

Práctica 1: mediciones de corriente continua

Adaptación por Nicolás Torasso y Gabriela Pasquini de Guías César Moreno 2020

23 de marzo de 2023

Resumen

Esta parte del curso está dedicada al diseño y armado de circuitos de corriente continua y a medir magnitudes eléctricas sobre ellos. Respecto del diseño, se deberá aprender a compatibilizar los rangos de los valores de tensión, corriente y resistencia que se decidan explorar, con las limitaciones propias de todo circuito real, tales como: máxima corriente que una fuente de tensión puede entregar, máxima tensión que una fuente de corriente puede aplicar, máxima potencia que una resistencia puede disipar, y aquellas inherentes a los instrumentos de medición. Respecto del armado, se deberá adquirir habilidad para construir correctamente circuitos reales a partir de sus correspondientes dibujos esquemáticos. Lo referente a las diversas mediciones que sobre tales circuitos se pueden efectuar se tratará a continuación.

1. Repaso de circuitos

1.1. Leyes de Kirchhoff

El propósito principal de esta sección es familiarizarse con el uso de voltímetros y amperímetros, especialmente en lo referido a la estimación de sus incertezas de medición y al denominado error de inserción, que consiste en la modificación que inevitablemente se produce en el circuito bajo estudio cuando se le conecta (se le agrega) un instrumento real. **Ley de Mallas** Se sugiere armar un circuito sencillo y, mediante un voltímetro, poder responder con propiedad si para ese circuito se verifica o no la ley de Mallas. Para ello es esencial estimar correctamente los errores de lectura y de inserción. **Ley de Nodos** Se sugiere proceder de manera análoga al caso anterior, pero midiendo corrientes de rama concurrentes a un nodo, empleando un amperímetro.

1.2. Ley de Ohm

Se dice que un elemento “X” satisface la ley de Ohm cuando la caída de potencial ΔV entre sus extremos guarda una relación de proporcionalidad directa con la corriente i que por él circula

$$\Delta V = V_B - V_A = ki \quad k \in \mathbb{R}_+ \quad (1)$$

donde la constante de proporcionalidad k es lo que denominamos “resistencia”. Ver la Figura 1. Debido al sentido elegido para la circulación de la corriente, mediante los signos “(+)” y “(-)” se destaca que el potencial eléctrico del punto B es mayor que el del A.

Varios son los circuitos que permiten determinar si un dado elemento satisface, o no, la ley de Ohm. Dos de ellos se exponen en la la 2. La idea subyacente en cada uno de ellos es la misma: se busca obtener, directa o indirectamente, un conjunto de valores $(\Delta V_n, i_n)_{n=1}^N$ con $n, N \in \mathbb{N}$, de cuyo ajuste

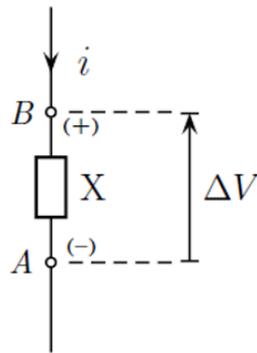


Figura 1: Elemento circuital "X," a través del cual circula una corriente i y que produce una caída de tensión ΔV entre A y B.

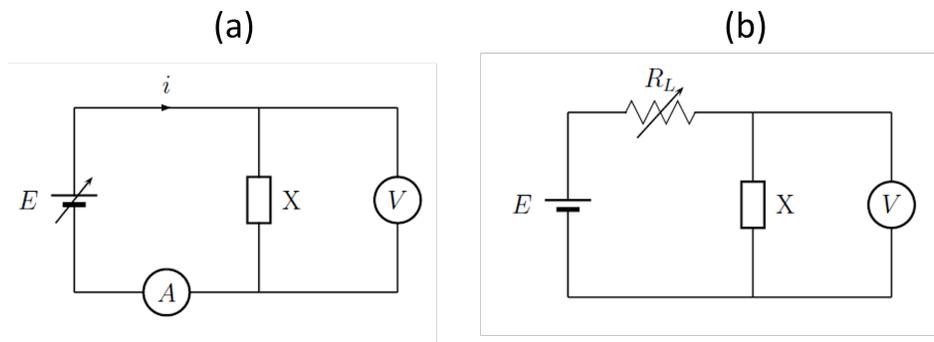


Figura 2: (a) Un posible circuito para verificar si el elemento "X" satisface la ley de Ohm. (b) Circuito alternativo, si no se dispone de una fuente de tensión variable ni de un amperímetro.

lineal puede determinarse el valor de la resistencia toda vez que el elemento "X" satisfaga la ley de Ohm.

1.3. Teorema de Thevenin

Dado un circuito de cierta complejidad, que por ejemplo incluya varias fuentes y resistencias, se busca verificar experimentalmente que bajo ciertas condiciones se comporta como si estuviera compuesto por una sola pila, de tensión constante E_{eq} , conectada en serie con una sola resistencia, de valor constante R_{eq} .

Desde el punto de vista experimental, se sugiere armar un circuito de prueba, conectarle diferentes resistencias de carga de valor conocido R_C y medir la corriente i que por ella circule. Si el modelo es correcto, graficando la caída de potencial sobre R_C en función de i resultará una recta de cuyos parámetros podrán obtenerse E_{eq} y R_{eq} .

1.4. Teorema de Norton

El Teorema de Norton es similar al de Thevenin, pero donde el circuito equivalente está compuesto por una fuente de corriente i_N conectada en paralelo con una resistencia R_N . Observe que las mismas mediciones que permiten verificar el Teorema de Thevenin sirven también para verificar el de Norton.

1.5. Principio de superposición

Para verificar el principio de superposición conviene armar un circuito simple, compuesto por al menos 2 pilas, que permita verificar si el estado del circuito cuando todas las pilas están conectadas, es la suma algebraica de los estados de los circuitos resultantes de reemplazar todas las pilas, salvo una, y de a una por vez, por sus resistencias internas. Por estado de un circuito se entiende al conjunto de valores de caída de tensión sobre, o corriente circulante por, cada uno de sus elementos. Tenga cuidado de no cortocircuitar ninguna pila al diseñar y armar el circuito.

2. Parte experimental

2.1. El multímetro

Los multímetros (ver Figura 3) son instrumentos de medición usados en electrónica y que cuentan con diversas funciones incorporadas, algunas de las cuales se listan a continuación.



Figura 3: Ejemplos de multímetros y un acercamiento en la perilla de selección de funciones.

- **Voltímetro en DC** Generalmente pueden medir desde 1 mV hasta 1000 V. Su resistencia interna suele ser de 1 M, 10 M o 30 M, de acuerdo a la calidad del instrumento, y normalmente no depende de la escala.
- **Amperímetro en DC** Normalmente pueden medir desde 100 μ A hasta 2 A. Su resistencia interna suele estar comprendida entre 1 Ω y 1 k Ω , y generalmente depende de la escala.
- **Voltímetro y amperímetro en AC** Los respectivos rangos de medición se extienden desde 1 o 2 V hasta los 750 V y desde 100 μ A hasta 200 mA. Muy importante: El rango de frecuencias en que los multímetros pueden realizar mediciones de tensión y/o corriente en AC normalmente se extiende desde 20 Hz hasta 100 Hz, pero algunos llegan hasta 1 o 2 kHz. Fuera de dichos rangos las lecturas son incorrectas. Es necesario entonces, consultar el manual del instrumento disponible para averiguar los límites del rango de frecuencias en que puede operar confiablemente.
- **Ohmetro** La función de ohmetro sirve para medir resistencias. Para ello, mediante una fuente interna, el instrumento hace circular una pequeña corriente conocida a través de la resistencia incógnita y simultáneamente mide la diferencia de potencial entre sus extremos. Dado que la corriente es conocida, la conversión de tensión a resistencia es inmediata y la efectúa el propio instrumento. La corriente inyectada depende de la escala, sale por el terminal correspondiente a la medición de resistencia (cable rojo) e ingresa por el terminal común (cable negro). El rango de dichas corrientes abarca desde los μ A hasta las decenas de mA, y depende de la escala. De lo

dicho se desprende que para medir una resistencia entre dos puntos de un circuito, éste debe estar desenergizado (todas sus fuentes de energía deben estar desconectadas del mismo), porque de lo contrario, el circuito bajo estudio puede inyectar una corriente al instrumento y dañarlo. Aparte de falsear el resultado buscado.

- **Capacímetro** Algunos multímetros digitales disponen de un circuito interno que les permite medir la capacidad de un capacitor/condensador eléctrico. Los rangos típicos de medición abarcan desde los nF hasta las decenas de μF . Del mismo modo que con la función descrita anteriormente, el capacitor bajo prueba debe estar desenergizado antes de conectarlo al capacímetro, porque de lo contrario, la carga que eventualmente contenga puede establecer una corriente capaz de destruir al instrumento. Para asegurarse de que el capacitor esté descargado, es conveniente retirarlo del circuito al que estuviese conectado y cortocircuitar sus terminales, **con cuidado y varias veces**, antes de conectarlo al instrumento de medición.

La **incerteza de medición** de los multímetros digitales depende de la función y escala en que se lo emplee. Si la lectura del instrumento es L , su incerteza, ΔL , se calcula como

$$\Delta L = (xL + n\text{DMS}) \quad (2)$$

donde $x \in \mathbb{R}_+$ y habitualmente se lo consigna en términos porcentuales (1.5%, por ejemplo), $n \in \mathbb{N}$, y DMS corresponde al dígito menos significativo (el de más a la derecha) presentado en la pantalla del instrumento. Los valores de x y n dependen de la función, escala, marca y modelo del instrumento; ambos se consignan en el correspondiente manual. **Ejemplo** Valores típicos para la función y escala correspondientes a mV DC, suelen ser: $x = 0,75\%$ y $n = 2$, de modo que si se tiene una lectura $L = 10,00$ mV, resulta: $\Delta L = (0,075 + 0,02)$ mV = 0,095 mV.

2.2. Medición de la resistencia interna del voltímetro

2.2.1. Método 1

Considere el circuito de la Figura 4. La tensión de la pila, E_0 , se divide proporcionalmente entre la resistencia variable, R , y la interna del voltímetro, R_V , de modo que

$$V_R = \frac{R}{R + R_V} E_0 \text{ y } V_{R_V} = \frac{R_V}{R + R_V} E_0 \quad (3)$$

donde V_R y V_{R_V} son las caídas de potencial en R y R_V , respectivamente.

Si al variar R se llega al caso particular en que $R = R_V$, el instrumento indicará: $V_V = E_0/2$ (y sólo en ese caso). Se tiene así un método sencillo y rápido para medir R_V . Se asumió que $E_0 \neq 0$, que la escala del instrumento permite medir adecuadamente tanto $E_0/2$ como E_0 , y que la resistencia interna de la pila es despreciable frente a R_V . Observe que el método no pierde su sencillez si se consideran otras posibilidades, tales como: $V_V = E_0/3$, en cuyo caso se deduce que $R_V = R/2$; o $V_V = 2E_0/3$, lo que a su vez implica $R_V = 2R$; etc.

2.2.2. Método 2

Si se dispone de una fuente de tensión variable y de un amperímetro, puede considerarse el circuito de la Figura 5 (a). Variando E puede obtenerse un conjunto de valores V_V de caída de potencial en la resistencia incógnita conjuntamente con la correspondiente corriente que por ella circule i_A . Graficando V_V en función de i_A puede obtenerse R_V como la pendiente de la recta de ajuste.

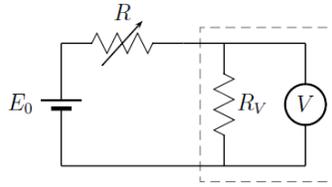


Figura 4: Circuito propuesto para medir la resistencia interna del voltímetro. El instrumento real se modela mediante uno ideal con una resistencia interna R_V en paralelo.

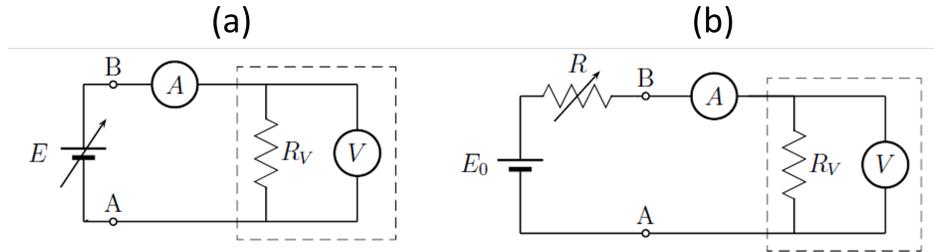


Figura 5: (a) Medición de la resistencia interna de un voltímetro empleando un amperímetro y una fuente de tensión continua variable. (b) Circuito alternativo, si no se dispone de una fuente de tensión continua variable.

Si no se dispone de una fuente de tensión variable, puede armarse el circuito de la Figura 5 (b). La resistencia variable R forma un divisor de tensión con la resistencia equivalente del conjunto formado por el amperímetro y el voltímetro, de modo que al variar R , variará también la diferencia de potencial entre A y B.

2.3. Medición de la resistencia interna del amperímetro

2.3.1. Método 1

Considere el circuito de la Figura 6 (a) en el que una fuente de tensión E alimenta, a través de una resistencia limitadora R_L , a un amperímetro que, llave mediante, tiene conectada una resistencia en paralelo r_P . La resistencia interna del instrumento se representa mediante r_A . El conjunto de valores E, R_L debe elegirse cuidadosamente para no destruir al amperímetro.

Supóngase que con la llave abierta la lectura del instrumento, i_A , es i_0 . Tal corriente vale

$$i_0 = \frac{E}{r_L + r_A} \approx \frac{E}{R_L} \text{ si } R_L \gg r_A \quad (4)$$

Supóngase ahora, siempre bajo la hipótesis $R_L \gg r_A$, que se cierra la llave y se varía r_P hasta lograr que la nueva lectura del instrumento, i'_A , sea la mitad de la anterior, esto es: $i'_A = i_0/2$. En estas condiciones, se tiene que por cada rama del paralelo circula la misma cantidad de corriente ($i_0/2$), de lo que se concluye inmediatamente que $r_A = r_P$. Esto constituye un método sencillo para medir r_A . La validez del razonamiento anterior se fundamenta en la hipótesis $R_L \gg r_A$. Como consecuencia de la misma, fijado el valor de E , la corriente que entrega la pila, i_0 , depende prácticamente sólo de R_L , y por tanto, dicha corriente es independiente de que la llave esté abierta o cerrada. Estrictamente hablando, la resistencia total del circuito conectado a la fuente de tensión disminuye al cerrar la llave (tanto más cuanto más pequeña sea r_P), por lo que la corriente que entrega la fuente aumenta al

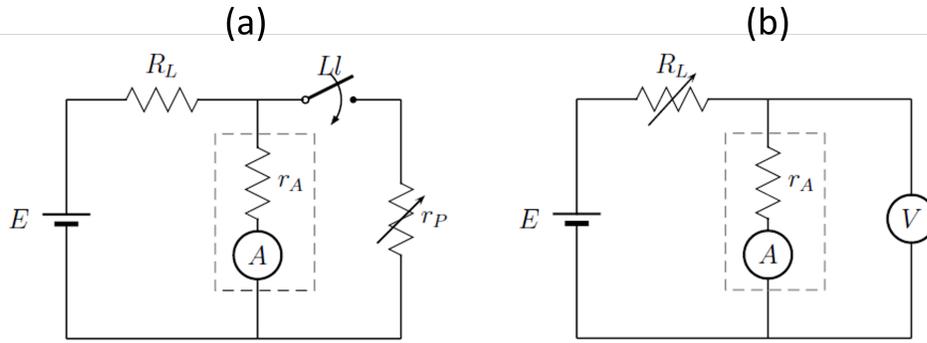


Figura 6: (a) Medición de la resistencia interna de un amperímetro. Se asume que $R_L \gg r_A$. (b) Circuito alternativo si se dispone de un voltímetro.

cerrar la llave. Si se desea remover la hipótesis $R_L \gg r_A$, puede demostrarse que resulta

$$r_A = r_P \frac{1}{1 - \frac{r_P}{r_L}} \quad (5)$$

donde r_P sigue denotando a la resistencia tal que, cuando se cierra la llave, la lectura del instrumento se reduce a la mitad de la correspondiente al caso en que la llave esté abierta.

2.3.2. Método 2

Si se dispone de un voltímetro, puede considerarse el circuito de la Figura 6 (b) en el que una fuente de tensión alimenta, a través de una resistencia limitadora adecuada, a un amperímetro de resistencia interna r_A . La lectura del voltímetro, V_V , es una medida de la caída de potencial en la resistencia incógnita, mientras que la lectura del amperímetro, i_A , indica la corriente que circula por ella. Variando la resistencia limitadora, con cuidado para no exceder la escala del amperímetro, se puede obtener un conjunto de datos $(i_A k, V_V k)_{k=1}^N$ cuyo ajuste lineal permite determinar r_A .

2.4. Máxima transferencia de potencia

Las fuentes de tensión reales tienen una resistencia interna no nula que debe tenerse en cuenta para describir correctamente las variables medibles en los circuitos de los que formen parte. En la Figura 7 se ilustra una batería real, recuadrada, modelada mediante una pila ideal de valor constante $E \neq 0$ a la que se le agrega en serie una resistencia interna r_i también considerada constante. Los terminales de la pila real, a los que se puede acceder experimentalmente, se simbolizan con los puntos A y B. La pila real alimenta a una resistencia externa, habitualmente denominada “resistencia de carga” o simplemente “carga”, denotada R_C . Se indica también el sentido considerado positivo para la circulación de la corriente i . Interesa determinar el valor de R_C que extrae la máxima potencia de la pila real.

La diferencia de potencial entre los terminales A y B resulta ser

$$V_{AB} \equiv V_B - V_A = E - ir_i \quad (6)$$

que difiere del valor ideal E toda vez que $ir_i \neq 0$. El valor de i depende de E , r_i y de la resistencia de carga R_C . Esto significa que la diferencia de potencial que una pila real aplica a su carga depende

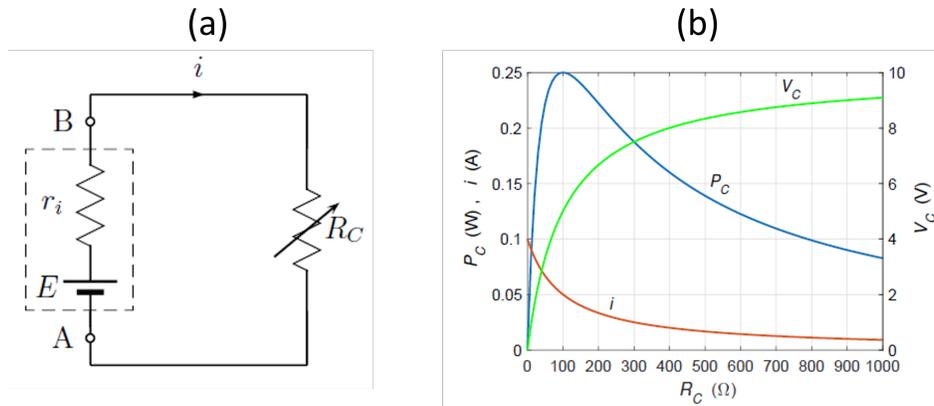


Figura 7: (a) Máxima transferencia de potencia: una pila real, de bornes externos A y B, se modela mediante una pila ideal de valor E , a la que se le agrega una resistencia interna en serie r_i de valor constante. Se trata de determinar el valor de la resistencia de carga R_C que logra extraer la máxima potencia de la pila real. (b) Potencia P_C disipada en la resistencia de carga R_C , corriente i y caída de tensión V_C sobre R_C (ver Figura 7 (a)). Para realizar el gráfico se asumió: $E = 10$ V y $r_i = 100$.

del valor de esta última. La potencia, P_C , disipada en la resistencia de carga puede evaluarse como $P_C = i^2 R_C$, y resulta

$$P_C = \left(\frac{E}{r_i + R_C} \right)^2 R_C \quad (7)$$

cuyos puntos estacionarios respecto de R_C , si es que existen, se calculan como

$$\frac{dP_C}{dR_C} = 0 \Rightarrow E^2 \frac{r_i - R_C}{(r_i + R_C)^3} = 0 \quad (8)$$

de donde se concluye que hay un único punto estacionario dado por $R_C = r_i$. Evaluando la derivada segunda de P_C respecto de R_C se obtiene

$$\frac{d^2 P_C}{dR_C^2} = 0 \Rightarrow E^2 \frac{2R_C - 4r_i}{(r_i + R_C)^4} < 0 \quad \text{toda vez que } R_C = r_i \quad (9)$$

lo que demuestra que el punto $R_C = r_i$ es un máximo (además de ser único, como ya vimos). La potencia máxima disipada en R_C resulta ser

$$P_C^{MAX} = \frac{E^2}{4r_i} \quad (10)$$

Nótese que esta misma potencia se disipa además en r_i , es decir, dentro de la batería real. Cuando la potencia entregada por una pila real es excesivamente elevada pueden dañarse tanto la carga como la pila. Tenga esto siempre presente al diseñar y armar un circuito. Los valores máximos permitidos son habitualmente especificados por los fabricantes de la pila y resistencia.

Indicaciones generales importantes

1. Dedique suficiente tiempo para armar cuidadosamente cada circuito según lo que haya planificado. Un circuito mal armado puede conducir a que se quemen uno o varios de sus elementos, y conduce siempre a resultados experimentales confusos y/o completamente inútiles.
2. Antes de conectar la(s) pila(s) verifique que, por descuido, ninguna resistencia que forme parte del circuito sea nula o de valor excesivamente bajo como para que se quemé ya sea ella o cualquier otro

componente del circuito. Para verificar los valores mínimos tolerables revise tanto las limitaciones de las pilas y resistencias que emplee como sus cálculos analíticos y/o simulaciones referentes al circuito. Preste atención también a cómo conecta los instrumentos de medición y a sus respectivas limitaciones de escala.