Mecánica Clásica – 1er. Cuat. 2017

Guía 0: *Ecuaciones de Newton. Fuerzas de vínculo. Leyes de conservación. Coordenadas curvilíneas.*

Problema 1: Dos masas m_1 y m_2 están unidas por una barra rígida. Se coloca la barra sobre una superficie horizontal sin rozamiento tal que la masa m_1 la toque pero no la m_2. Si se la deja en libertad, ¿donde golpea m_2 a la superficie?

Problema 2: Una partícula está sometida a una fuerza

$$F(x) = -kx + \frac{a}{x^3}.$$

a) Hallar el potencial $U(x)$. Discutir los tipos de movimiento posibles. Hallar las posiciones de equilibrio estable y encontrar la solución general $x(t)$.
b) Interpretar el movimiento en el límite $E^2 \gg ka$. ¿Cuánto vale el período de las oscilaciones?
c) Interpretar el movimiento en el límite $E^2 \to ka$ cuando $E^2 > ka$ ¿Cuánto vale el período de las oscilaciones?

Problema 3: Hallar el vector velocidad y el vector aceleración en coordenadas polares y esféricas. (es muy conveniente visualizar a partir de gráficos, además de efectuar el cálculo analítico).

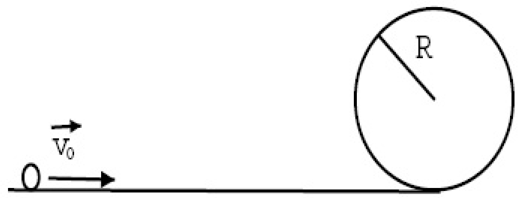
Problema 4: Un disco homogéneo de masa M y radio R está girando con velocidad angular ω. Una mosca de masa m que inicialmente se encuentra en el centro del disco camina radialmente hacia afuera con velocidad relativa constante.
a) Si el disco es obligado a girar con velocidad relativa constante por un motor, ¿qué torque debe hacer éste para compensar el movimiento de la mosca? ¿Cuál es la fuerza de Coriolis que siente la mosca?
b) Si el disco gira libremente, ¿cuál será la velocidad angular del disco cuando la mosca está a una distancia d del centro?

Problema 5: Un disco homogéneo de masa m y radio r rueda sin deslizar sobre un plano, inclinado un ángulo α respecto de la horizontal.
a) Halle su aceleración angular y la aceleración lineal de su centro.
b) Si en $t = 0$ el disco estaba en reposo a una altura h del suelo, ¿cuál es su velocidad angular y lineal al llegar a éste?
c) ¿Qué magnitudes se conservan en el movimiento del disco?

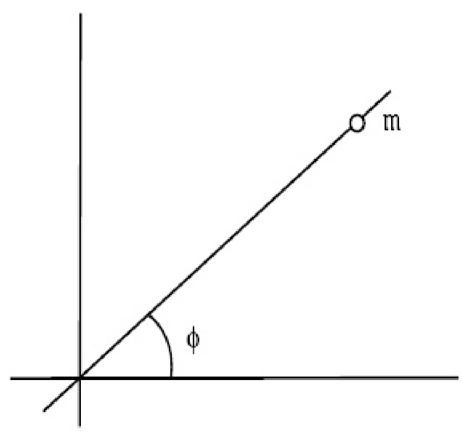
Problema 6: Dos partículas de masas m_a y m_b están sobre una mesa horizontal sin fricción. Se encuentran unidas por una cuerda tensa que pasa por un anillo pequeño, sin fricción, fijo a la mesa. Inicialmente las partículas están quietas a distancias R_a y R_b del anillo y en $t = 0$ se le da un impulso a la masa m_b, perpendicular a la cuerda, de modo que ésta adquiere una velocidad v_0.
a) ¿Qué magnitudes se conservan?

b) Dar la velocidad de las partículas en función de su distancia al anillo.
c) Hallar la tensión de la cuerda en función de la distancia de una masa al anillo.

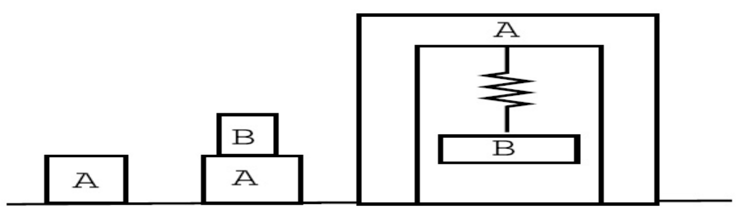
Problema 7: Se lanza una partícula por una vía horizontal sin rozamiento con velocidad v_0. En un determinado lugar la vía tiene forma circular, de radio a, como se indica en la figura.
a) Calcular la fuerza de vínculo en función de la posición y la energía inicial de la partícula.
b) Encontrar en qué punto se despega del aro en función de la velocidad inicial.
c) Describir las posibles trayectorias.



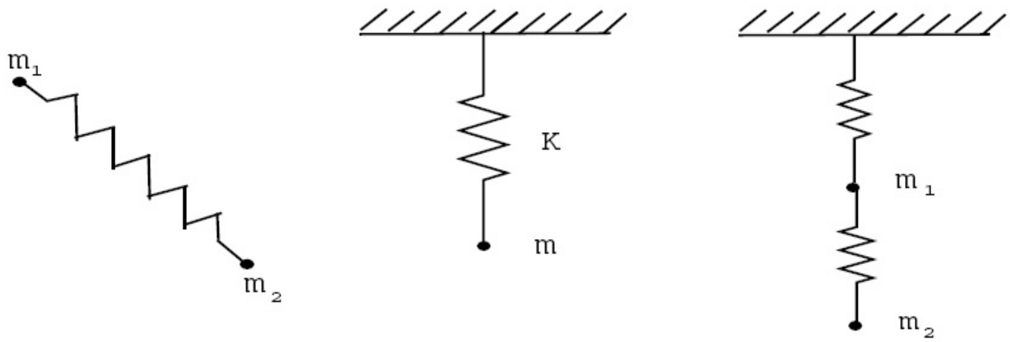
Problema 8: Se tiene una pelotita de masa m enhebrada en una barra, como se indica en la figura.
a) ¿Cuántos grados de libertad tiene el sistema?.
b) ¿Existen ecuaciones de vínculo?.
c) Analice y compare los casos en que φ varía libremente y en que la barra gira en el plano con velocidad constante.
d) ¿Qué pasa si se agrega una segunda bolita en la barra? (Considere nula la masa de la barra y plantee en todos los casos las ecuaciones de Newton).



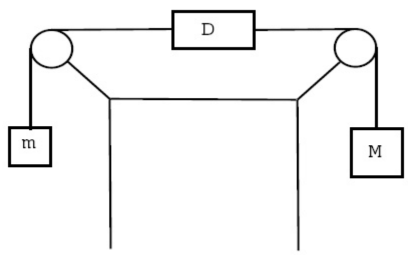
Problema 9: Para los sistemas (en equilibrio) de las figuras, dibuje todas las fuerzas aplicadas. Indique qué interacciones representan y cuales forman pares de acción y reacción.



Problema 10: ¿Tiene sentido decir que la fuerza de un resorte es conservativa?. Si se verifica $\nabla \times \mathbf{F} = 0$, ¿es $\mathbf{F}$ conservativa?. Analice los siguientes ejemplos, indicando claramente cuál es el sistema mecánico cuya energía se considera (ver figura).



Problema 11: ¿Cuánto marca el dinamómetro? (suponga su masa nula) (ver figura)
a) Si $m = M$.
b) Si $m \neq M$.



Problema 12: Dadas dos masas puntuales, expresar matemáticamente el hecho que las fuerzas de interacción entre ambas están sobre la recta que las une.

Problema 13: ¿Es posible que se conserve el impulso lineal y no se conserve la energía?. ¿Y viceversa?. Dé ejemplos.

Problema 14: ¿Pueden conservarse dos componentes del impulso angular de una partícula y no conservarse la tercera?. Justifique su respuesta.

Problema 15: ¿$F_r = 0$ implica $p_r =$ cte.? Justifique, dé ejemplos. ¿$p_r =$ cte. implica $F_r = 0$? Justifique, dé ejemplos.

Problema 16: Suponga que un sistema de masas puntuales es descripto desde un sistema inercial S (la masa m_a tiene posición $\mathbf{r}_a$ y momento $\mathbf{p}_a$) y desde el sistema centro de masa S' (la masa tiene posición $\mathbf{r'}_a$ y momento $\mathbf{p'}_a$).
a) Compare las siguientes definiciones del impulso angular referido al centro de masa:

i. $\mathbf{L}_1 = \sum_a \mathbf{r'_a} \times \mathbf{p'_a}$

ii. $\mathbf{L}_2 = \sum_a \mathbf{r_a} \times \mathbf{p'_a}$

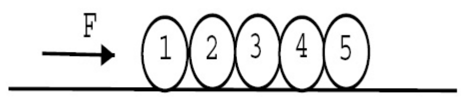
iii. $\mathbf{L}_3 = \sum_a \mathbf{r'}_a \times \mathbf{p}_a$

b) Encuentre la relación entre el impulso angular referido a S y aquel referido a S' (centro de masa).

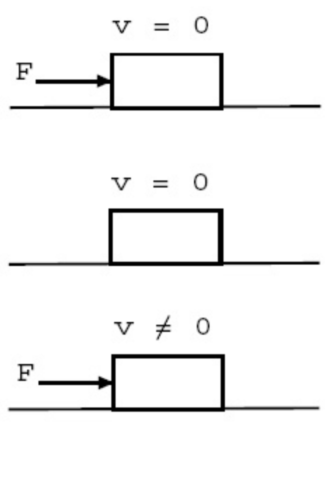
Problema 17: Dos partículas aisladas interactúan tal que $\mathbf{L}_{\mathrm{CM}}$ es constante.
a) ¿Es válido afirmar que $\mathbf{L}_S$ = cte. donde S es un sistema arbitrario distinto del centro de masa? Dé un ejemplo físico.
b) Visto desde el sistema CM, ¿bajo qué condiciones el movimiento de las partículas es unidimensional, bidimensional o tridimensional?
c) Si $\mathbf{L}_S$ = cte. con S = CM, ¿entonces el movimiento de las partículas será plano (en S)? ¿Porqué?

Problema 18: Si el centro de masa de un sistema está acelerado, ¿sigue siendo válida la relación: $d\mathbf{L}_{\mathrm{CM}}/dt = \mathbf{N}_{\mathrm{CM}}$? ($\mathbf{L}_{\mathrm{CM}}$ es el momento angular y $\mathbf{N}_{\mathrm{CM}}$ el momento de las fuerzas con respecto al centro de masa).

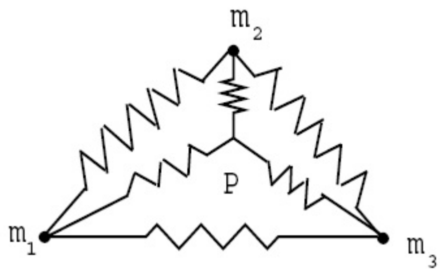
Problema 19: Las esferas del dibujo se mueven sin rozamiento por un carril horizontal. Si se aplica una fuerza $\mathbf{F}$ (colineal con el carril) sobre la primera, encuentre la fuerza neta sobre cada una de ellas y los valores de las fuerzas de contacto sobre la tercera y la quinta.

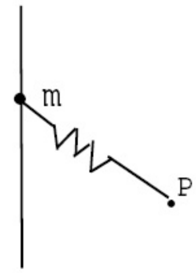


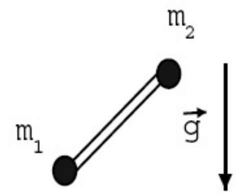
Problema 20: Para las condiciones de las figuras, indique cuánto vale la fuerza de rozamiento ($\mu_e \neq 0$)



Problema 21: Para cada uno de los ejemplos que se muestran en las figuras, indique detalladamente qué magnitudes se conservan y por qué. Hágalo para cada partícula y para todo el sistema.







Problema 22: Considere un protón en reposo en un sistema fijo. Desde el infinito incide un electrón con velocidad v_0, cuyo movimiento (cuando está muy lejos del protón) es aproximadamente rectilíneo uniforme. Al acercarse al protón la trayectoria del electrón se curva debido a la interacción electrostática entre ambos ($V = -e^2/r$). Debido a que la masa m_p del protón es mucho mayor que la del electrón m_e, puede suponerse fijo al primero (como $m_p \gg m_e$, debe ser $v_p \ll v_e$). Si no interactuaran, la trayectoria del electrón sería rectilínea y la distancia de máximo acercamiento electrón protón sería b.
a) ¿Qué magnitudes se conservan?
b) Usando las leyes de conservación halladas en a), calcule la distancia de máximo acercamiento.

Problema 23: Utilizando coordenadas cilíndricas y esféricas, obtenga las ecuaciones de movimiento para un péndulo plano y para uno esférico, respectivamente.

Problema 24: Una masa m sólo puede moverse en el interior de un tubo cilíndrico, sin fricción, como indica la figura. El tubo rota con velocidad angular constante.
a) Analizar qué magnitudes se conservan.
b) Hallar las ecuaciones de movimiento para la partícula en coordenadas cartesianas y en polares.
c) Hallar la fuerza de vínculo en función del tiempo si en el instante inicial la masa está quieta con respecto al tubo y a una distancia d del origen.