

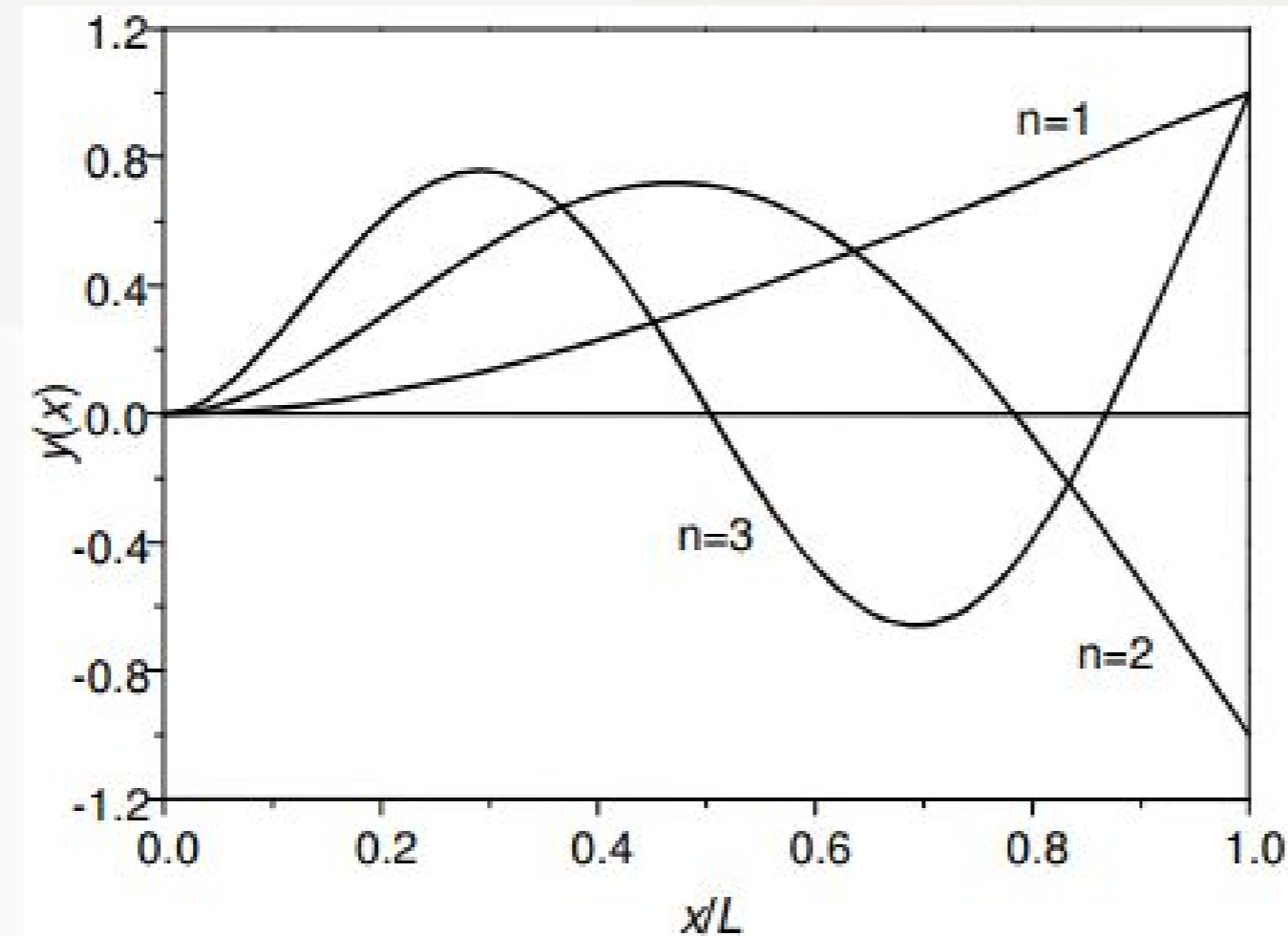
Introducción

La elasticidad es la capacidad de los materiales de recuperar su tamaño y su forma cuando se quitan las fuerzas que les producen deformaciones. Esta propiedad se encuentra en mayor o menor medida en todos los cuerpos sólidos.

El módulo de Young es un parámetro que caracteriza el comportamiento de un material elástico, según la dirección en la que se aplica una fuerza.

$$\omega_n^2 = \frac{\pi d^4 E k_n^4}{64 \rho} - \alpha^2$$

Relación de dispersión

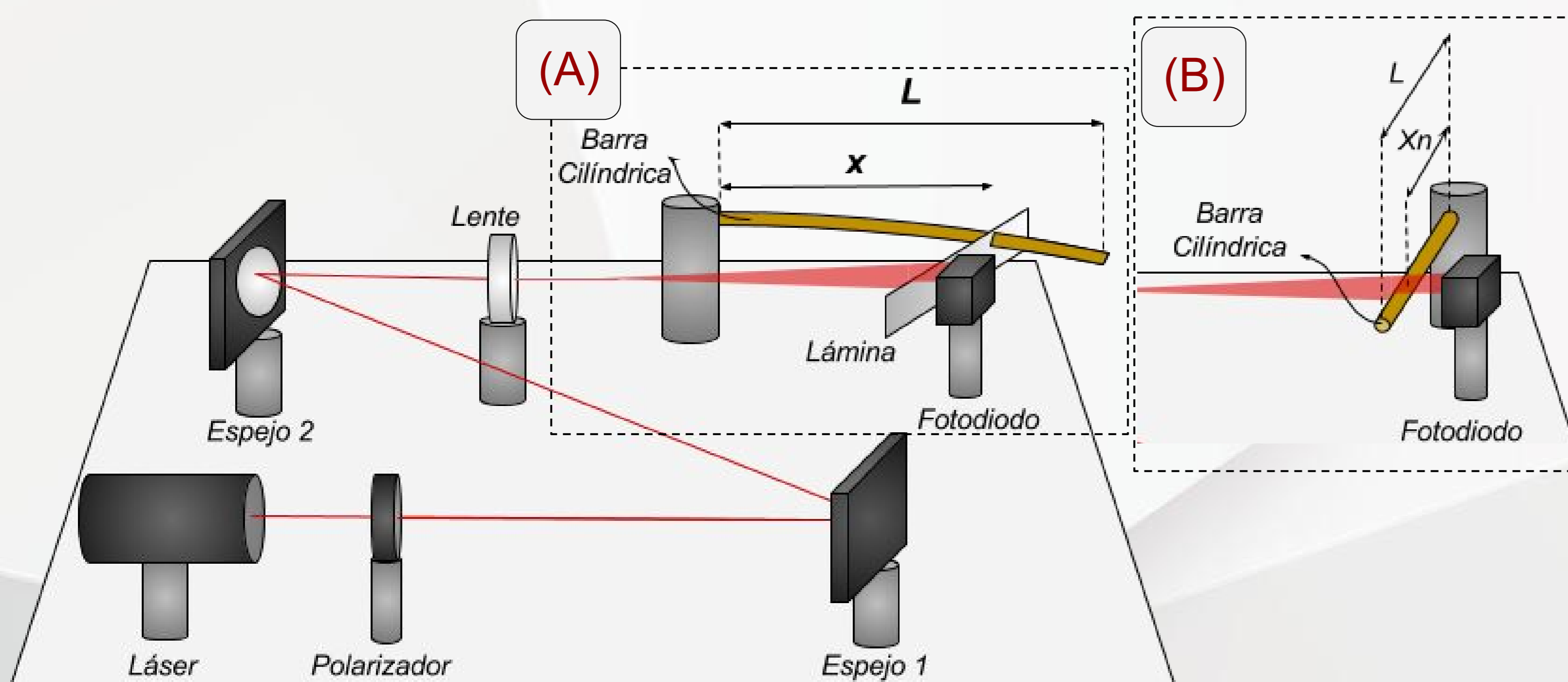


Los tres primeros modos de la barra fija en $x=0$ y con el extremo libre en $x=L$

$$\cos(k_n L) \cosh(k_n L) + 1 = 0$$

Condición para los modos de flexión de la barra de dispersión

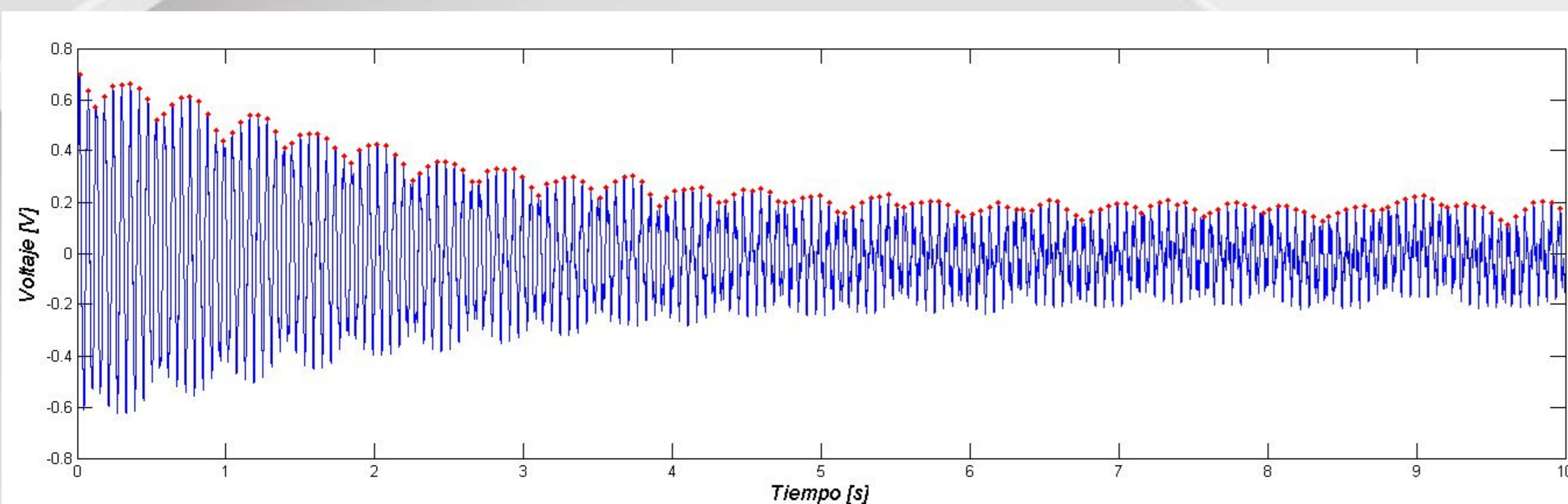
Diseño experimental



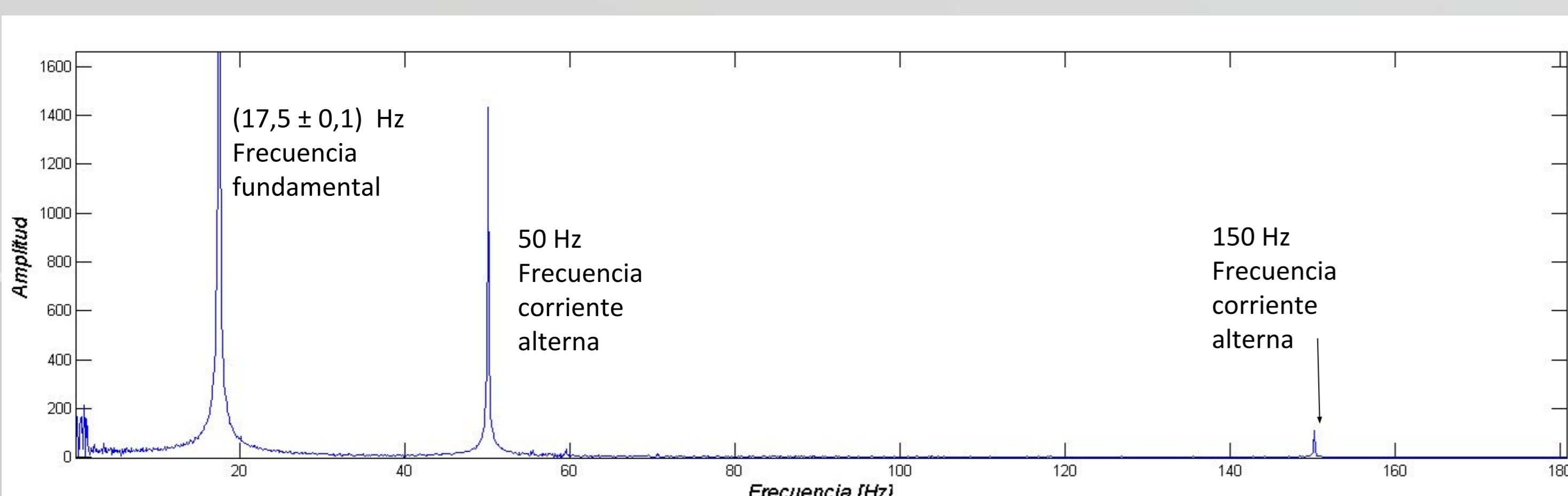
Esquema de los arreglos experimentales montados en el método dinámico (A) y en el método alternativo (B)

Resultados y análisis

(A) Oscilaciones de una barra de cobre con lámina de metal [$L = (36,10 \pm 0,1)$ cm; masa = $(68,97 \pm 0,01)$ g; diámetro = $(0,51 \pm 0,01)$ cm]



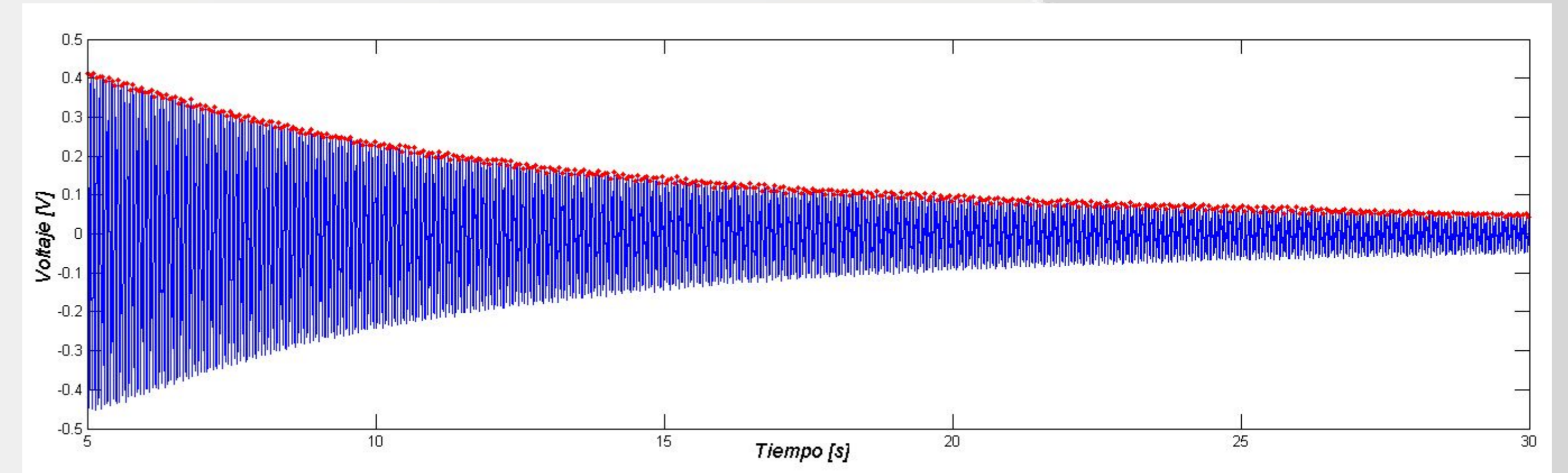
Gráfica de voltaje (línea azul) y máximos de voltaje (puntos rojos) en función del tiempo. Además de un decaimiento exponencial de coeficiente $\alpha = (0,08 \pm 0,005)1/s$, se observaron batidos.



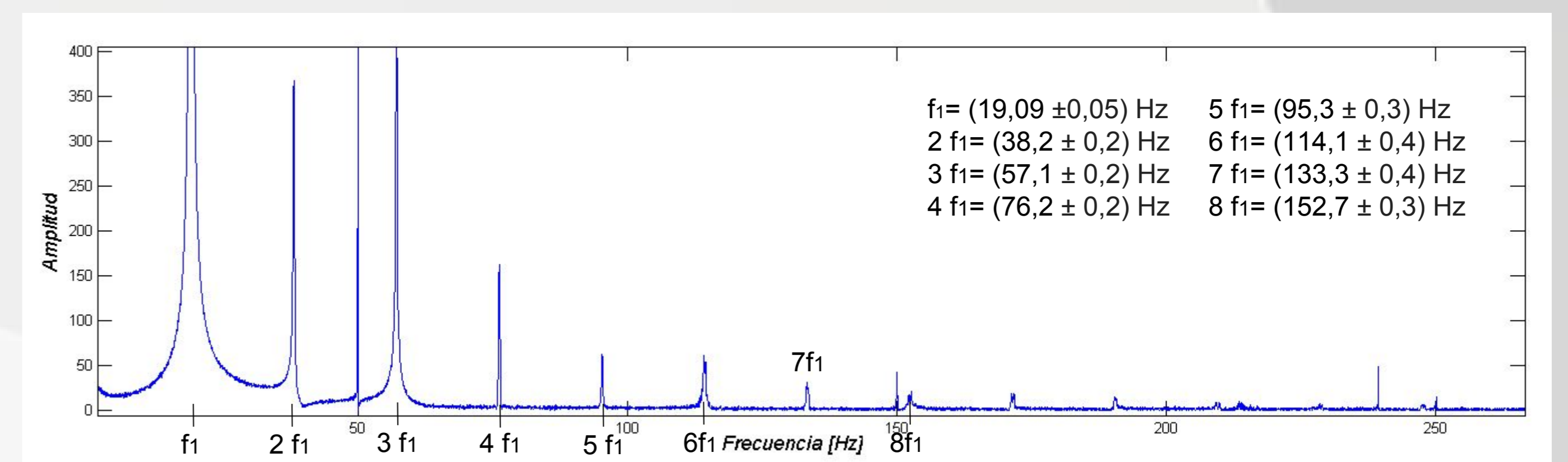
Espectro de frecuencias de la oscilación, obtenido con la herramienta FFT

(B) Oscilaciones de una barra de cobre [$L = (36,1 \pm 0,1)$ cm; masa = $(63,40 \pm 0,01)$ g; diámetro = $(0,51 \pm 0,01)$ cm]

(1) Al excitar la barra desde su extremo libre $X1 = (36,1 \pm 0,1)$ cm:

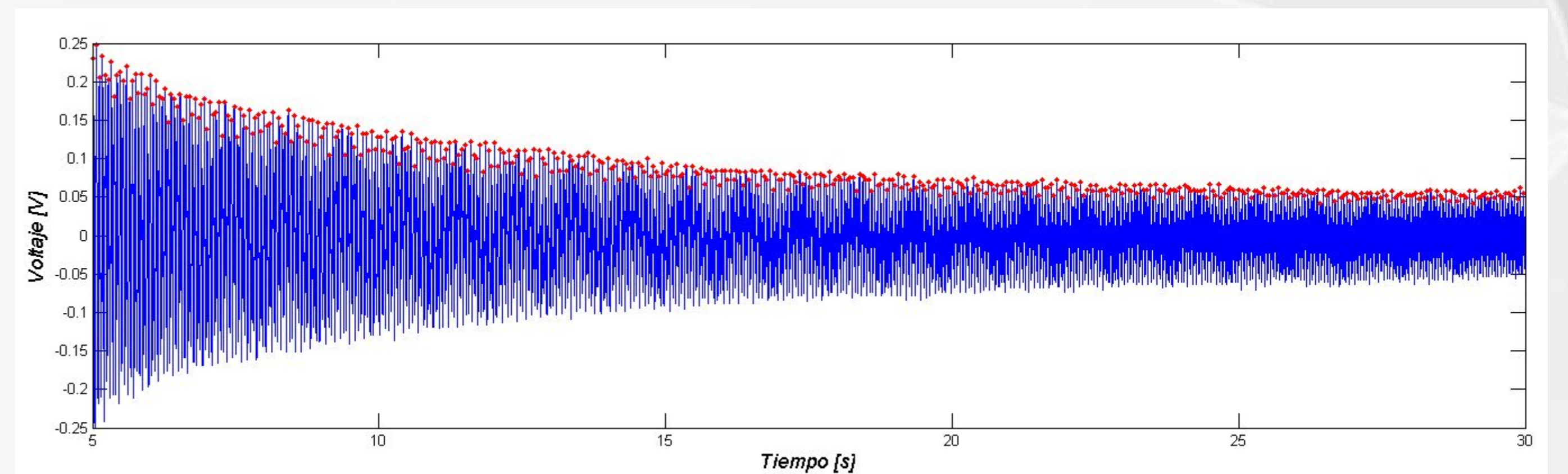


Gráfica de voltaje (línea azul) y máximos de voltaje (puntos rojos) en función del tiempo. Se observó un decaimiento exponencial de coeficiente $\alpha = (0,008 \pm 0,002)1/s$

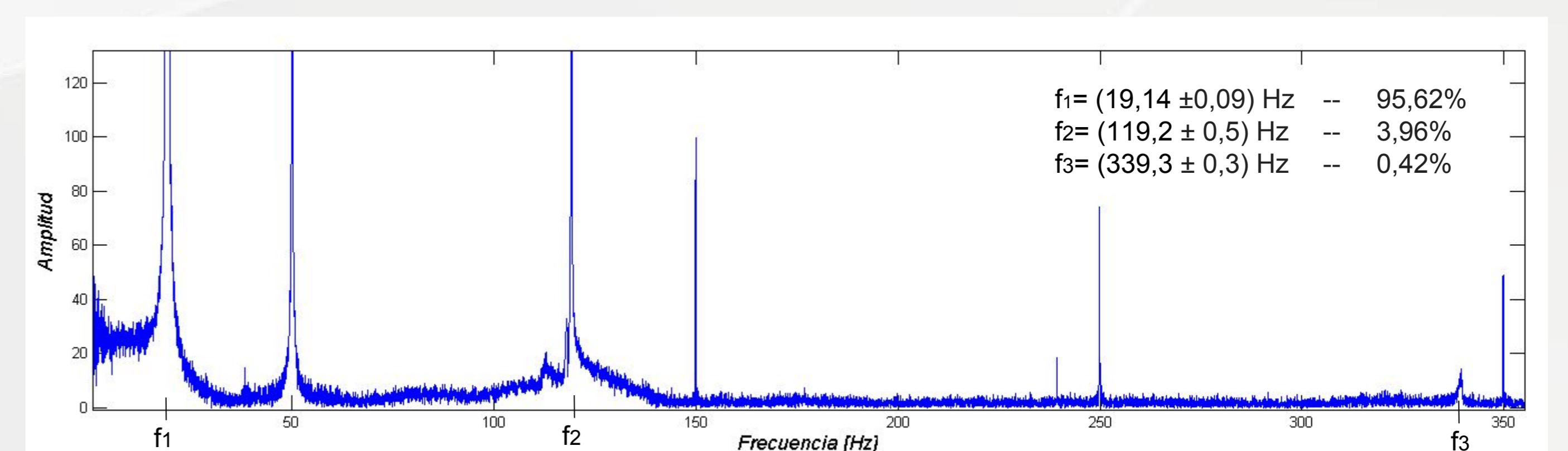


Espectro de frecuencias de la oscilación. Se detectó el primer modo normal, con sus respectivos armónicos

(2) Al excitar la barra en $X2 = (12,0 \pm 0,1)$ cm



Gráfica de voltaje (línea azul) y máximos de voltaje (puntos rojos) en función del tiempo. Se observó un decaimiento exponencial de coeficiente $\alpha = (0,0985 \pm 0,002)1/s$



Espectro de frecuencias de la oscilación. Se detectaron los primeros tres modos normales, con sus respectivas proporciones en amplitud

	VALOR TEÓRICO	MÉTODO DINÁMICO A	MÉTODO DINÁMICO B(1)	MÉTODO DINÁMICO B(2)
Módulo de Young (GPa)	107	92,02 ± 1,8	100,7 ± 1,5	101,2 ± 1,7
f ₁ (Hz)	19,6	17,5 ± 0,1	19,09 ± 0,05	19,14 ± 0,1
f ₂ (Hz)	123,3	--	--	119,2 ± 0,5
f ₃ (Hz)	345,4	--	--	339,3 ± 0,3

Tabla de valores teóricos esperados, y obtenidos para cada método

Conclusiones

- Se logró excitar tanto en la frecuencia fundamental como en los armónicos (múltiplos de la fundamental) y en las frecuencias de algunos modos normales.
- De los dos métodos dinámicos elegidos, resulta conveniente el segundo, ya que presenta menores diferencias con los valores teóricos de frecuencias (tanto fundamental como las de los modos normales) y de módulo de Young.
- Para análisis próximos, se podría estudiar la resonancia de las muestras elegidas, excitándose mediante un forzado.