Práctica 5: magnetismo

Laboratorio 3 - Departamento de Física - FCEyN - UBA

por Nicolás Torasso, Eliana Depaoli y Gabriela Pasquini

(1c 2023)

Las corrientes eléctricas generan campos magnéticos. El objetivo de esta práctica es medir la relación entre estas magnitudes para distintas configuraciones. Podrán medir el campo magnético generado por un único cable por donde circula corriente y verificar si decae como la inversa de la distancia al mismo. ¿Vale la aproximación de cable infinito? Además, deberán medir el campo magnético generado por un solenoide y analizarlo en base a los modelos teóricos que vieron en Física 3. ¿Hasta qué punto son válidas las hipótesis? En ambos casos deberán evaluar si el campo magnético es proporcional a la corriente. Finalmente, ¿cómo es la intensidad de los campos generados por el solenoide o el cable comparada con la intensidad del campo magnético terrestre? Para esta práctica, contarán con una sonda Hall de Vernier, cuyas especificaciones pueden encontrar en la página de la materia. ¿Sirve para estudiar campos generados por corriente alterna? ¿Cuál es su velocidad de muestreo?

1. Ley de Biot-Savart

En magnetostática, las corrientes generan campos magnéticos de acuerdo con la Ley de Biot-Savart. Esta ley es, en cierto sentido, análoga a la Ley de Coulomb, la cual determina el campo eléctrico generado por cargas eléctricas (nótese que no existen cargas magnéticas, ya que $\nabla \cdot \vec{B} = 0$). La ley de Biot-Savart (Ec. 1) establece el campo generado en el punto $\vec{r}$ por los segmentos $\vec{dl}$ del circuito C, ubicados en $\vec{r'}$ por donde circula una corriente I. Esta ecuación es válida en vacío, o en medios no magnéticos ($\mu_r \approx 1$).

$$\vec{B}(\vec{r}) = I \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_C \frac{\mathrm{d}\vec{l} \times \left(\vec{r} - \vec{r'}\right)}{\left|\vec{r} - \vec{r'}\right|^3} \tag{1}$$

2. Campo magnético de un solenoide

Un **solenoide** o **bobina** es un enrollado de cable formando una sucesión de bobinas idénticas que al transportar una corriente generan un campo magnético en el interior. En la mayoría de los casos la sección es circular, pero hay solenoides con otras secciones también muy usados. Normalmente, el cable está recubierto de una resina (aislante) para evitar cortocircuitos en el bobinado. Los solenoides son

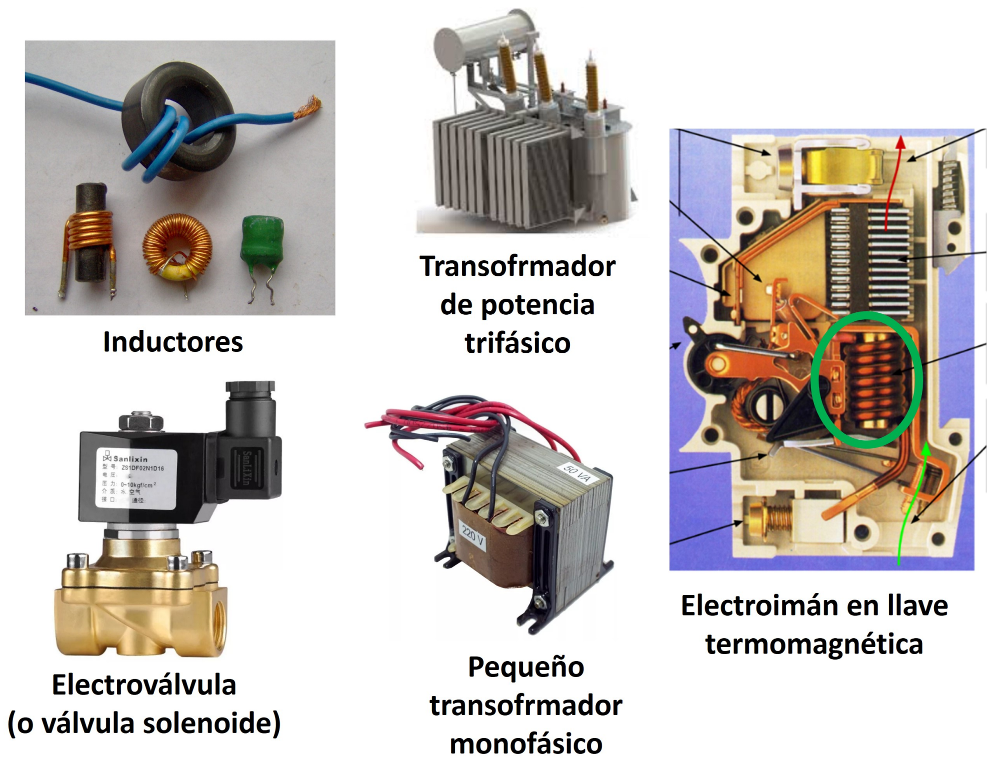

Figura 1: *Ejemplos de solenoides en la vida real. Pueden ver los transformadores de potencia en las calles, los transformadores pequeños en algunas fuentes de aparatos electrónicos viejos y los electroimanes en las llaves termomagnéticas. Nótese los núcleos ferromagnéticos en los inductores.*

fundamentales debido a su uso como inductancias en circuitos, a su uso en transformadores, motores, electroimanes, electroválvulas, etc. (ver Figura 1.) El campo magnético generado por un solenoide puede incrementarse varios órdenes de magnitud si se utiliza un núcleo ferromagnético, cuyos momentos magnéticos se alinean con el campo del solenoide de modo que el campo total es aquel generado por las cargas libres H sumado al de la magnetización del núcleo M, de modo que $B = \mu_0(H + M)$.

La solución teórica para el **campo generado por un solenoide infinito** orientado en la dirección $\hat{z}$ está dado por la Ec. 2, donde n es la densidad de espiras e I la corriente que circula por ellas.

$$\vec{B} = \mu_0 n I \hat{z} \tag{2}$$

La solución teórica del solenoide infinito también indica que el campo:

- Es *uniforme* en el *interior* del solenoide.
- Es *nulo* en el *exterior* del solenoide.
- No depende del *radio* del solenoide

En un solenoide real, solo valen estas características cuando el radio del solenoide es mucho menor que su longitud.

En el caso de un **solenoide de longitud finita** L, se puede obtener una expresión para el campo magnético a lo largo del eje del solenoide, dado por la Ec. 3, suponiendo que el centro del solenoide se ubica en $z = 0$. Ver [1].

$$\vec{B}_{\vec{r}=z\hat{z}} = \frac{\mu_0 n I}{2}\left[\frac{z + L/2}{\sqrt{(z + L/2)^2 + R^2}} - \frac{z - L/2}{\sqrt{(z - L/2)^2 + R^2}}\right]\hat{z} \tag{3}$$

3. Medición de campos magnéticos [2]

Para medir una magnitud se necesita cuantificar un efecto observable de la misma. En el caso de un campo magnético, algunos de los efectos de interés son:

- Un dipolo magnético en un campo magnético externo sufre un torque.
- Un campo magnético variable induce una f.e.m.
- Una carga en movimiento en un campo magnético sufre una fuerza.

Para averiguar ¿Qué es una *pinza amperométrica* y cómo funciona?

3.1. El efecto Hall [2]

Consideremos un conductor por el cual circula una densidad de corriente $\vec{J}$ en la dirección $\hat{x}$. Desde un punto de vista puramente clásico se puede pensar que dentro del conductor hay un número ρ de cargas libres por unidad de volumen, cada una de ellas con magnitud q, que se mueven con velocidad media $\vec{v}$ dirigida a lo largo del conductor, de modo que

$$\vec{J} = q\rho\vec{v} \tag{4}$$

Supongamos que la corriente se debe al movimiento de electrones. Si I tiene el sentido convencional que se indica en la Figura 2, entonces los electrones deben moverse hacia $-\hat{x}$. Si ahora aplicamos **un campo magnético constante en dirección perpendicular a la del conductor**, $\vec{B} = B\hat{z}$, las cargas experimentarán una fuerza magnética $\vec{F_m} = -evB\hat{y}$. En consecuencia, la trayectoria de las cargas se curvará hacia $-\hat{y}$ y se irán acumulando en el borde del conductor. Esto dará origen a su vez a un campo eléctrico en la dirección $-\hat{y}$. El proceso continuará hasta que la fuerza eléctrica originada, F_e, equilibre exactamente a F_m. En ese nuevo estado estacionario, la corriente continuará circulando en la dirección $\hat{x}$. En el equilibrio, **quedará establecida una diferencia de potencial**, V_H, entre los lados opuestos del conductor en la dirección $\hat{y}$ transversal a $\vec{J}$.

Ejercicio Mostrá que para $q = e$ y $\vec{v} = v\hat{x}$ la fuerza magnética ejercida tiene la misma dirección y sentido que la que que produce el caso $q = -e$ y $\vec{v} = v(-\hat{x})$ de la Figura 2.

Como consecuencia, la corriente será empujada para el mismo lado de la barra conductora, tanto si la transportan cargas negativas o positivas. Pero dicho lado se cargará con **negativamente** si la corriente está constituida por cargas negativas o **positivamente** en el caso opuesto. El efecto Hall distingue el signo de los portadores de carga.

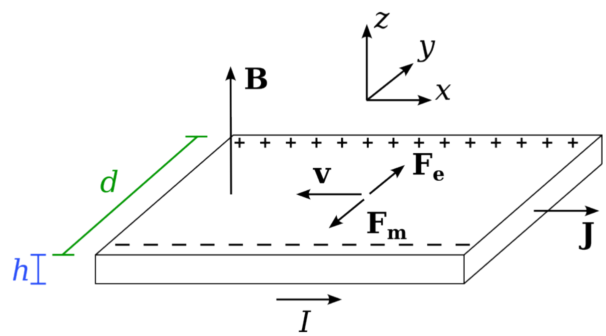

Figura 2: *Esquema de un conductor en un campo magnético con $q = -e$ y $\vec{v} = v(-\hat{x})$*

Ejercicio Mostrá que en el equilibrio el campo eléctrico cumple que

$$\vec{E} = R_H \vec{B} \times \vec{J} \tag{5}$$

La constante de proporcionalidad se denomina *coeficiente Hall* y solo depende del valor de la carga y de la concentración de cargas libres.

Ejercicio Bajo el supuesto de que las cargas libres son electrones, calculá el signo de R_H.

En los metales alcalinos el valor de R_H medido concuerda razonablemente con el que se obtiene de este modelo, mientras que para otros elementos difiere significativamente e incluso en algunos, como el aluminio, tiene el signo opuesto. La razón de esto no puede explicarse en términos clásicos y requiere de un análisis más profundo. A esperar a Estructura 2.

Ejercicio Integrando la Ec. 5 en la dirección $\hat{y}$, mostrá que la *tensión Hall*, V_H, es directamente proporcional a la corriente aplicada I y a la intensidad del campo perpendicular B. En particular, para el esquema de la Figura 2,

$$V_H = Bvd = \frac{BIR_H}{h} \tag{6}$$

El efecto Hall se puede usar para medir la intensidad de un campo magnético.

3.2. Sonda Hall

La sonda Hall aprovecha el efecto Hall para medir la componente normal de un campo magnético. Dada una corriente fija, de la medición de V_H se obtiene $B_\perp$ (Ec. 6).

En el dispositivo disponible en el laboratorio (ver manual en la página de la materia), el sensor es un circuito integrado cuya corriente se regula internamente. La tensión es lineal con la componente del campo perpendicular a la superficie de la punta a la altura de la raya blanca indicada en la misma.

Tiene además un amplificador, que permite medir en dos rangos de campo: hasta ± 64 G (6,4 mT) o hasta ±3,2 G (0,32 mT). El primero se usa para medir campos relativamente intensos, el segundo para medir campos poco intensos como el terrestre. Los datos de tensión obtenidos con la sonda Hall pueden ser adquiridos con la PC usando una placa SensorDAQ, que tiene configurado por defecto unos valores de calibración para convertir la tensión a unidades de campo. Antes de usar la sonda se recomienda ajustar el valor de offset para asegurar que mide cero para campo cero.

Pregunta: ¿qué experimento sencillo permitiría corroborar si el offset es correcto y cómo podrían calcular el corrimiento (si lo hubiera)?

3.3. Calibración de la Sonda Hall

La tensión de salida de la sonda v es proporcional al campo en la dirección de medición B:

$$v = aB + \phi \tag{7}$$

donde ϕ es un offset intrínseco de la etapa de amplificación que es necesario corregir. Para convertir v a campo magnético, el manual de la sonda propone valores de corrección k_1 y k_0 tal que:

$$B = k_0 + k_1 v \tag{8}$$

Normalmente, el valor de k_0 no corrige del todo bien el offset de la etapa de amplificación y necesita ser ajustado. Para ello, se pueden tomar dos mediciones de campo en sentido contrario (invirtiendo la orientación de la sonda). De este modo, se puede verificar que el promedio de ambas mediciones (las llamaremos B_+ y B_-) no es cero. Escrito en términos matemáticos:

$$\begin{aligned} B_+ &= k_0 + k_1(aB + \phi) \\ B_- &= k_0 + k_1(-aB + \phi) \end{aligned}$$

lleva a valores de campo tal que:

$$\frac{B_+ + B_-}{2} = k_1\phi + k_0 \neq 0 \tag{9}$$

Entonces, una forma de corregir el offset es cambiar el valor de calibración k_0 por k_0', de modo que $B' = k_0' + k_1 v$ y luego:

$$\frac{B_+' + B_-'}{2} = k_1\phi + k_0' = 0 \tag{10}$$

Por lo tanto, usando la Ec. 9:

$$\boxed{k_0' = -k_1\phi = k_0 - \frac{B_+ + B_-}{2}} \tag{11}$$

Existe *Magnetic Field Calculators* (`https://www.ngdc.noaa.gov/geomag/calculators/magcalc.shtml#igrfwmm`), donde pueden obtener el valor del campo magnético terrestre calculado para las coordenadas del laboratorio, o en cualquier otra más divertida.

Referencias

[1] Franqueiro, M. L., Manestar, G., Poggio, E., Raffa, G., Mesaros, M., Perez, L. I., and Santiago, G. El solenoide... ¿es infinito? *ANALES AFA 21* (2009), 1–9.

[2] Marziali Bermúdez, M. Guia: Medición de campo magnético.