MECÁNICA CLÁSICA

Cinemática relativista:

1) Utilizando un diagrama espacio-temporal de Minkowski muestre los efectos de la contracción de Lorentz y de la dilatación temporal.

2) En un sistema de referencia inercial S se propaga una onda electromagnética plana en una cierta dirección **n**, de manera que la amplitud de la misma puede expresarse como

$$A = A_0 \cos\left[k\left(\mathbf{x}\cdot\mathbf{n} - ct\right)\right].$$

Muestre que si se observa dicha onda desde un sistema S', que se mueve con velocidad **V** respecto de S, la dirección de propagación será distinta, de valor

$$\mathbf{n}' = \frac{\mathbf{n} + (\gamma - 1)(\mathbf{V}\cdot\mathbf{n})\mathbf{V}/V^2 - \gamma\,\mathbf{V}/c}{\gamma(1 - \mathbf{V}\cdot\mathbf{n}/c)},$$

efecto conocido como aberración.
Asimismo, muestre que la frecuencia $\omega = kc$, pasa a ser en el sistema S'

$$\omega' = \gamma(1 - \mathbf{V}\cdot\mathbf{n}/c)\omega,$$

que es el efecto Doppler relativista (difiere del galileano en el factor γ).

3) Considere la famosa paradoja de los mellizos. Usando un diagrama espacio-temporal de Minkowski indique las líneas de universo de ambos mellizos y de las señales de radio que se envían uno al otro a intervalos regulares iguales en el sistema propio de cada uno de ellos.
Note la diferencia de escalas en el diagrama de los intervalos para cada mellizo y discuta la diferencia entre intervalos de recepción de cada señal e intervalos de emisión.
Repita el análisis desde el punto de vista galileano, pero considerando que las señales de radio tienen siempre velocidad c independientemente de la velocidad de la fuente emisora.
Discuta la diferencia del efecto Doppler en los casos relativista y galileano como se manifiesta en los diagramas previos.

Dinámica relativista:

1) Una masa puntual de valor m oscila en forma unidimensional bajo la acción de un resorte de longitud natural L_0 y constante elástica k. Considerando que en un sistema de referencia S_0 en el que la velocidad media de la partícula es nula vale la ley clásica de fuerza de un resorte, resuelva el problema en un sistema de referencia S que se mueve respecto de S_0 con velocidad relativista V en la dirección de la oscilación de la partícula. Linealice el problema considerando que la velocidad de oscilación es mucho menor que

V. Muestre que la solución presenta tanto los efectos de contracción de Lorentz como de dilatación temporal.

2) Considere un cohete libre de fuerzas que se impulsa emitiendo gases a velocidad V_G constante, relativa al cohete. Usando la conservación del impulso total, pruebe que la ecuación que relaciona la velocidad u del cohete con su masa es

$$m\frac{du}{dm} = -V_G\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right).$$

Intégrela y determine la velocidad final en función de la fracción de masa final del cohete (respecto de la inicial) y de la velocidad de los gases de escape V_G. Note la conveniencia de obtener el máximo V_G posible.

3) Para una partícula de masa m que en reposo se desintegra en dos partículas de masas m_1 y m_2, pruebe que la energía cinética $T_{1,2}$ (energía total menos energía en reposo) de cada una de ellas se expresa en la forma

$$T_{1,2} = \Delta mc^2\left(1-\frac{m_{1,2}}{m}-\frac{\Delta m}{2m}\right),$$

donde $\Delta m = m - m_1 - m_2$ es el exceso de masa del proceso.
Considere ahora que un sistema o partícula de masa m se desintegra o transforma en reposo en un conjunto de partículas, la suma de cuyas masas es igual a $m-\Delta m$. Usando lo deducido para el caso de sólo dos partículas resultantes justifique que en el caso general la energía cinética máxima posible de una partícula resultante genérica de masa m_i es

$$T_i^{\max} = \Delta mc^2\left(1-\frac{m_i}{m}-\frac{\Delta m}{2m}\right).$$

4) Una partícula de masa m que viaja a velocidad $\mathbf{V}$ se desintegra en dos partículas de masas m_1 y m_2. Determine la energía de cada una de ellas, y el ángulo correspondiente de la otra partícula, en función del ángulo que forma la trayectoria de una de ellas con la dirección de $\mathbf{V}$.
Demuéstrese que conociendo las masas m_1 y m_2 de las partículas resultantes y el ángulo ente sus trayectorias puede determinarse la masa m de la partícula inicial.

5) Para un choque elástico de dos partículas de igual masa m, una de las cuales se encuentra en reposo mientras que la otra se mueve a velocidad $\mathbf{V}$, determine las energías de las partículas resultantes, y el ángulo correspondiente de la otra partícula, en función del ángulo que forma una de ellas con la dirección de $\mathbf{V}$.