DIFUSIVIDAD TÉRMICA

Introducción

Cuando la temperatura de un sistema no es homogénea, existe flujo de calor desde las zonas más calientes hacia las más frías. La transferencia de calor se puede llevar a cabo a través de tres mecanismos:

1) *Conducción*, el calor se propaga a través de medios sólidos por la vibración de los iones alrededor de sus posiciones de "equilibrio" (o fonones). Las vibraciones en las regiones con temperatura mas elevada son de mayor amplitud (energía) que en las regiones del mismo sistema con menor temperatura. Las partículas con mayor energía cinética chocan con las menos excitadas y les transfieren parte de su energía, tendiendo así al equilibrio térmico. En metales, también los electrones son portadores de calor, teniendo una velocidad media mayor en las regiones de alta temperatura, y cediendo parte de la energía cinética a electrones en las regiones mas frías.

2) *Convección*, es el mecanismo que además involucra el desplazamiento de masa, en líquidos o en gas. Cuando la masa de un fluido se calienta, aumenta la velocidad media, y se reduce la densidad. Esto hace que se generen desplazamientos, mientras que las masas menos calientes, pero más densas, del fluido se moverán en un sentido opuesto al del movimiento de la masa más caliente

3) *Radiación*, el calor es transferido directamente entre diferentes partes del cuerpo por radiación electromagnética. No se requiere de un medio para su propagación. Las superficies a temperatura T emiten radiación, proporcional a T^4 siguiendo la ley de Stephan Boltzmann, [1]

En los sólidos no se produce la transferencia de calor por convección y la transmisión por radiación es despreciable, por lo tanto en ellos se estudia la transferencia de calor por conducción.

Se supondrá que el sólido es homogéneo e isótropo (el calor se propaga igualmente en todas las direcciones). Además, se estudiará el caso de propagación unidimensional (Ver Fig. 1). [2]

La tasa de transferencia de calor a través de una superficie por unidad de área por unidad de tiempo, se denomina **flujo de calor** [2]. (Qué unidades tiene?)

Para un sólido isótropo y homogéneo, cuya difusividad térmica **κ**, es independiente de la temperatura, la ecuación que rige el comportamiento térmico es:

$$\frac{\partial^2\theta(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\kappa}\frac{\partial\theta(x,t)}{\partial t} \qquad (1)$$

Ésta es conocida como la ecuación de conducción del calor o ecuación de Fourier unidimensional. θ representa la temperatura en (x,t).

Se propone el estudio de la difusividad de una barra metálica en la configuración de la figura 1.

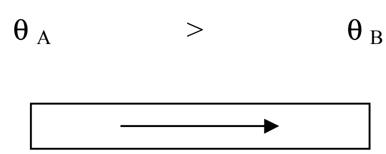

Figura 1: Esquema de la geometría unidimensional de flujo de calor en una barra

En esta experiencia se modifica la temperatura del sólido periódicamente en un extremo, por lo tanto, su comportamiento en el origen puede describirse mediante la ecuación:

$$\boldsymbol{\theta(0,t) = \sum_{n=1,3,5...}^{\infty} \frac{4\theta_0}{n\pi}\,\mathrm{sen}\left(\tfrac{2n\pi\cdot t}{\tau}\right)} \qquad (2)$$

donde τ es el período de la oscilación y el origen temporal ha sido elegido de tal forma que θ(0,t) es impar.

En el otro extremo se supondrá que la onda térmica ha decaído completamente de tal forma que no haya onda reflejada, por lo tanto $\theta(\infty,t)=0$.

Una vez alcanzado el estado estacionario se propone como solución la serie de Fourier:

$$\theta(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}A_n(x)sen(\omega_n t-k_n x) \qquad (3)$$

donde A_n es la amplitud, ω_n la frecuencia y k_n el número de onda asociado al n-ésimo armónico. Se reconoce el estado estacionario como aquel donde la temperatura en cada punto oscila alrededor de un valor medio fijo.
Introduciendo la ecuación (3) en (1) y aplicando las condiciones de contorno se obtiene finalmente como solución:

$$\theta(x,t)=\sum_{n=1,3,5...}^{\infty}\theta_n e^{-\in_n x}sen(\omega_n t-k_n x) \qquad (4)$$

Donde

$$\theta_n=\frac{4\theta_0}{n\pi} \qquad (5)$$

$$\omega_n=\frac{2n\pi}{\tau} \qquad (6)$$

$$\in_n=\sqrt{\frac{\omega_n}{2\kappa}} \qquad (7)$$

y $\in_n$ es el coeficiente de decaimiento del n-ésimo armónico.
Se puede observar que para valores de n mayores, la amplitud decae más rápidamente al aumentar la frecuencia. Es posible aproximar la distribución de temperatura únicamente por el primer armónico en los puntos suficientemente alejados del origen del cuerpo. Luego, se redefine el origen del sistema de coordenadas en la posición donde el segundo armónico es despreciable. Así,

$$\theta(x,t)\cong A_0e^{-\in\cdot x}\cos\omega(t-\frac{x}{v}) \qquad (8)$$

Se ha elegido el origen temporal de modo tal que θ es máximo en x=0.

La onda térmica posee las siguientes características:
1) La amplitud de la oscilación decae exponencialmente al aumentar la distancia al origen.
2) El máximo valor de temperatura se alcanza en un punto un tiempo después de haberse alcanzado en x=0.
3) La temperatura es periódica en el tiempo, con período τ, y en el espacio, con longitud de onda λ = υτ.

Considerando la ecuación (8) y el primer armónico de la solución completa, ecuación (4), podemos obtener las expresiones:

$$\kappa_{\in}=\frac{\pi}{\tau\in^2} \qquad (9)$$

y

$$\kappa_v=\frac{v^2\tau}{4\pi} \qquad (10)$$

Que relacionan las propiedades térmicas del material, en nuestro caso la difusividad térmica, κ, con las dos propiedades de la onda: velocidad, υ, y el coeficiente de decaimiento, ε, que se determinan experimentalmente. Calculando ε/υ de (9) y (10) se obtiene una expresión para el coeficiente de difusividad térmica que combina las dos propiedades de la onda simultáneamente:

$$\kappa=\frac{v}{2\in} \qquad (11)$$

Es importante destacar que la ecuación 11 es válida independientemente de las pérdidas de calor. [4]
El coeficiente de decaimiento y la velocidad de la onda pueden medirse a partir de las oscilaciones de la temperatura en distintos puntos del cuerpo. Es posible determinar el coeficiente de decaimiento

ajustando una exponencial a la amplitud. La velocidad se obtiene a partir del desfasaje de la onda en dos puntos, es decir midiendo el tiempo empleado para que un mismo máximo recorra una distancia Δx:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{12}$$

Es posible también analizar el comportamiento del sistema en el período transitorio utilizando una fuente de potencia constante. Bajo estas condiciones, la temperatura se comporta de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{\theta(x,t) = \frac{2F_0}{K}\left\{\left(\frac{\kappa t}{\pi}\right)^{1/2} \cdot e^{-\frac{x^2}{4\kappa t}} - \frac{x}{2}\cdot \mathrm{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\kappa t}}\right)\right\}} \tag{13}$$

donde F_0 es el flujo de calor por unidad de tiempo y área aplicado, K la conductividad térmica del cobre y κ la difusividad térmica. (Qué unidades tienen cada una de estas magnitudes?) Esta ecuación es válida bajo la aproximación de que la barra es semi-infinita y el calor es aplicado en x = 0. [2]

Arreglo experimental

Se dispone de una barra cilíndrica homogénea de cobre de aproximadamente 50 cm de largo y 1.5 cm de diámetro, como se esquematiza en la Fig. 3. En uno de los extremos se soldó la punta de un soldador de baja potencia (Por qué no se desuelda al calentarse?). Se lo conecta a la tensión de línea mediante un contactor controlado periódicamente a través de un generador de funciones, para alimentarlo con pulsos cuadrados. (**Ver como funciona el contactor**).
Se dispone de orificios realizados en la barra, donde se alojan termocuplas de Chromel - Alumel (por qué se usan termocuplas como termómetros?). La punta fría de cada una de éstas se coloca en un recipiente de con agua y hielo como referencia (**por qué? Cómo funciona una termocupla? Cómo mejorar el contacto térmico?**).
El experimento se modela bajo la hipótesis de que el calor se propaga linealmente a lo largo de la barra y sin pérdidas radiales. (**Estime si esta condición se verifica**).
La barra tiene está recubierta por tres capas aislantes como se esquematiza en la figura 2. Los materiales utilizados son: Acrílico: espesor = (19,6 ± 0,2) mm; conductividad = 0.19 $\frac{watt}{m\ K}$, PVC: espesor = (4,02 ± 0,02) mm; conductividad entre 0,12 y 0, 25 $\frac{watt}{m\ K}$, Cinta de aluminio espumado adhesivo “Ipsoband”: espesor = 2 mm (por indicación del fabricante); conductividad = 0,09 $\frac{watt}{m\ K}$ (indicación del fabricante).

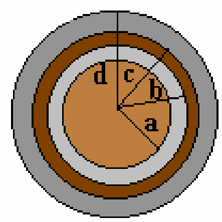

Figura 2: Corte transversal de la barra. El interior corresponde al cilindro de cobre. La primera capa es de acrílico, la segunda es un tubo de PVC y la capa exterior consta de dos vueltas de espuma aislante.

Previo a comenzar con la medición es necesario alcanzar el estado estacionario. Acceder el estado estacionario puede requerir hasta 3 horas. Se dispone de un programa en Quick Basic para medir la tensión de dos de las TC simultáneamente en función del tiempo.

Para medir el transitorio de la barra, conectar el soldador a una potencia constante y esperar hasta alcanzar una temperatura máxima, midiendo T máxima en diferentes posiciones

Calcular el valor de ∈ observando el decaimiento de la amplitud de la temperatura máxima con la posición

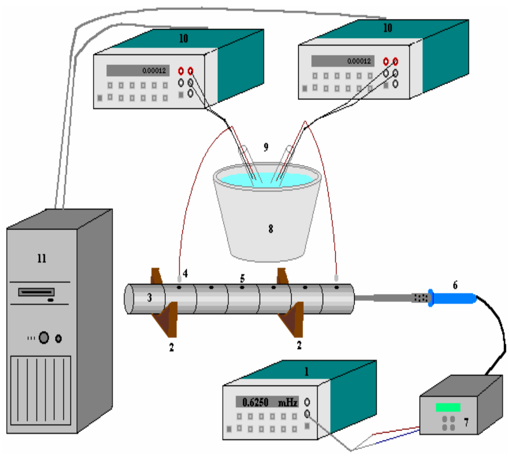

Figura 3: Montaje del experimento. 1) generador de funciones; 2) tabiques de madera para sostener la barra; 3) cilindro de cobre aislado 4) termocuplas; 5) orificios en el cilindro de cobre ; 6) soldador introducido en el extremo del cilindro; 7) contactor conectado al generador de funciones; 8) recipiente de telgopor con agua y hielo; 9) puntas frías de las termocuplas introducidas en el recipiente; 10) multímetros; 11) computadora a la que se conectan los multímetros.

Como se mencionó anteriormente, también es posible calcular la difusividad térmica conociendo la velocidad de propagación. Ésta se obtiene a partir de la ecuación 12 midiendo el tiempo requerido para que la cresta de la "onda de calor" avance entre dos orificios y la distancia entre ellos.

Compare sus resultados experimentales con la difusividad térmica tabulada del Cobre, $\kappa = 1{,}02\ 10^{-4}\ \mathrm{Mts}^2\ \mathrm{seg}^{-1}$ [3]

Referencias

[1] *Transferencia de Calor*; Nahle, Nasif. 2006; Biology Cabinet; http:www.biocab.org/Transferencia_Calor.html

[2] *Conduction of Heat in Solids*; H. S. Carslaw, L. C. Jaeger, Segunda edición; Oxford University Press, Amen House; London; 1959

[3] *An undergraduate experimente on the propagation of thermal waves*; A. Bodas, V. Gandía, E. López-Baeza; American Association of Physics Teachers, 1998

[4] *Thermal conductivity of* solids,J.E. Parrott and A.D.Stuckes, Pion, London, 1975, pp. 24 -28

Actualización

Para este experimento se encuentra disponible un multímetro Agilent 34970A, el cual cuenta con un multiplexor integrado. Este instrumento posee múltiples entradas o canales, que pueden ser adquiridas alternadamente. De esta manera, pueden conectarse simultáneamente las 5 termocuplas disponibles y medir la temperatura en varios puntos secuencialmente. Además, el multímetro cuenta con compensación electrónica para utilizar las termocuplas sin necesidad de un juntura de referencia. De esta forma, las lecturas del instrumento pueden realizarse directamente en unidades de temperatura. Para esto, es importante revisar que los canales estén configurados de acuerdo al tipo de termocupla a utilizar.

La adquisición de los datos desde la PC es posible a través de una interfaz GPIB (o serie). El paquete de software Matlab posee un conjunto de funciones para comunicarse mediante dichas interfaces.