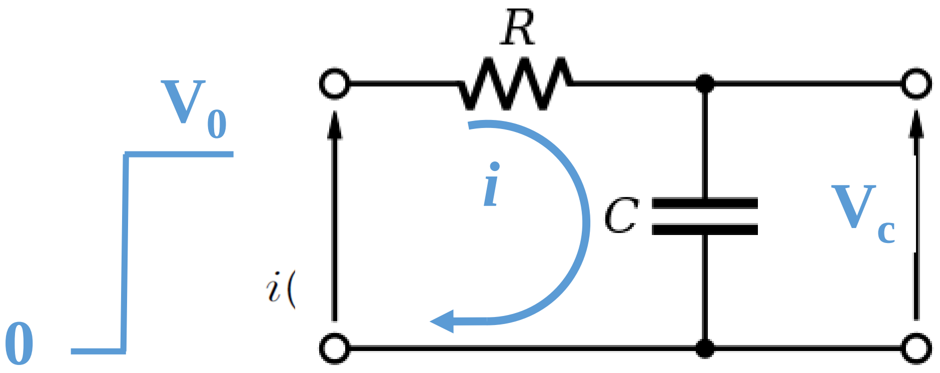
Cerámico

Respetar la polaridad de los "electrolíticos"





Análisis del "semi-ciclo"



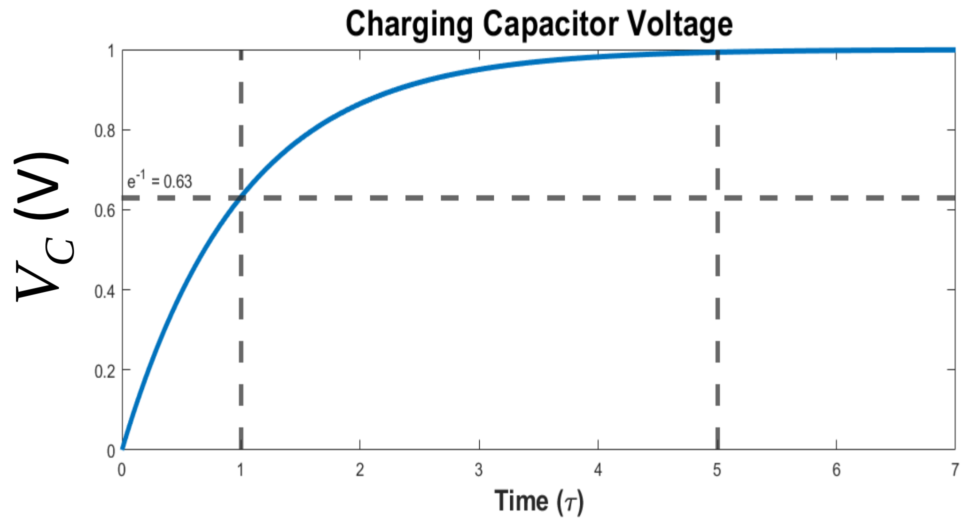
$$i(t) = \frac{V_0 - V_C(0)}{R}\, e^{-t/RC}$$

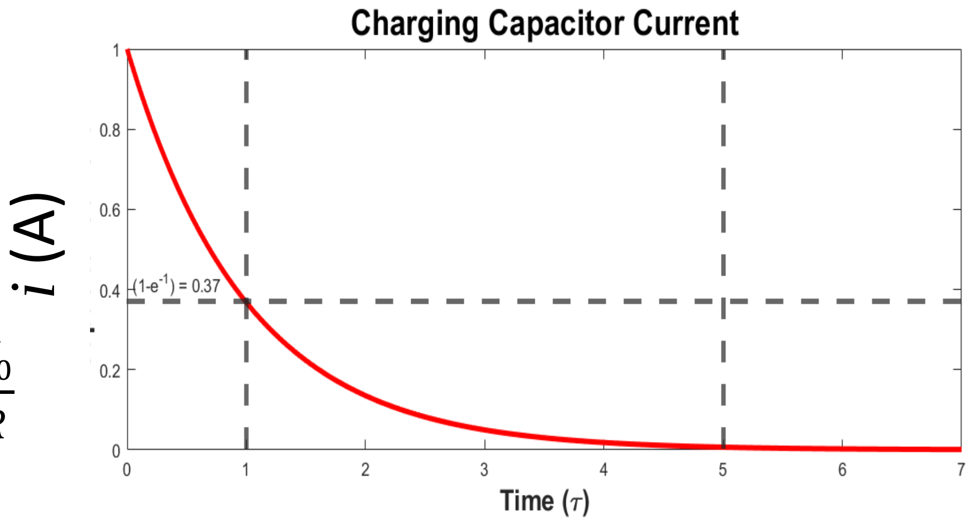
$$V_C(t) = V_C(0) + [V_0 - V_C(0)]\,(1 - e^{-t/RC})$$

Carga: Vc(0)=0 $\quad V_c = V_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$, $\quad i(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$

Para $t = \tau$ $\quad V_C = V_0(1 - e^{-1}) = 0{,}63 * V_0 \qquad i = \frac{V_0}{R} e^{-1} = 0{,}37 * \frac{V_0}{R}$

Descarga: V_0=0
$V_c(0)$=V_0 $\quad V_c = V_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}$, $\quad i(t) = \frac{-V_0}{R}\, e^{-\frac{t}{\tau}}$





Adquisición y análisis de las mediciones RC

TBSadq.py /
Open Choice

Permite obtener las mediciones con el osciloscopio.
Nombrar los archivos con el valor de la resistencia

Rctransitorio.py

Para cada señal ajusta el ciclo de carga del capacitor . Se obtiene el tiempo característico vs resistencia

AjusteRC.py

Se utiliza para ajustar tiempo característico vs resistencia, se obtiene el valor de C

Transitorios RC: puntos de control

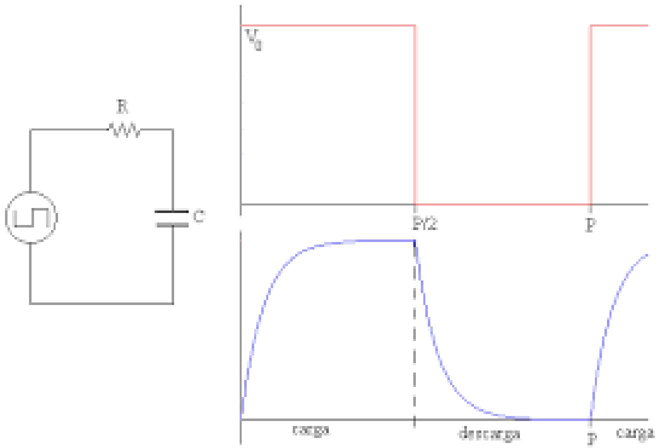
1. Trabajar sistemáticamente evitando cometer errores en las conexiones

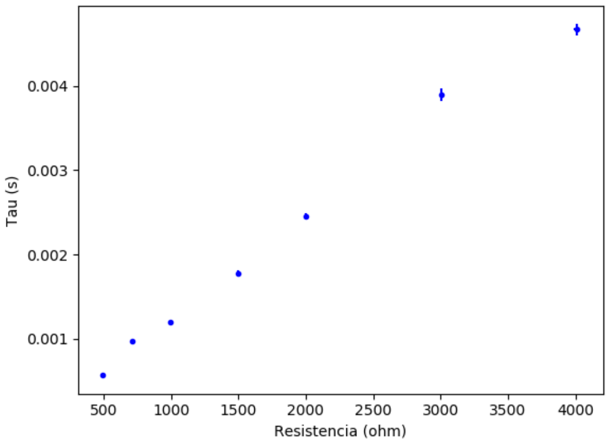
2. Obtener ciclos de carga y descarga COMPLETOS

3. Lograr ajustes adecuados de Vc(t) e i(t) de los cuales extraigan el tiempo característico para cada R (y C=1 μF)

4. Comprobar la linealidad entre τ y R → determinar C

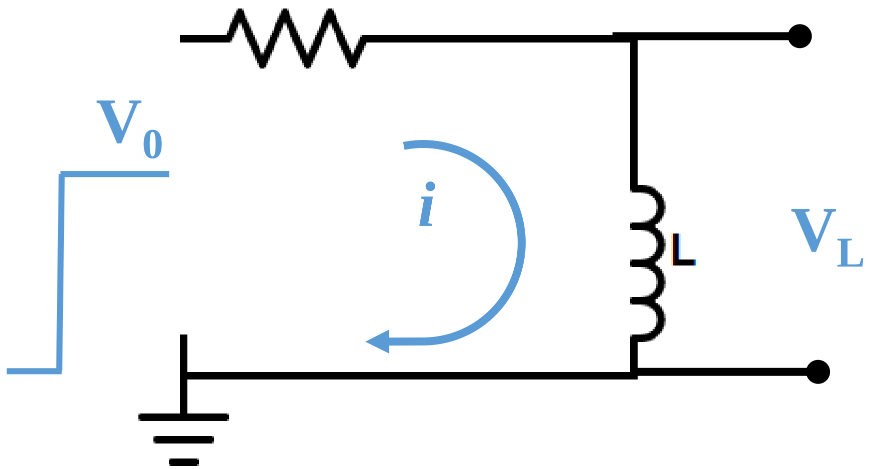
6. Verificar las incertezas consideradas en todos los casos





El circuito RL serie

El enfoque teórico



MODELIZAR

ANALIZAR

$$V_0 = i\,R + L\,\frac{di}{dt}$$

$$V_L = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

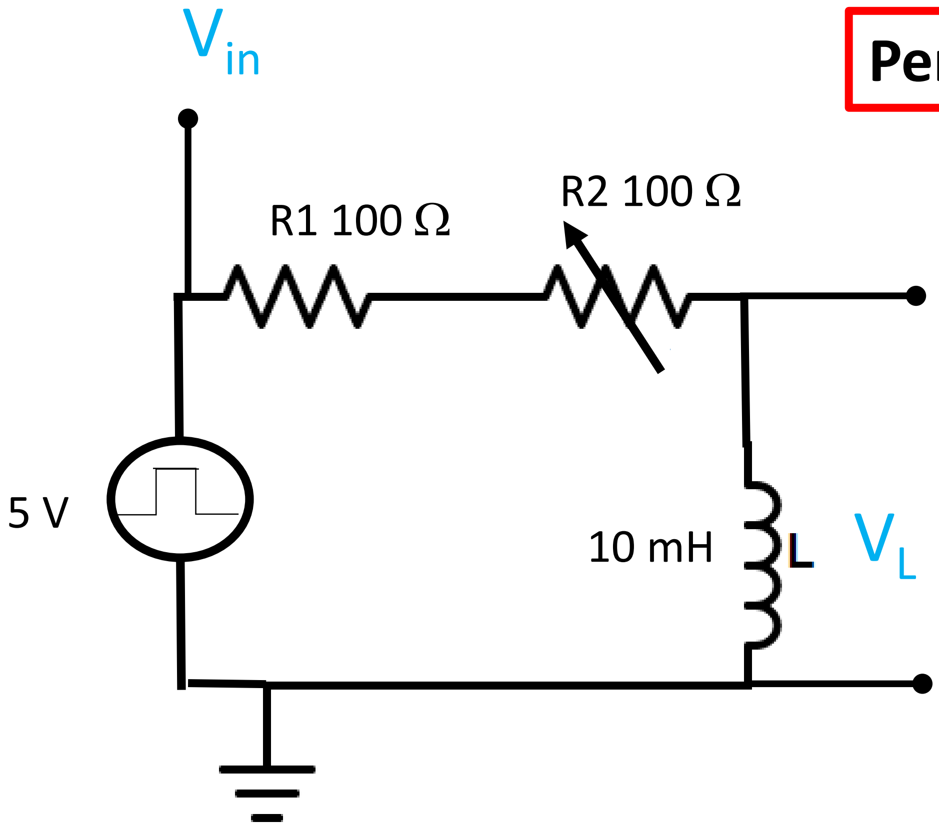
$$i(t) = \frac{V_0}{R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Ecuación diferencial ordinaria, lineal, homogénea de orden 1

ON $V_f = V_0$ $i(0)=0$ $V_L = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ $i(t) = \frac{V_0}{R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

OFF: $V_f=0$ $i(0)=V_0/R$ $V_L = V_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}$, $i(t) = \frac{V_0}{R}\, e^{-\frac{t}{\tau}}$

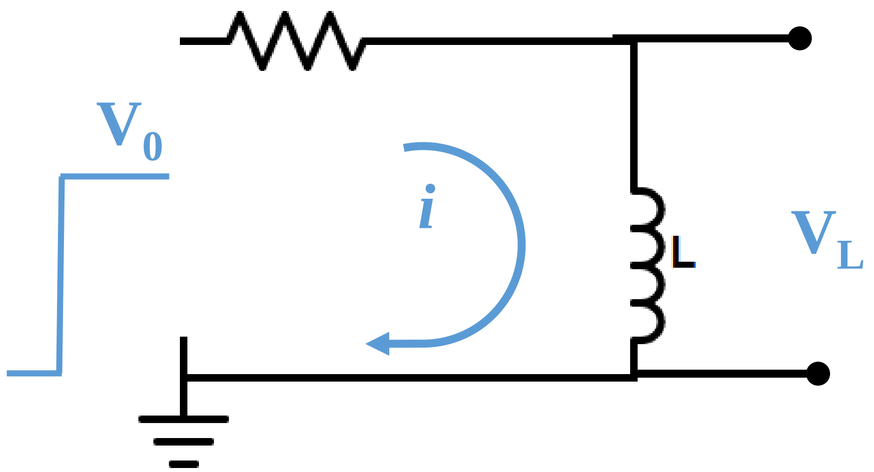
El circuito RL serie: estudio experimental

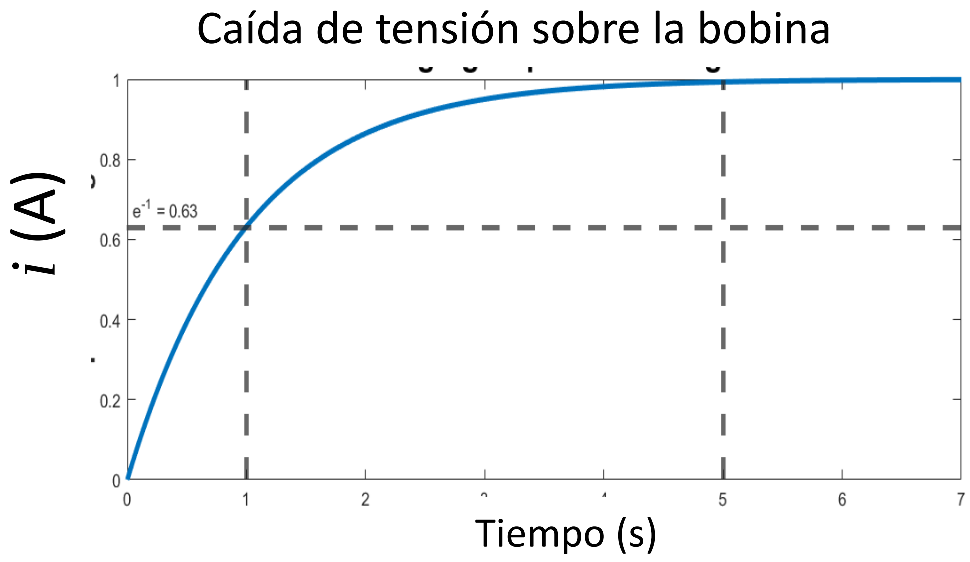


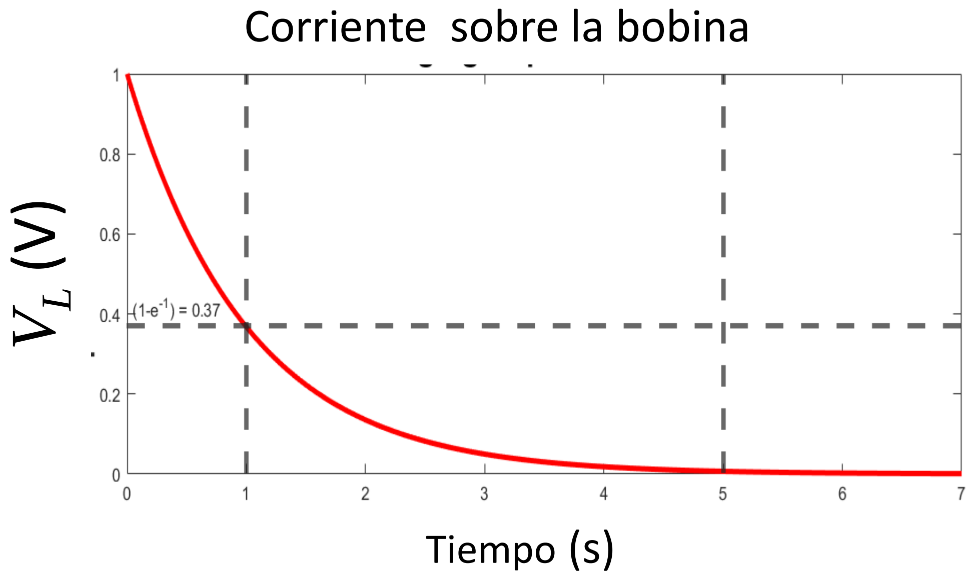
Periodo de señal cuadrada > Tiempo característico (τ)

Caída de tensión de L para circuito serie con R1+R2

Análisis del “semi-ciclo”







ON $V_f = V_0$ $i(0)=0$

$$V_L(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i(t) = \frac{V_0}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Para $t = \tau$

$$V_L = V_0 e^{-1} = 0{,}37 * V_0$$

$$i = \frac{V_0}{R}(1 - e^{-1}) = 0{,}63 * \frac{V_0}{R}$$

Adquisición y análisis de las mediciones RL

TBSadq.py / Open Choice — Permite obtener las mediciones con el osciloscopio. **Nombrar los archivos con el valor de la resistencia**

RLtransitorio.py — Para cada señal ajusta la caída de tensión sobre la bobina y la corriente. Se obtiene el tiempo característico vs resistencia

Modificar AjusteRC.py — Utilizar para ajustar tiempo característico vs resistencia, obtener el valor de L

Transitorios RL: puntos de control

1. Obtener ciclos ON y OFF COMPLETOS

2. Lograr ajustes adecuados de $V_L(t)$ e $i(t)$ de los cuales extraigan el tiempo característico para cada L (y C=1 μF)

3. Comprobar la linealidad entre τ y 1/R → determinar L

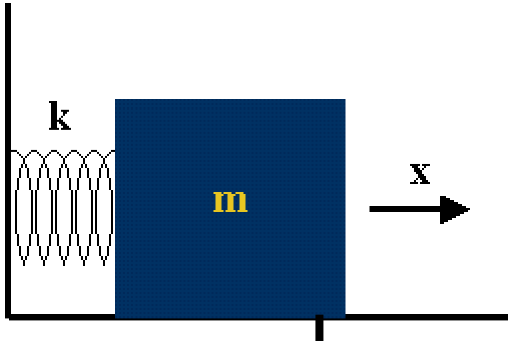
6. Verificar las incertezas consideradas en todos los casos

Transitorios Eléctricos: el circuito RLC serie

Oscilador armónico simple

Resorte

$x(0) = x_M \qquad v(0) = 0$



x=0, posición natural del resorte

$$m\,\ddot{x} = -kx$$

$$x = x_M \cos(\omega_0 t)$$

Frecuencia natural de oscilación

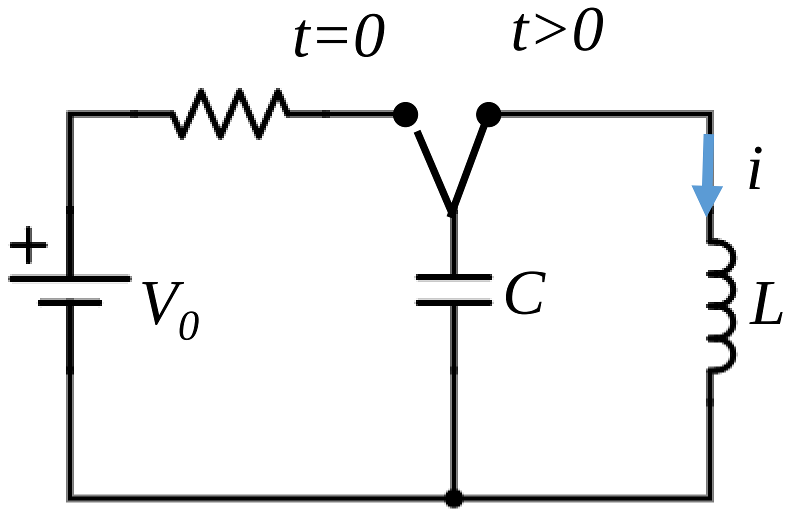
$$\omega_0 = \sqrt{k/m}$$

$$E_{mec} = E_{cin} + E_{res} = cte.$$

$$E_{mec} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = cte.$$

Oscilador armónico simple

Circuito LC



$i(t=0)=0$ $V_C(t=0)=V_0$

$$L\frac{di}{dt} + V_C = 0 \Rightarrow L\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0$$

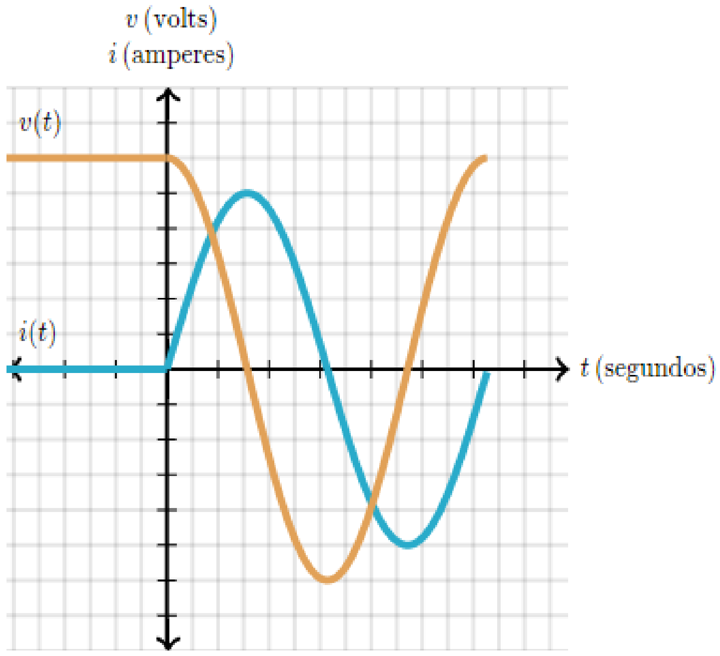
$$q = q_0\cos(\omega_0 t + \delta)$$

Frecuencia natural de oscilación

$$\omega_0 = \sqrt{1/LC}$$

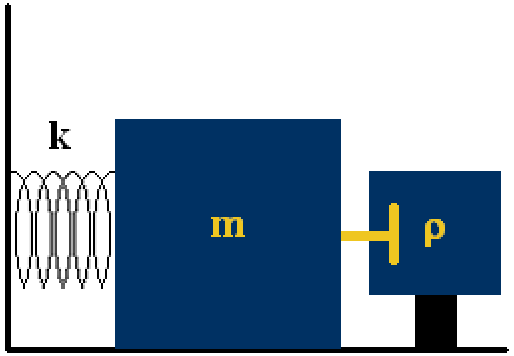
$$E = E_C + E_L = cte.$$

$$E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2 = cte.$$



Oscilador armónico amortiguado

Resorte amortiguado



$$m\ddot{x} = -kx - \rho\dot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{\rho}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

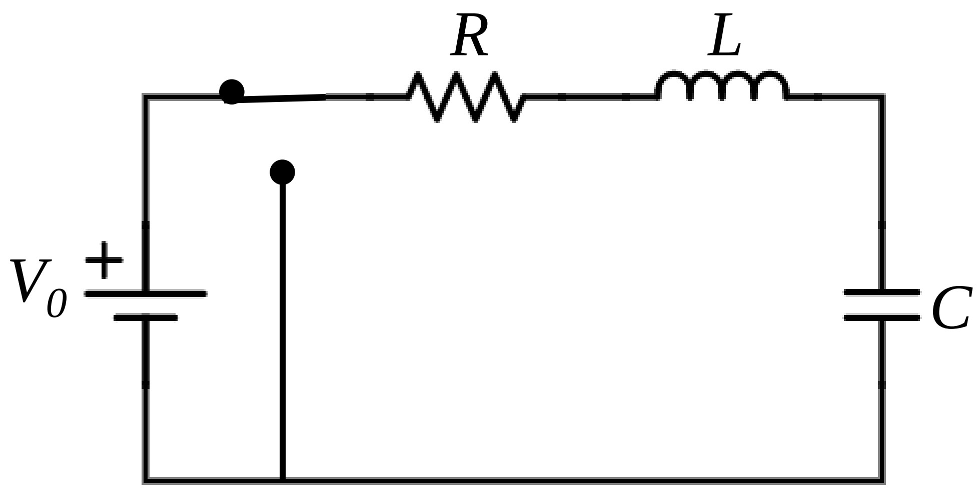
$$x = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t} \qquad \lambda_{1,2} = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$$

Casos de amortiguamiento

$\omega_0^2 > \gamma^2$	$\omega_0^2 = \gamma^2$	$\omega_0^2 < \gamma^2$
subamortiguado	Amortiguado crítico	sobremortiguado

Oscilador armónico amortiguado

Circuito RLC serie – transitorio eléctrico



$$V_0 = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}q(t)$$

$$V_0 = R\dot{q} + L\ddot{q} + \frac{1}{C}q$$

$$\frac{V_0}{L} = \ddot{q} + 2\frac{R}{2L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q$$

$$\gamma = \frac{R}{2L} \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

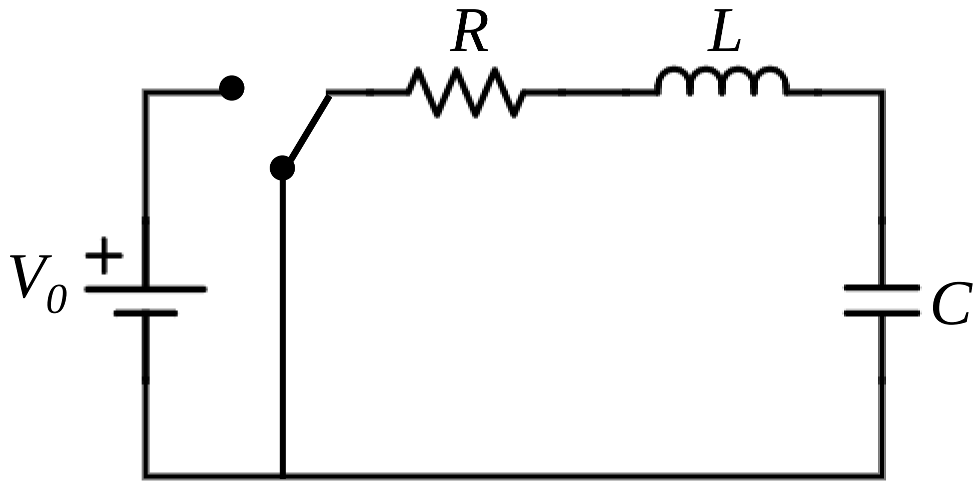
Condiciones iniciales

$$q(t=0) = 0 \qquad \dot{q}(t=0) = i(t=0) = 0$$

Solución particular

$$q_p(t) = V_0 C$$

Circuito RLC serie – transitorio eléctrico



$$0 = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}q(t)$$

$$0 = R\dot{q} + L\ddot{q} + \frac{1}{C}q$$

$$0 = \ddot{q} + 2\frac{R}{2L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q$$

$$\gamma = \frac{R}{2L} \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

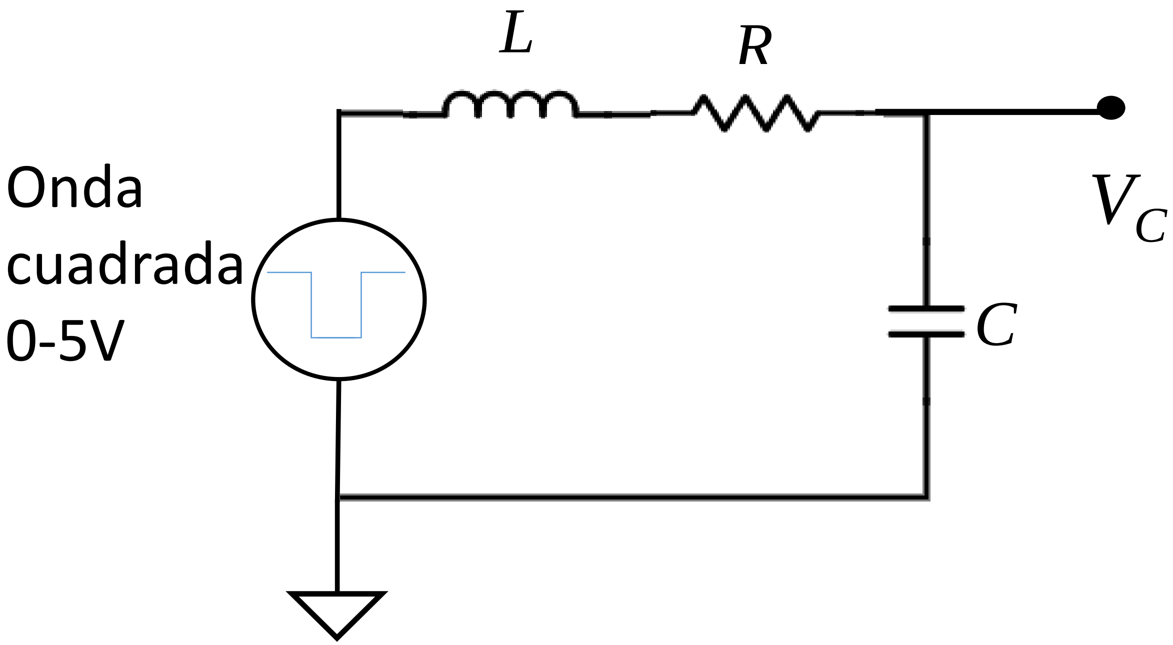
Condiciones iniciales

$$q(t=0) = V_0 C \qquad \dot{q}(t=0) = i(t=0) = 0$$

$\omega_0^2 > \gamma^2$	$\omega_0^2 = \gamma^2$	$\omega_0^2 < \gamma^2$
subamortiguado	Amortiguado crítico	sobremortiguado

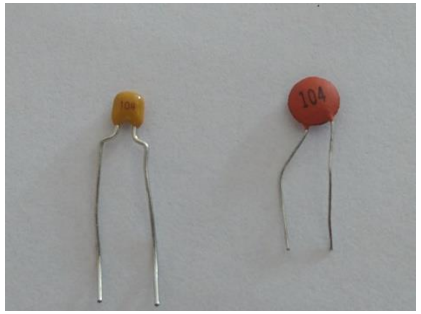
Experimento propuesto

Circuito RLC serie – transitorio eléctrico



Experimento Circuito RLC serie

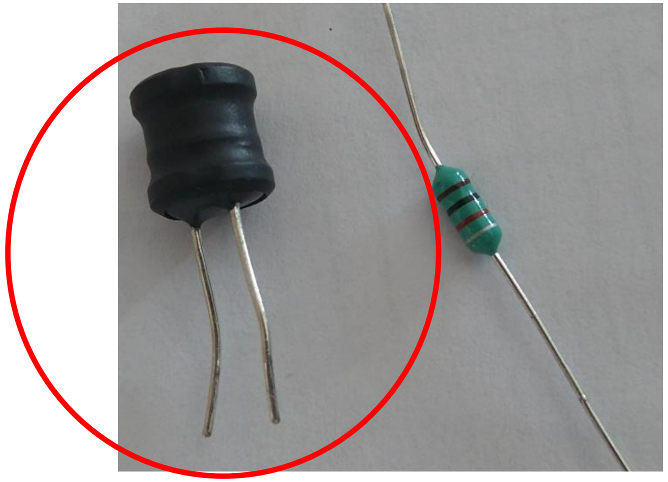
Componentes del circuito



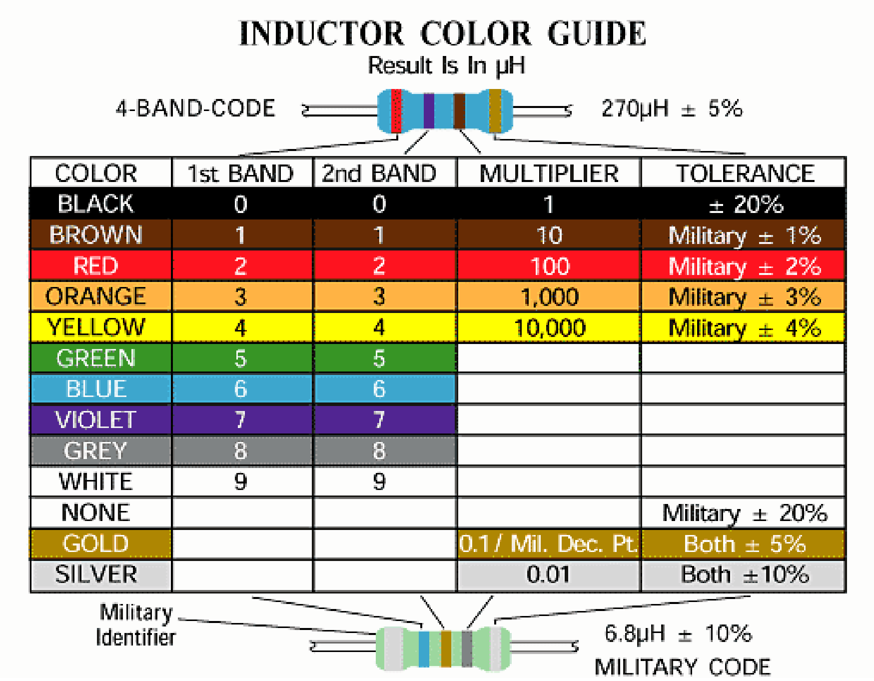
Capacitor cerámico

104 ➔ $10 * 10^4$ pF= 100 nF

Capacitor de poliéster



Inductancias



INDUCTOR COLOR GUIDE

Result Is In μH

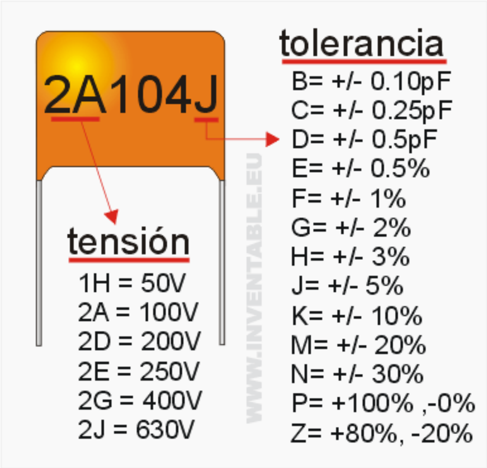
4-BAND-CODE 270μH ± 5%

COLOR	1st BAND	2nd BAND	MULTIPLIER	TOLERANCE
BLACK	0	0	1	± 20%
BROWN	1	1	10	Military ± 1%
RED	2	2	100	Military ± 2%
ORANGE	3	3	1,000	Military ± 3%
YELLOW	4	4	10,000	Military ± 4%
GREEN	5	5		
BLUE	6	6		
VIOLET	7	7		
GREY	8	8		
WHITE	9	9		
NONE				Military ± 20%
GOLD			0.1 / Mil. Dec. Pt.	Both ± 5%
SILVER			0.01	Both ±10%

Military Identifier

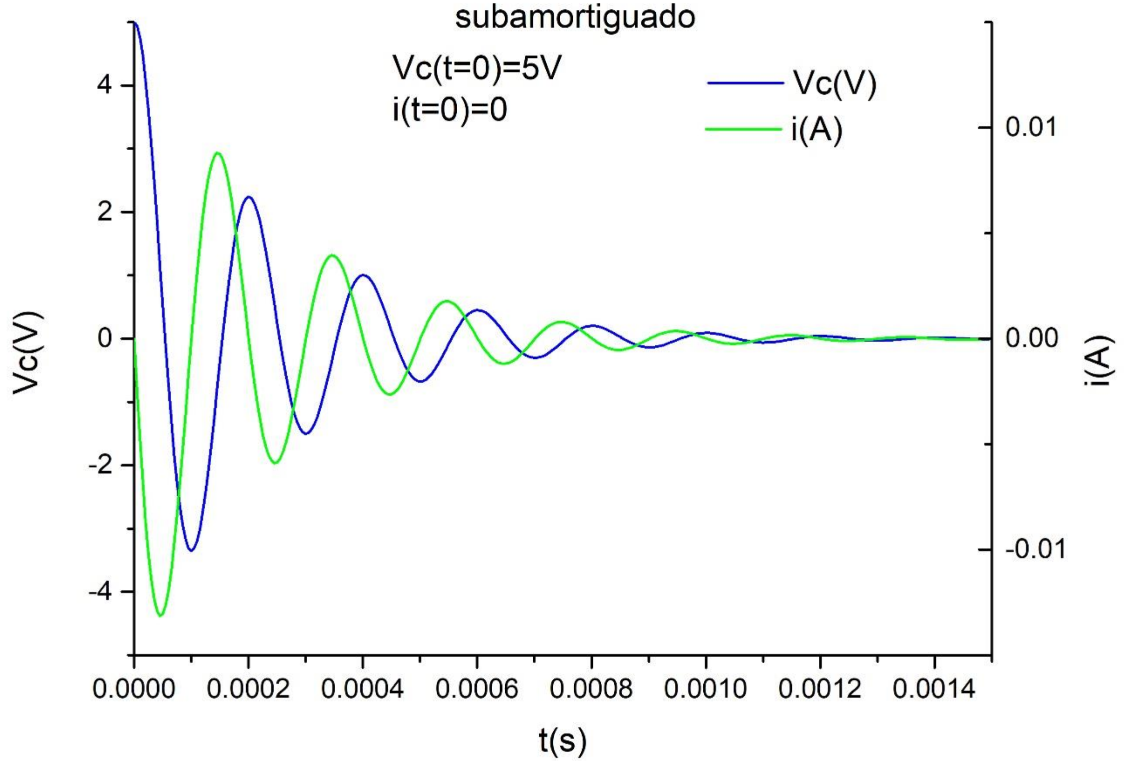
6.8μH ± 10%

MILITARY CODE

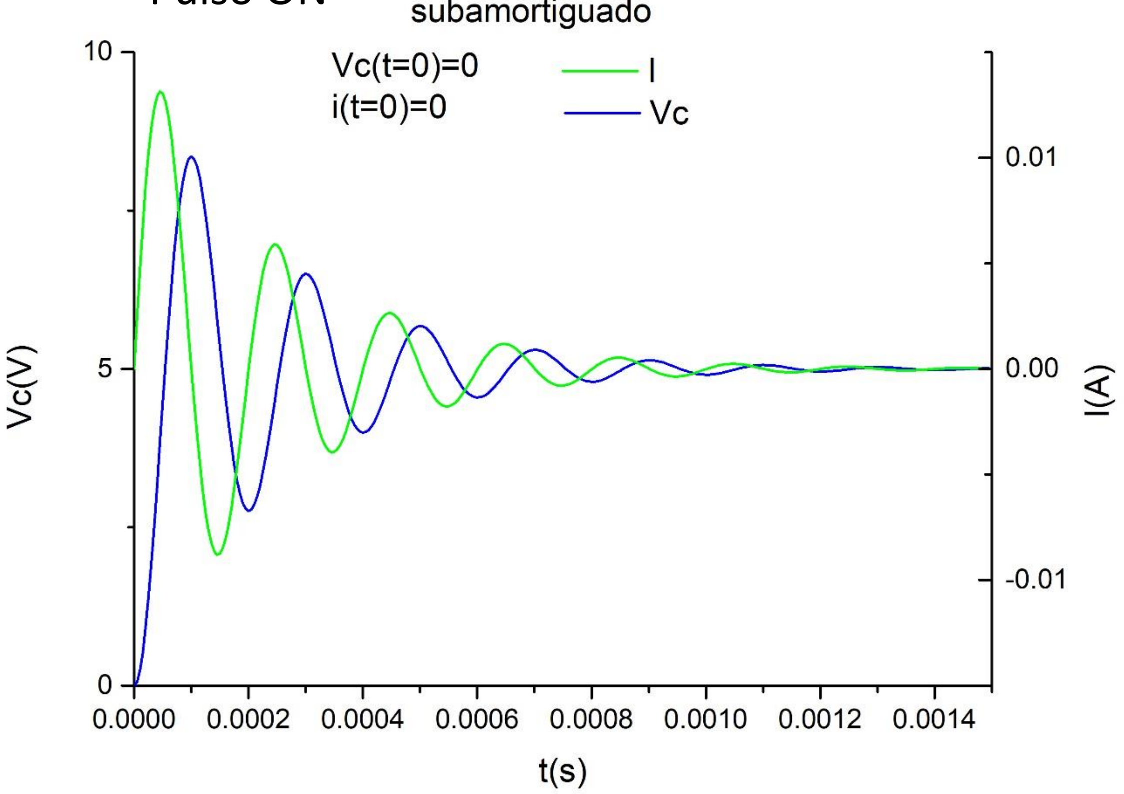


Circuito RLC serie - Transitorio Subamortiguado

Pulso OFF



Pulso ON



$$\gamma = \frac{R}{2L}$$

$$Vc(t) = V_0 e^{-\gamma t}(\cos\omega t + \frac{\gamma}{\omega}\sin\omega t)$$

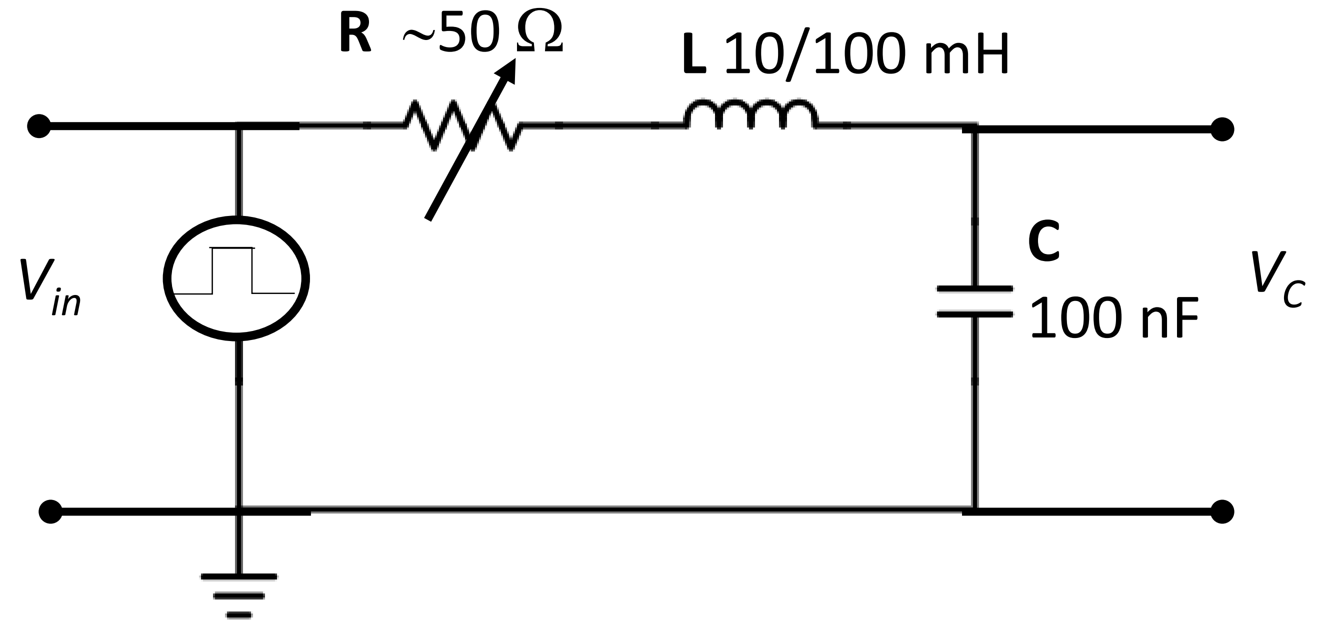
$$i(t) = -\frac{V_0}{L\omega}e^{-\gamma t}\sin\omega t$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \gamma^2}$$

$$Vc(t) = V_0\left(1 - e^{-\gamma t}(\cos\omega t + \frac{\gamma}{\omega}\sin\omega t)\right)$$

$$i(t) = \frac{V_0}{L\omega}e^{-\gamma t}\sin\omega t$$

Experimento Circuito RLC serie Transitorio Subamortiguado



Medir V_{in} y V_C

$V_1 = V_{in}$ $V_2 = V_C$

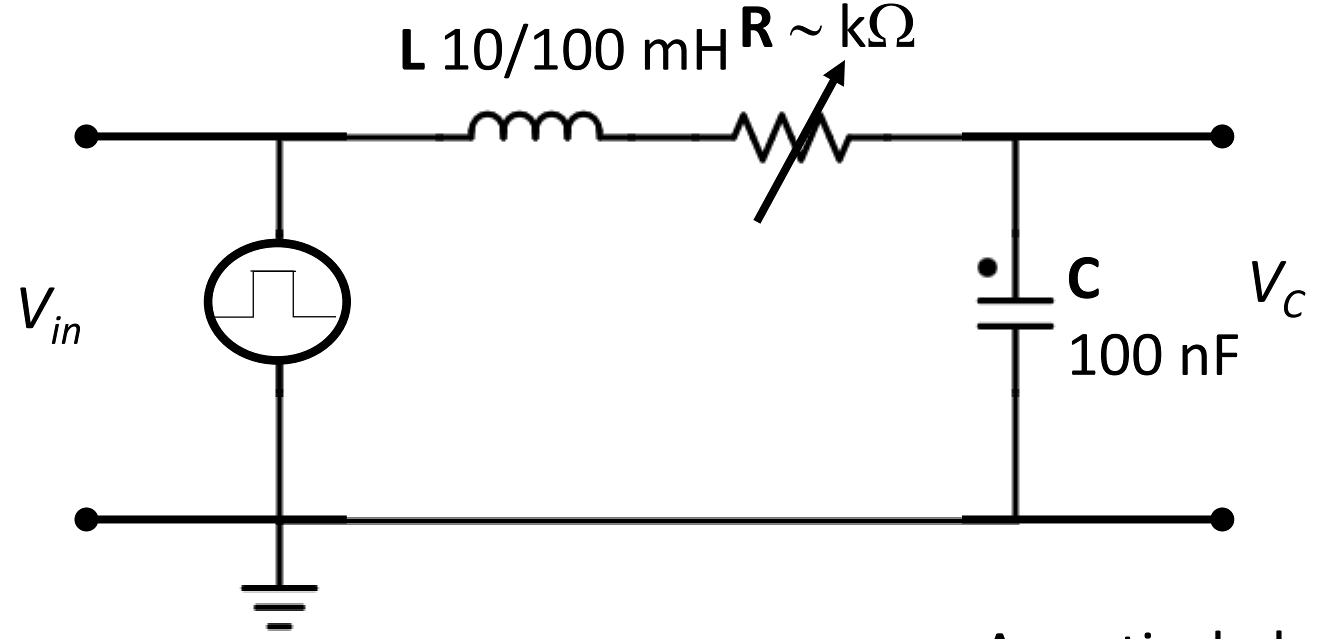
A partir de la señal de V_C estimar

- Amplitud inicial
- Frecuencia de oscilación
- Decaimiento
- Valor medio de oscilación

Adquisición y análisis de las mediciones RLC

TBSadq.py / Open Choice	Permite obtener las mediciones con el osciloscopio.
RLCsubamortiguado.py	Ajusta V_C en el ciclo ON

Experimento Circuito RLC serie
Transitorio Sobremortiguado



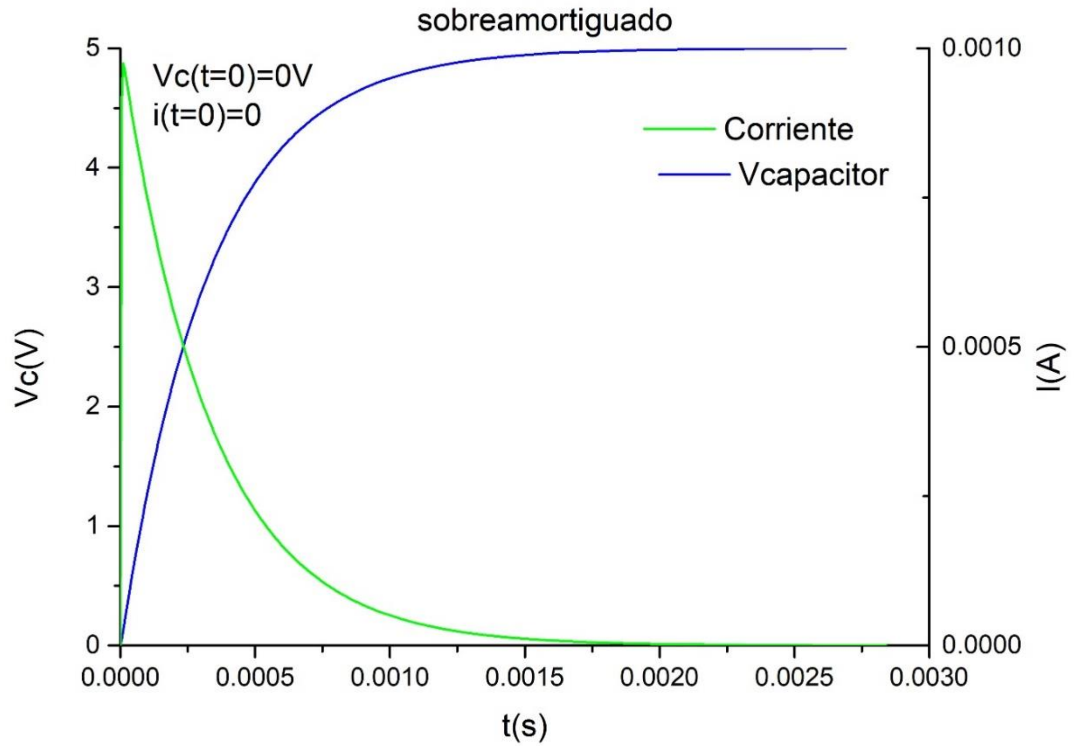
Medir V_{in} y V_C

A partir de la señal de V_C estimar

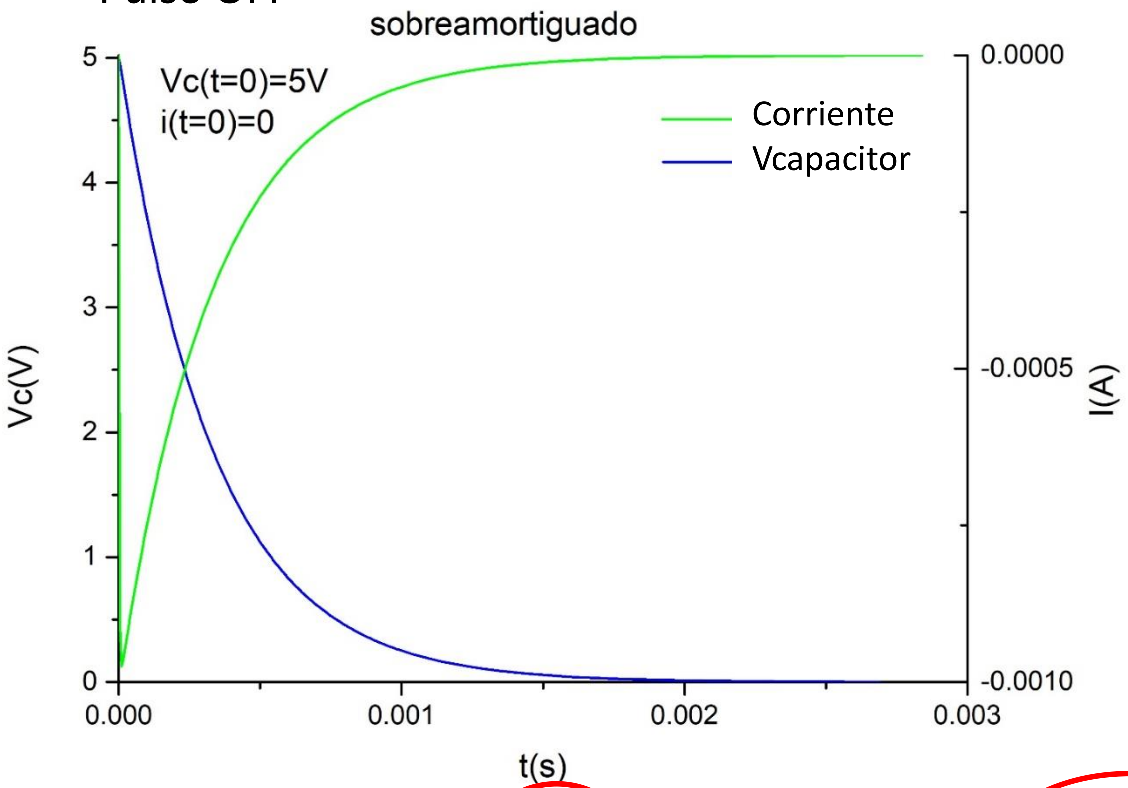
- Amplitud inicial
- Tiempo característico de decaimiento

Circuito RLC serie - Transitorio Sobreamortiguado

Pulso ON



Pulso OFF



$$Vc(t) = V_0\left(1 - \frac{e^{-\gamma t}}{2\beta}\left((-\gamma+\beta)e^{-\beta t} + (\gamma+\beta)e^{\beta t}\right)\right)$$

$$i(t) = \frac{V_0}{L\beta}e^{-\gamma t}\frac{\left(e^{\beta t} - e^{-\beta t}\right)}{2}$$

$$\gamma = \frac{R}{2L}$$

$$\beta = \sqrt{\gamma^2 - \frac{1}{LC}}$$

$$Vc(t) = \frac{V_0}{2\beta}e^{-\gamma t}\left((-\gamma+\beta)e^{-\beta t} + (\gamma+\beta)e^{\beta t}\right)$$

$$i(t) = -\frac{V_0}{L\beta}e^{-\gamma t}\frac{\left(e^{\beta t} - e^{-\beta t}\right)}{2}$$

Adquisición y análisis de las mediciones RLC

RLCsobrebamortiguado.py

Ajusta V_C en el ciclo ON

Se propone un modelo completo y un modelo simplificado

RLCsobrebamortiguado.py

Cargamos el valor nominal de L y R para estimar los parámetros para el ajuste

Ajustamos *Vc* con un modelo aproximado

$$Vc = a * e^{-bt} + Vfinal$$

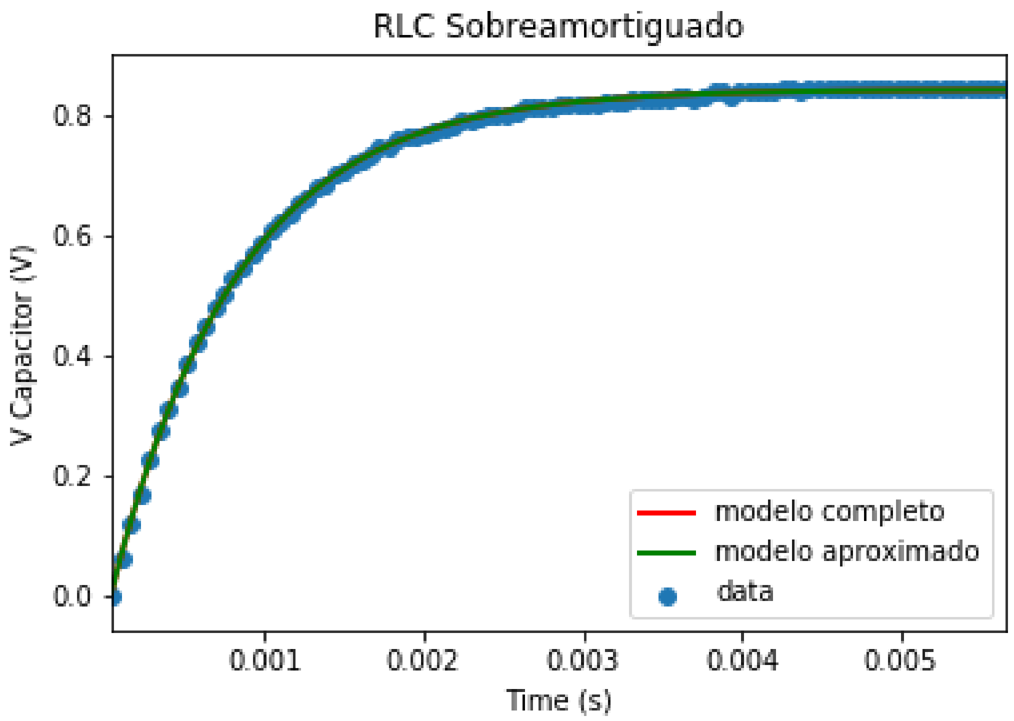
Ajuste con modelo completo, estimando los valores de los parámetros a partir del modelo aproximado y usando L y R

Calculamos R , L y C

Punto de control – RLC serie transitorio

- Circuito **subamortiguado** medir V capacitor
  Obtener L y R a partir del ajuste
  Comparar con los valores nominales

- Circuito **sobreamortiguado**, medir V capacitor
  Comparar modelo aproximado con modelo completo
  Obtener C, L y R a partir del ajuste
  Comparar con los valores nominales


RLC Sobreamortiguado
V Capacitor (V)
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
Time (s)
0.001
0.002
0.003
0.004
0.005
modelo completo
modelo aproximado
data