# $1^{\text{er}}$ Parcial de Mecánica Clásica.

Primer cuatrimestre de 2002.

IMPORTANTE: Hacer cada problema en hojas separadas

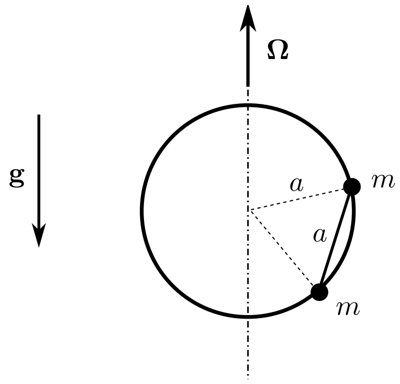
Problema 1: El aro de la figura (de radio $a$) se halla contenido en un plano vertical que rota con velocidad angular $\mathbf{\Omega}$ constante. Los dos cuerpos puntuales de masa $m$ pueden moverse en el aro y además se encuentran unidos por una barra rígida de masa despreciable y longitud $a$. Hay gravedad.

(a) ¿Cuántos grados de libertad tiene el sistema?

(b) Escribir el Lagrangeano y las ecuaciones de Euler−Lagrange.

(c) Escribir el hamiltoniano. ¿Éste se conserva? ¿Resulta igual a la energía?

(d) Hallar (si las hay) posiciones de movimiento estacionario. En caso de haberlas, hallar la frecuencia de oscilación para pequeños apartamientos de las posiciones de movimiento estacionario estable.




Problema 2: Se sabe que el Lagrangeano de una partícula moviéndose en el espacio resulta invariante ante la transformación infinitesimal de coordenadas:

$$x' = x + y\,\delta$$
$$y' = y - x\,\delta$$
$$z' = z + \delta/a.$$

Donde $\delta$ es el parámetro infinitesimal de la transformación y $a > 0$.

(a) Utilizando el teorema de Noether encontrar la constante de movimiento asociada a esta invariancia.

(b) Escribir un Lagrangeano (distinto del correspondiente a la partícula libre) que tenga dicha invariancia.

Problema 3: (a) Se tiene un cuerpo sometido a una fuerza de la forma

$$\mathbf{F}(r) = kr^n\,\hat{r}.$$

Donde $n$ es un entero y $k$ un número real. ¿Qué condiciones deben cumplir $n$ y $k$ para que el sistema admita órbitas circulares?

(b) Determinar las fuerzas centrales que conducen a los siguientes tipos de órbitas:

1. $r = a\,(1 + \cos\phi)$
2. $r = a\exp(b\phi)$
3. $r = A\left\{\cosh\left[a(\phi - \phi_0)\right]\right\}^{-1}$
4. $r = A\left(1 - \epsilon^2\cos^2\phi\right)^{-1/2}$

AYUDA: ¡Aslundermnonder vas quender vas enderstunderdisas vas asprunderenderbas vas enderl vas pasrcisasl vas vas!