

# Medición de la conductividad de materiales no ferromagnéticos

En esta actividad se estudia la conductividad de diferentes materiales utilizando un método no destructivo, que no requiere contacto entre los elementos empleados, basado en la Ley de Inducción de Faraday. Esta guía está basada en los trabajos de Josebachuli y Zurita [1] y de Iñiguez, Raposo, Flores, Zazo y Hernández López [2].

## Introducción

Cuando se trabaja con un determinado equipo, es necesario conocer las características de los materiales que lo componen, a fin de hacer buen uso del mismo. En el ámbito del instrumental eléctrico, uno de los factores determinantes es la conductividad de los materiales, es decir, cuán buenos conductores de corriente son. Hay muchos métodos para determinar la conductividad de un determinado tipo de sustancia, pudiéndose dividirlos en métodos de contacto (por ejemplo el método de cuatro puntas) y métodos que no requieren contacto entre el dispositivo de adquisición de datos y la muestra a analizar. Éstos últimos incluyen técnicas basadas en la Ley de Inducción de Faraday que tienen alto grado de precisión [3, 4]. En efecto, si se toma una cierta cantidad de material conductor y se le aplica un campo magnético variable, se inducirán en el mismo (por la variación de flujo magnético) corrientes (llamadas corrientes parásitas, eddy o de Foucault). Estudiando el efecto de estas corrientes puede determinarse el valor de la conductividad del material. Cabe destacar que este procedimiento no altera las características de la sustancia en estudio.

En concreto, se analiza la corriente inducida en un circuito secundario inmerso en el campo generado por el primario, cuando en el primario se introduce un tubo conductor de un material no ferromagnético (**¿porqué no ferromagnético?**), a partir de la amplitud de la señal de salida.

Despreciando efectos de borde, el campo magnético en el eje de un solenoide ( $\vec{B}_{bob}$ ) al aplicarle una tensión senoidal de amplitud constante viene dada por

la expresión:

$$\vec{B}_{bob} = B_0 \cos(\omega t) = \frac{\mu_0 N}{l_{bob}} I_0 \cos(\omega t) \quad (1)$$

donde  $l_{bob}$  es la longitud de la bobina,  $N$  el número de vueltas e  $I_0$  la amplitud de la corriente. Con un arrollamiento secundario ubicado dentro de la bobina puede medirse el valor del voltaje inducido, proporcional a  $\vec{B}_{bob}$  y a la frecuencia. Al introducir un tubo de material conductor aparece en el mismo una corriente azimutal inducida y el campo magnético se ve alterado. Si la frecuencia de la señal es baja, puede despreciarse el efecto piel y la distribución de corriente será entonces uniforme. El límite a la validez de esta afirmación (que determina qué entendemos por bajas frecuencias) viene dado por la profundidad de penetración del efecto piel ( $\delta$ ), que puede estimarse [5] usando la siguiente expresión:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \omega \sigma}} \quad (2)$$

donde  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética del vacío y  $\sigma$  es la conductividad del material. Se debe tener en cuenta entonces que el espesor del tubo sea mucho menor que el valor de  $\delta$ , para poder proponer el modelo que se presenta a continuación.

La resistencia y la inductancia de un tubo conductor de paredes delgadas, por el cual circula una corriente como la descrita, pueden ser aproximadas [6] por:

$$R = \frac{2\pi a}{\sigma l_{tubo} t} \quad (3)$$

$$L = \frac{\mu_0 \pi a^2}{l_{tubo}} \quad (4)$$

siendo  $a$  el radio medio del tubo,  $t$  su espesor y  $l_{tubo}$  su longitud (similar a la longitud de la bobina). Además el coeficiente de inducción magnética  $M$  toma la forma  $NL$ . Luego, en notación compleja la corriente en el tubo ( $\vec{I}_{tubo}$ ) en función de la corriente en la bobina ( $I$ ) es:

$$\vec{I}_{tubo} = -\frac{iM\omega}{R + i\omega L} \vec{I} \quad (5)$$

En ese caso la inducción magnética total en el eje de la bobina (generada por la corriente en la bobina y

la corriente en el tubo) responde a la expresión:

$$\bar{B}_{total} = \frac{\mu_0}{l_{bob}} \left( N - \frac{M\omega(\omega L + iR)}{R^2 + L^2\omega^2} \right) \bar{I} \quad (6)$$

Por lo tanto puede definirse así al coeficiente de apantallamiento magnético  $\eta$  como la variación relativa respecto al valor absoluto del campo magnético cuando se introduce el tubo:

$$\eta = \frac{|\bar{B}_{bob}| - |\bar{B}_{total}|}{|\bar{B}_{bob}|} \quad (7)$$

Empleando las ecuaciones 1, 3, 4 y 6, y escribiendo  $\eta$  en función de la frecuencia  $f$ , se obtiene un modelo teórico:

$$\eta = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + f^2(\mu_0\pi\sigma at)^2}} \quad (8)$$

A partir de estas dos últimas expresiones se pueden realizar mediciones para calcular la conductividad del material del tubo, mediante el ajuste de la ecuación 8 propuesta por el modelo a los valores experimentales obtenidos para  $\eta$  (ecuación 7). Asimismo se reescribe la ecuación 8 de manera tal que se obtenga una expresión proporcional a la frecuencia ( $\alpha(f)$ ).

$$\alpha(f) = \sqrt{\left(\frac{1}{1-\eta}\right)^2 - 1} = \mu_0\pi at\sigma f \quad (9)$$

Esta fórmula (donde  $\eta$  es el medido) permite conocer el intervalo de frecuencias en las cuales la expresión 8 efectivamente describe el comportamiento del dispositivo experimental, a partir de la linealidad de respuesta en frecuencia.

## El experimento

El dispositivo experimental empleado se observa en el esquema de la Figura 1. Una fuente de tensión alterna de frecuencia variable se conecta a la bobina primaria. En forma coaxial con ésta se coloca un tubo conductor de largo apenas menor que la bobina (**¿porqué?**) de espesor  $t$  y radio medio  $a$ . La bobina secundaria se coloca en el interior del tubo y aproximadamente en el centro geométrico de la bobina primaria (**¿porqué?**). La bobina secundaria se conecta a un osciloscopio o amplificador Lock-in, a fin de registrar la tensión inducida sobre la misma.

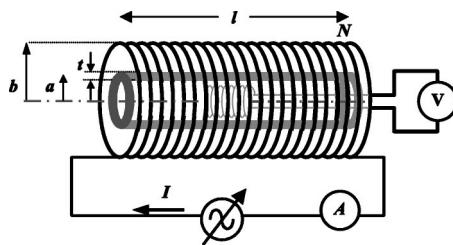


Figura 1: Dispositivo experimental. Imagen extraída de [2]

## Preguntas para empezar

- ¿Cómo estimaría el rango de frecuencias a explorar?
- ¿Cómo se modificaría el modelo si se colocaran dos tubos de conductividades  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ , espesores  $t_1$  y  $t_2$  y radios medios  $a_1$  y  $a_2$  de manera concéntrica?
- ¿Qué ocurre a frecuencias mucho mayores?

## Referencias

- [1] M. Josebachuili y P. Zurita, informe de Práctica Especial de Laboratorio 3 - Cátedra Dr. S. Gil - Facultad de Cs. Exactas y Naturales - Universidad de Buenos Aires (sin publicar).
- [2] J. Íñiguez, V. Raposo, A. Flores, M. Zazo, y A. Hernández-López, American journal of physics **73**, 206 (2005).
- [3] C. S. MacLachy, P. Backman, y L. Bogan, American Journal of Physics **61**, 1096 (1993).
- [4] K. D. Hahn, E. M. Johnson, A. Brokken, y S. Baldwin, American Journal of Physics **66**, 1066 (1998).
- [5] S. Gil y E. Rodríguez, *Física re-Creativa* (Prentice-Hall, Buenos Aires, 1999).
- [6] D. J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics* (Prentice-Hall, New Jersey, 1999).