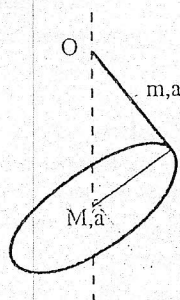


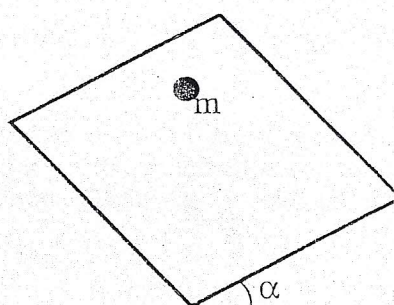
Recuperatorio del segundo parcial de Mecánica Clásica.
Primer Cuatrimestre, 2003

1. El sistema de la figura consiste en un disco de masa M y radio a , unido por su borde al extremo de una barra rígida de masa m y longitud a ($M = 4m/3$). El centro del disco puede moverse libremente a lo largo del eje indicado, mientras que el extremo restante de la barra se encuentra fijo al punto O . Todo el sistema puede girar alrededor del eje punteado. La articulación entre el disco y la barra permite que esta se mueva libremente en el plano formado por el radio y el eje. Hay gravedad.
 - (a) ¿Cuántos grados de libertad tiene el sistema?
 - (b) Escriba el lagrangiano del sistema en coordenadas generalizadas apropiadas.
 - (c) Identifique las magnitudes conservadas. Justifique.
 - (d) Escriba el hamiltoniano del sistema.
 - (e) Dibuje cualitativamente los diagramas de fase y describa los movimientos posibles del sistema.
2. Una partícula de masa m puede moverse libremente sobre la superficie de un plano inclinado que forma un ángulo α con la horizontal (ver figura). Hay gravedad.
 - (a) Escriba el hamiltoniano del sistema.
 - (b) Identifique las magnitudes conservadas. Justifique.
 - (c) Encuentre la función generatriz de una transformación canónica, tal que en las nuevas variables el hamiltoniano del sistema sea nulo.
 - (d) Utilice esa transformación para encontrar la trayectoria.
3. Una partícula de masa m se mueve sobre una superficie plana que gira con velocidad angular constante Ω alrededor del eje z . La partícula se encuentra sometida a un potencial

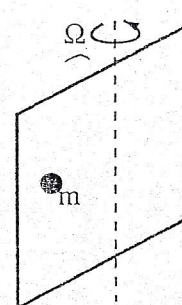
$$V = \frac{k}{2} z^2 - \alpha r^2, \quad (1)$$
 donde $\alpha > 0$ y r es la distancia de la partícula al eje de rotación.
 - (a) Escriba el hamiltoniano del sistema.
 - (b) Obtenga las ecuaciones de movimiento y halle sus soluciones.
 - (c) Identifique dos magnitudes conservadas. Utilice las propiedades de los corchetes de Poisson para verificar la validez de las constantes halladas.
 - (d) Dibujar los diagramas de fase. Indique claramente la dirección del flujo.



Problema 1



Problema 2



Problema 3