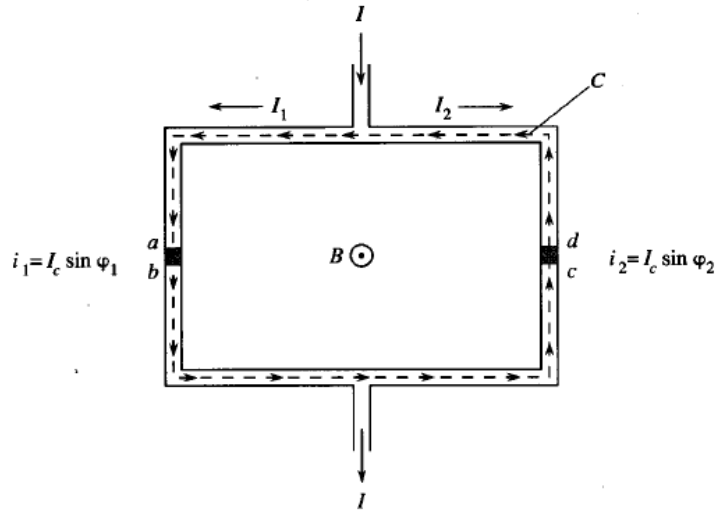


SQUID

Superconducting QUantum Interference Device

Victoria Bekeris

La figura 1 muestra un circuito superconductor con dos ramas idénticas conteniendo dos junturas Josephson (ab y cd)



La corriente aplicada o de bias I se divide en las corrientes de rama i_1 e i_2 , I_c es la corriente crítica de las junturas y B es el campo magnético aplicado normal al plano del circuito.

Utilizando las ecuaciones de Josephson para cada juntura, y la relación trigonométrica $\sin [a] + \sin [b] = 2 \cos [(a - b) / 2] \sin [(a + b) / 2]$, resulta:

$$\begin{aligned} i &= i_1 + i_2 = I_c \sin \varphi_1 + I_c \sin \varphi_2 \\ &= 2I_c \cos \left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right) \sin \left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right) \end{aligned}$$

Aquí φ_1 es la diferencia de fase (invariante Gauge) en cada juntura.

Si no hay campo aplicado, $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_J$, con lo que $i = 2 I_c \sin(\varphi_J)$

En el caso general, $\varphi_1 \neq \varphi_2$ y si recorremos el circuito siguiendo el camino C , por definición de diferencia de fase resulta,

$$\oint_C \nabla \theta \cdot d\mathbf{l} = 2\pi n = (\theta_b - \theta_a) + (\theta_c - \theta_b) + (\theta_d - \theta_c) + (\theta_a - \theta_d)$$

Con la definición de diferencia de fase invariante de Gauge en cada juntura dada por

$$\theta_b - \theta_a = -\varphi_1 - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_a^b \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$$

$$\theta_d - \theta_c = \varphi_2 - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_c^d \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$$

con $\Phi_0 = hc/2e$, el cuanto de flujo, donde e es la carga del electrón, h la constante de Planck y c la velocidad de la luz (unidades CGS)

En el superconductor, la supercorriente también genera desfasajes dados por

$$\theta_c - \theta_b = \int_b^c \nabla\theta \cdot d\mathbf{l} = -\Lambda \int_b^c \mathbf{J} \cdot d\mathbf{l} - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_b^c \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$$

$$\theta_a - \theta_d = \int_d^a \nabla\theta \cdot d\mathbf{l} = -\Lambda \int_d^a \mathbf{J} \cdot d\mathbf{l} - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_d^a \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$$

donde $\Lambda = 4\pi m/h n_s e$ con m la masa del electrón, n_s la densidad de electrones, de manera que sumando estas últimas cuatro ecuaciones resulta

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi n + \frac{2\pi}{\Phi_0} \oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} + \Lambda \int_b^c \mathbf{J} \cdot d\mathbf{l} + \Lambda \int_d^a \mathbf{J} \cdot d\mathbf{l}$$

o bien

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi n + \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0} + \Lambda \int_{C'} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{l}$$

donde C' excluye las junturas.

Muchas veces, el camino de integración puede tomarse en regiones donde $\mathbf{J} = 0$ (electrodos superconductores de ancho mayor a la longitud de penetración λ , eligiendo el camino donde ya decayeron las corrientes), en cuyo caso

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi n + \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0}$$

La corriente total puede entonces escribirse en función del flujo magnético Φ que atraviesa el área subtendida por el camino C .

$$i = 2I_C \cos\left(\frac{\pi\Phi}{\Phi_0}\right) \sin\left(\varphi_1 + \frac{\pi\Phi}{\Phi_0}\right)$$

Como $\varphi_2 = \varphi_1 + 2\pi n + 2\pi\Phi/\Phi_0$, hemos usado la igualdad $(\varphi_2 + \varphi_1)/2 = (\varphi_1 + \varphi_1 + 2\pi n + 2\pi\Phi/\Phi_0)/2 = \varphi_1 + \pi n + \pi\Phi/\Phi_0$

Pero el flujo a través del camino de integración es

$$\Phi = \Phi_{\text{ext}} + LI_{\text{cir}}$$

con Φ_{ext} el asociado al campo externo y LI_{cir} es el flujo magnético generado por las corrientes inducidas, teniendo en cuenta la autoinductancia, L , del circuito. Observar que si no hay

campo aplicado, $i_1 = i_2$, y el campo inducido por las corrientes se compensa y resulta nulo. Pero, si hay campo aplicado, por ejemplo con sentido entrante, existe la corriente de circulación de modo que en la juntura 1, se suma a $i/2$ la corriente inducida y en 2 se resta, o sea $i/2 + I_{\text{cir}} = i_1$ mientras que $i/2 - I_{\text{cir}} = i_2$, resultando para la corriente de circulación:

$$I_{\text{cir}} = (i_1 - i_2)/2$$

Usando la relación trigonométrica:

$$\sin [a] - \sin [b] = 2 \cos [(a+b) / 2] \sin [(a-b) / 2]$$

se obtiene para el flujo :

$$\Phi = \Phi_{\text{ext}} + \frac{LI_c}{2} \sin \left(\frac{\pi \Phi}{\Phi_o} \right) \cos \left(\varphi_1 + \frac{\pi \Phi}{\Phi_o} \right)$$

La relación entre el flujo y la corriente de bias fue obtenida mas arriba y es:

$$i = 2I_c \cos \left(\frac{\pi \Phi}{\Phi_o} \right) \sin \left(\varphi_1 + \frac{\pi \Phi}{\Phi_o} \right) \quad (1)$$

de manera que habrá un rango de valores de i y de ϕ que satisfacen estas dos últimas ecuaciones.

Si fuese posible medir la corriente i se podría determinar el flujo ϕ y entonces determinar el campo B, pero las corrientes superconductoras no pueden medirse en forma directa (por ejemplo un amperímetro en serie es disipativo y haría que las corrientes se degraden).

Pero hay otra alternativa. Para un dado flujo magnético, habrá una i_{MAX} que podrá aplicarse al SQUID sin que se genere un voltaje. Si se mide el valor de la corriente para la cual comienza a aparecer un voltaje no nulo entre los bornes del SQUID, veremos que podremos determinar el flujo.

Resolver este problema es complejo a menos que podamos desprestigiar la autoinductancia del SQUID, de manera que $\phi = \phi_{\text{ext}}$, y entonces una variación de i no modifica a ϕ en la ecuación (1) sino solo a φ_1 . El máximo de i se obtiene para

$$di/d\varphi_i = 0$$

O sea para el caso en que

$$\cos(\varphi_1 + \pi\Phi_{\text{ext}}/\Phi_o) = 0 \quad \longrightarrow \quad \sin(\varphi_1 + \pi\Phi_{\text{ext}}/\Phi_o) = \pm 1$$

Por lo tanto, volviendo a la ecuación (1):

$$i_{\text{max}} = 2I_c \left| \cos \left(\frac{\pi \Phi_{\text{ext}}}{\Phi_o} \right) \right|$$

resultado que permite determinar el flujo externo midiendo la máxima corriente de bias no disipativa. Se grafica en la figura 2 la dependencia de i_{\max} con el flujo magnético externo

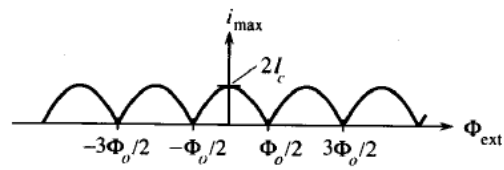


Figura 2: Corriente máxima no disipativa en función del flujo externo. Se observa la relación periódica entre el flujo (campo magnético) e i_{\max}