

Estudio del espectro y naturaleza estadística de la emisión gama.

DF / FCEyN / UBA

<http://www.df.uba.ar>

Laboratorio 5

18 de mayo de 2016

Resumen

Estudio de los espectros de radiación gama obtenidos con una placa de adquisición. Estudio del efecto Compton. Comparación con modelos clásicos y relativistas para la interacción de rayos gama con electrones libres. Determinación experimental de la masa del electrón en reposo. Estudio de la naturaleza estadística del decaimiento radioactivo.

1. Introducción

El efecto Compton es uno de los fenómenos que ocurren en los detectores de radiación gama. En una interacción Compton, un fotón interactúa con un electrón libre. Para que se conserve la energía y momento en la interacción, en el estado final debemos tener un electrón y un nuevo fotón entre los cuales se reparten la energía y el momento del fotón incidente (Figura 1). Este efecto también se produce con electrones que tienen una energía de ligadura al átomo mucho menor que la energía del fotón incidente. Sean P_e y T el momento y energía cinética del electrón después de la interacción. Designamos con E_γ la energía del fotón incidente y con $E'_\gamma(\theta)$ la energía del fotón después de la interacción que suponemos sale en una dirección que forma un ángulo θ con la dirección del fotón incidente. Para el caso en que $\theta = 180^\circ$ (colisión unidimensional) es fácil demostrar que:

$$P_e \cdot c = 2E_\gamma - T. \quad (1)$$

La ecuación 1 es válida tanto relativísticamente como clásicamente. Utilizando la relación entre energía y momento clásica se puede obtener

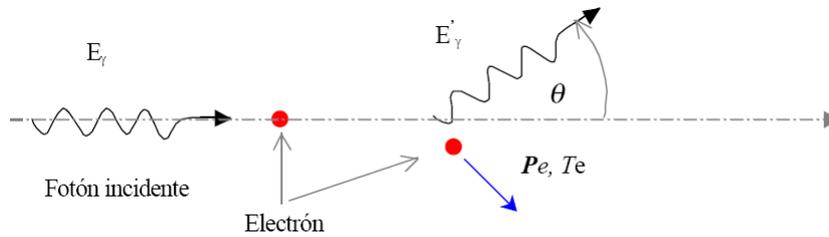


Figura 1: Esquema de una interacción Compton

la ecuación 2 que permite obtener la masa no relativista del electrón en la aproximación clásica, en términos de la energía del fotón incidente y la energía cinética máxima de los electrones después de la interacción.

$$m_{nr} \cdot c^2 = \frac{(2 \cdot E_\gamma - T)^2}{2 \cdot T} \quad (2)$$

Si, en lugar de utilizar la expresión clásica, usamos la relación relativista para el momento y la energía cinética en la ecuación 1 se obtiene:

$$m_e \cdot c^2 = \frac{2 \cdot E_\gamma \cdot (E_\gamma - T)}{T} \quad (3)$$

2. Arreglo experimental

Seguridad

Consulte con su instructor sobre las precauciones a tener en cuenta con el manejo del dispositivo experimental. No aplique tensión al detector ni conecte nada hasta que un instructor revise su circuito electrónico.

Utilizando un dispositivo experimental similar al esquematizado en la figura 2 y un conjunto de fuentes de radiación gama, trataremos de obtener los espectros de dichas fuentes. A partir de estas mediciones nos proponemos estudiar las características básicas del efecto Compton y las relaciones entre energía y momento, y masa del electrón discutidas previamente. Se recomienda utilizar fuentes tales como ^{57}Co , ^{52}Cr , ^{60}Co , ^{198}Au , ^{133}Ba , ^{137}Cs , ^{270}Bi . Asegúrese de que las fuentes elegidas cubran un rango de energías de fotones entre unos 100 KeV y 1.3 MeV aproximadamente. Este rango posibilita que los electrones que colisionan frontalmente ($\theta = 180^\circ$) salgan con energías mucho menores y mucho mayores que su masa en reposo. Conociendo las

energías de los fotones que emiten estas fuentes realizamos una calibración en energía del sistema de adquisición utilizado.

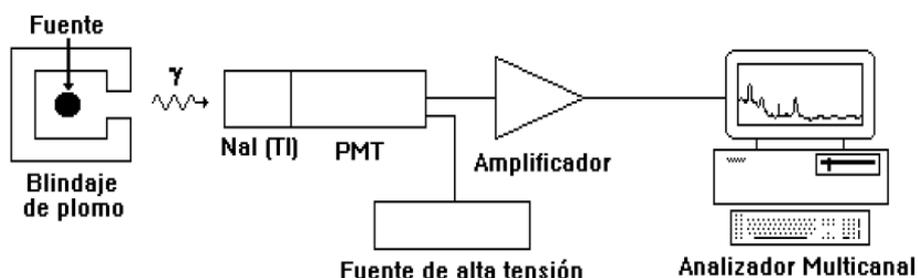


Figura 2: Esquema del dispositivo experimental para obtener los espectros de rayos gama. También se utiliza esta configuración para la parte estadística.

El objetivo de las técnicas espectrópicas es la determinación de las energías e intensidades de los fotones incidentes. El detector a utilizar en este experimento es un centelleador del tipo NaI(Tl). Consiste en un centelleador inorgánico de Ioduro de Sodio dopado con Talio. Los fotones incidentes interactúan con los átomos del detector a través de distintos mecanismos:

- Efecto fotoeléctrico: cuando el fotón incidente entrega toda su energía a un electrón ligado a un átomo. El electrón eyectado adquiere una energía igual a la del fotón incidente, menos la energía de ligadura al átomo.
- Efecto Compton: aquí tenemos en el estado final un electrón libre y otro fotón, entre ambas partículas se reparten la energía del fotón incidente.
- Creación de pares (si $E_\gamma > 1022$ KeV): en este caso la energía del fotón incidente se emplea en generar un par electrón–positrón que se reparten entre sí la energía del fotón incidente.

En estas interacciones la energía de los fotones se degrada dentro del detector en distintos tipos de excitaciones del material que lo forma. En los centelleadores, la energía de los fotones incidentes se invierte en producir una cierta cantidad de fotones ópticos cuyo número es proporcional a la energía del fotón incidente. Los electrones producidos en los distintos mecanismos de interacción, a su vez excitan a la red cristalina induciendo la emisión de fotones ópticos, por lo que la información de la energía del rayo gama queda contenida en el *número* de fotones ópticos y no en la energía de los mismos. Estos fotones inciden sobre el fotocátodo de un tubo fotomultiplicador (PMT). En el fotocátodo, cada fotón visible que incide produce la emisión de electrones por efecto fotoeléctrico. Estos son acelerados y dirigidos hacia una serie de

electrodos (dínodos). Al chocar los electrones contra los dínodos, se producen más electrones por emisión secundaria, el número n de electrones expulsados por cada colisión varía según la tensión aplicada a los dínodos. Estos electrones son nuevamente acelerados y dirigidos hacia otros electrodos consiguiéndose así un efecto multiplicador. De esta forma la salida del fotomultiplicador entrega un pulso de tensión cuya amplitud es proporcional a la energía del rayo gama original. El amplificador condiciona los pulsos (les da una forma gaussiana) además de amplificarlos.

En la figura 3 se puede observar un espectro típico de rayos gama, obtenido con un detector de estado sólido. Los espectros que resultan de un detector de centelleo son en esencia similar, excepto que la resolución de los picos no es tan buena como la ilustrada. Las principales características de un espectro gama son: el fotopico (corresponde al caso en que toda la energía del fotón incidente queda en el detector), y una planicie o meseta Compton. Esta planicie, se debe a que, a menudo, cuando ocurre una interacción Compton, el electrón deja toda su energía en el detector mientras que el fotón producido en la interacción se escapa del mismo. Por esta razón, la planicie siempre aparece a energías menores que el fotopico. La relación entre la importancia relativa de la meseta Compton y el fotopico depende entre otros factores del tamaño del detector. Cuanto más grande sea el tamaño del mismo, menor será la probabilidad de escape de los fotones secundario y menor será la magnitud de la meseta Compton respecto del fotopico. El continuo de la meseta se debe a que la energía de los electrones eyectados por la interacción, varía según sea el ángulo en que sale el fotón secundario. En particular, si el fotón secundario escapa a $\theta = 180^\circ$ de la dirección incidente, el electrón eyectado tendrá la máxima energía posible en este tipo de interacción. En otras palabras, el valor de la energía máxima de la meseta Compton llamado borde o canto Compton, está asociado a la energía máxima impartida a un electrón en una interacción Compton. La razón por la que el canto Compton no es abrupto está asociada en parte al hecho que los electrones del detector no están libres, y en parte a las limitaciones de resolución del detector. La presencia de cuentas entre el borde Compton y el fotopico está asociado a la posibilidad de que los fotones producidos en una interacción Compton realicen una segunda o tercera colisión Compton en el detector. Una discusión más detallada de los distintos tipos de interacciones que ocurren en los detectores de rayos gama puede encontrarse en la referencia [2].

De la discusión anterior podemos concluir que del estudio de los espectros de rayos gama obtenidos usando centelleadores podemos estudiar la cinemática y dinámica de la interacción de los fotones con los electrones del detector. Más específicamente, la energía del fotopico del espectro está asociada a la energía de los fotones incidentes (E_γ) mientras que la energía asociada al borde

Compton es la energía máxima de los electrones eyectados en la interacción, o sea, es la energía de los electrones que realizan una colisión unidimensional con los fotones incidente y que en la ecuación 1 designamos con T . De este modo, el experimento que nos proponemos realizar consiste en estudiar experimentalmente la relación entre E_γ y T . Finalmente nos proponemos comprar nuestros resultados con las expectativas clásicas y relativistas para la dinámica del electrón eyectado.

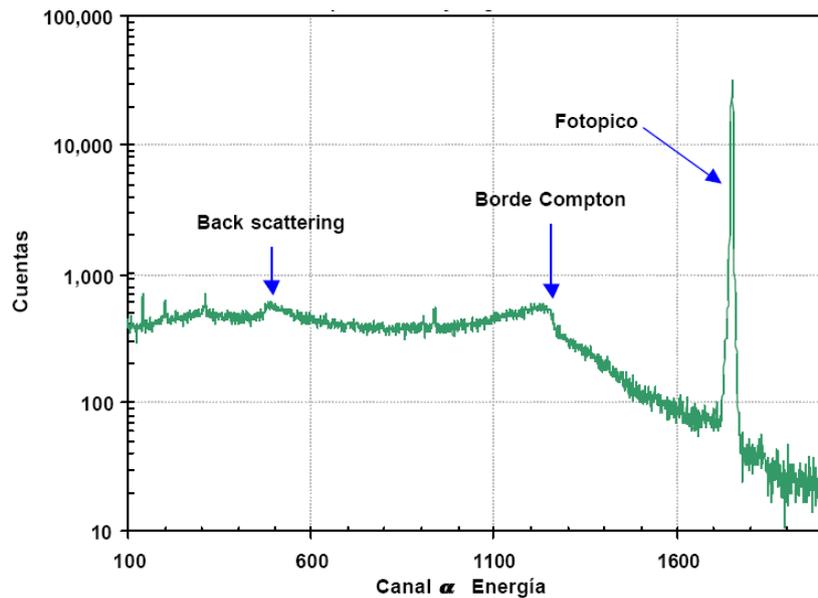


Figura 3: Espectro típico de rayos gama (este caso corresponde a una fuente monoenergética) obtenido usando un detector de estado sólido Ge(Hp). Además del pico principal (fotopico) se observan dos conspicuas características: el borde Compton, que corresponde a la máxima energía de los electrones en una colisión frontal con los fotones incidentes y el pico de back-scattering, que corresponde a la energía de los fotones que son retrodispersados en el medio circundante y reingresan al detector. Nótese que la escala vertical es logarítmica.

Desarrollo del experimento.

Una vez adquiridos los espectros de las diversas fuentes radioactivas:

- Representar gráficamente la posición de los centroides de los fotopicos (canal en el que se ubica el centroide) en función de las energías de los rayos gamas. Este gráfico constituye la curva de calibración en energía del sistema espectroscópico. Con esta curva es posible determinar la energía asociada a cada canal del sistema espectroscópico.

- Realice un gráfico de energía del canto Compton (T) versus la energía del rayo gama E_γ correspondiente (fotopico). Discuta brevemente el criterio utilizado para determinar el borde.
- Usando los valores obtenidos de T y E_γ , grafique:
 - $m_e \cdot c^2$ vs T
 - $m_{nr} \cdot c^2$ vs T
 - $m_e \cdot c^2$ vs E_γ
 - $m_{nr} \cdot c^2$ vs E_γ .
- Compare sus resultados experimentales con las expectativas teóricas. ¿Qué conclusiones obtiene de estos últimos gráficos?

Naturaleza estadística del decaimiento radioactivo

El decaimiento individual de un núcleo o átomo es un proceso estocástico [1]. La emisión de fotones, por ejemplo se realiza en forma aleatoria, emitiendo radiación en dirección y tiempos no predecibles microscópicamente. No obstante cuando tenemos un ensamble macroscópico ($>10^{12}$) de átomos que decaen, se puede determinar el número promedio de decaimientos en una dada dirección. Determinaciones sucesivas del número de cuentas emitidas por una fuente radioactiva en un dado intervalo de tiempo no darán exactamente el mismo resultado. Esta falta de definición o determinismo, es una de las características intrínseca del proceso radioactivo. Los valores obtenidos estarán distribuidos alrededor de un cierto valor medio. El objetivo de este experimento es precisamente estudiar la naturaleza de la distribución estadística asociada al decaimiento radioactivo. Por la teoría de probabilidades [1] sabemos que si conocemos una función de distribución, conocemos todos los momentos de la misma. Recíprocamente, si de una distribución conocemos todos los momentos, esto es equivalente a conocer la distribución. Por lo tanto para determinar una distribución de probabilidad asociada a una experimento, tenemos dos alternativas: determinar la distribución o bien determinar todos (o los más relevantes) sus momentos.

Nota sobre la distribución de Poisson: Esta es una distribución de probabilidad discreta. Esto es un experimento aleatorio en que los resultados posibles son el conjunto de los números naturales. La probabilidad que la

variable aleatoria tome el valor n esta dada por la función de distribución siguiente (de Poisson) [1, 2, 3, 4]:

$$P_{\lambda}(n) = \frac{\lambda^n}{n!} \cdot e^{-\lambda} \quad (4)$$

donde λ es un parámetro característico de esta distribución con las siguientes propiedades:

$$\langle n \rangle = \sum n \cdot P_{\lambda}(n) = \lambda. \quad (5)$$

La varianza de la distribución en este caso viene dada por:

$$Var(n) = \sigma^2 = \sum (n - \langle n \rangle)^2 \cdot P_{\lambda}(n) = \lambda = \langle n \rangle \quad (6)$$

siendo σ la desviación estándar. La probabilidad de Poisson es máxima para $n = \lambda = \langle n \rangle$. Esta distribución de probabilidad no es simétrica con respecto al valor medio $\langle n \rangle$. De modo que $\lambda (= \langle n \rangle)$ es el valor medio de la variable aleatoria n , o sea el momento de primer orden de la distribución. En términos de este experimento, λ representaría el número medio de cuentas en el intervalo de tiempo de observación.

Recomendaciones generales: Realice las mediciones en forma continua, sin dejar transcurrir grandes intervalos de tiempo entre una y otra, de modo de asegurar que las características físicas y geométricas del experimento sean lo más constante posible. Mantenga la fuente, el detector, electrónica y todas las condiciones de la experiencia completamente inalteradas durante la ejecución de la misma.

Desarrollo del experimento.

Para este experimento es necesario usar un detector de radiación gama asociado a un sistema de adquisición de datos que permita medir el número de cuentas que llegan al detector en un dado intervalo de tiempo. Luego, mediante los datos adquiridos por la placa DAQ mencionada anteriormente, se realiza una medición subdividida en intervalos de tiempo pequeño de igual duración. Luego, para cada intervalo se cuenta la cantidad de picos con energías cercanas a la del fotopico (es decir, la cantidad de fotones detectados) y se realiza un histograma de estas cantidades. Entonces, para este histograma se calcula el valor medio ($\langle n \rangle$) y la varianza (σ^2), si la distribución es Poissoniana estos valores deberían ser iguales. Pueden obtenerse varios histogramas, variando distintos parámetros:

- La fuente radioactiva utilizada.
- La cercanía de esta fuente al detector.
- El intervalo de energías alrededor del fotopico que son consideradas como radiación gama.
- La duración de los pequeño intervalos de tiempo sobre los cuales se cuenta la cantidad de picos.

Se puede calcular la diferencia relativa entre $\langle n \rangle$ y σ^2 para los histogramas obtenidos mediante cada elección de estos parámetros, y luego intentar responder estas preguntas:

- ¿La distribución cambia al disminuir el intervalo de energías considerado? ¿Este cambio ocurre para todas las fuentes? ¿Cuál es la característica relevante de las diferentes fuentes?
- ¿La cercanía de la fuente modifica en algo a la estadística?
- ¿La distribución se modifica al cambiar la duración de los intervalos de medición? ¿Y si se modifica la duración total del experimento?

Referencias

- [1] Teoría de probabilidades y aplicaciones. - H. Cramer - Aguilar - Madrid 1968.
- [2] The Atomic Nucleus - R. D. Evans, McGraw-Hill Book Co. New York 1955.
- [3] Radiation detection and measurements Glenn F. Knoll, 2nd Ed., John Wiley & Sons Inc., New York, 1989.
- [4] Data Reduction and Error analysis for the Physical Sciences, P. R. Bevington, McGraw-Hill Book Co. New York 1969.