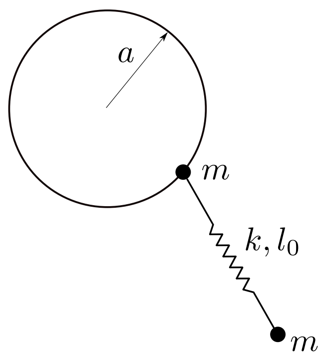
Buenos Aires, 14 de Octubre de 2006.

Mecánica Clásica
Segundo cuatrimestre 2006. Primer parcial

Problema 1: Una masa m se encuentra engarzada en un aro circular de radio a, otro cuerpo de igual masa está vinculado al anterior por medio de un resorte. El aro se encuentra en posición vertical y el sistema solo puede desplazarse en el plano del aro.

i) Calcular grados de libertad (justifique) y proponer un sistema de coordenadas generalizadas.
ii) Calcular el Lagrangiano correspondiente.
iii) Encontrar las ecuaciones de movimiento del sistema.



Problema 2: Un cuerpo de masa m se mueve en un potencial central de la forma:

$$V = \frac{k}{r^2}.$$

i) Escribir el Lagrangiano y la Energía del sistema.
ii) Graficar el potencial efectivo en los casos $k > 0$ y $k < 0$.
iii) Discutir los distintos tipos de órbitas en cada caso en función de los valores de k.
iv) Plantear la ecuación integral de las órbitas.

Problema 3: Utilizando principios variacionales demostrar que la mínima distancia entre dos puntos de un plano es una recta.

Problema 4: Para el sistema de la figura:

i) Escribir el Lagrangiano del sistema.
Sugerencia: Elegir coordenadas generalizadas como desviaciones a partir de las posiciones de equilibrio.
ii) Escribir el Lagrangiano en forma matricial. Calcular las frecuencias de oscilación y los modos normales.
iii) Escribir las soluciones si $x_1 = A + l_0$, $x_2 = 2l_0 - A$, $\dot{x}_1 = 0$, $\dot{x}_2 = 0$ (x_1 y x_2 son las posiciones de las masas medidas desde la pared).
iv) Se introduce un potencial de interacción de la forma:

$$V(\xi) = b\left[\exp(-\xi^2) - 1\right],$$

donde $\xi = x_2 - x_1 + l_0$. Cómo cambian las frecuencias de oscilación para pequeños apartamientos de la posición de equilibrio. Interprete físicamente si $b = k$.