

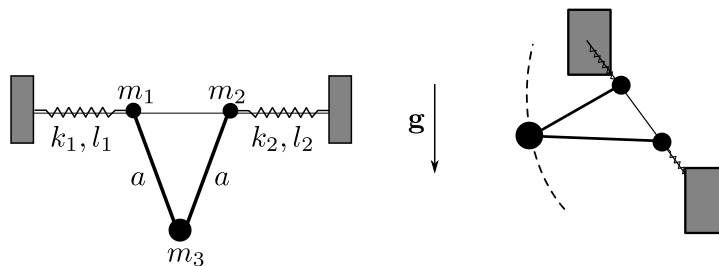
Mecánica Clásica

Primer parcial – Primer cuatrimestre de 2005.

Hacer cada problema en hojas separadas.

Problema 1: El sistema de la figura consiste en tres cuerpos puntuales de masas m_1 , m_2 y m_3 como indica la figura. Los cuerpos 1 y 2 están enhebrados en un eje fijo horizontal y a los extremos de sendos resortes de constantes elásticas k_1 y k_2 y longitud de equilibrio l_1 y l_2 . El cuerpo 3 está unido por dos varillas de igual longitud a a los cuerpos 1 y 2 y puede rotar alrededor del eje. Hay gravedad.

- ¿Cuántos grados de libertad tiene el sistema?
- Hallar constantes de movimiento. Justifique el motivo de la conservación.
- Escriba el Lagrangeano.
- Escriba las ecuaciones de Euler-Lagrange.



Problema 2: Se sabe que una partícula de masa m que se mueve sobre una recta, sujeta a un resorte ideal de constante k y longitud libre nula se encuentra a $t = 0$ en el punto a y a tiempo $t = T$ en el punto b . Determinar la parábola $x(t) = x_0 + x_1 t + x_2 t^2$ que mejor se aproxima a la solución verdadera desde el punto de vista del principio variacional de Hamilton.

Problema 3: Se sabe que el Lagrangeano de una partícula de masa m que se mueve en el espacio resulta invariante ante la transformación espacial

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \epsilon_1 \hat{n} \times \mathbf{r} + \epsilon_2 \hat{n},$$

donde ϵ_1 y ϵ_2 son parámetros infinitesimales independientes y arbitrarios y \hat{n} un versor en una dirección fija y determinada.

- Utilizando el Teorema de Noether hallar constantes de movimiento asociadas a esta invariancia.
- Dar un ejemplo de sistema (distinto de la partícula libre) que posea esta invariancia.
- Si ahora el parámetro ϵ_1 está relacionado con ϵ_2 como $\epsilon_2 = a\epsilon_1$, donde a es una constante real, repita los puntos anteriores.

Problema 4: Se tiene un oscilador isótropo tridimensional con energía total E_0 y momento angular l_0 .

- Hallar los semiejes mayor y menor de la órbita en función de estas cantidades.
- Eligiendo los ejes x e y en el plano en el cual ocurre el movimiento, ¿qué velocidad inicial (en módulo y dirección) se le debe dar a la partícula para que el semieje mayor de la órbita forme un ángulo β con el eje x ?