

## Mecánica Clásica – 1er. Cuat. 2019

**Guía 3:** *Simetrías, teorema de Noëther.*

**Problema 1:** Sean tres masas  $m_1$ ,  $m_2$  y  $m_3$ , enhebradas en un aro circular fijo. Las masas interactúan a través de ciertos resortes especiales cuyo potencial es  $V(\theta_i, \theta_j) = \frac{1}{2}k(\theta_i - \theta_j)^2$ , donde  $i, j = 1, 2, 3$  y  $k$  es una constante. En base a la simetría del lagrangiano hallar qué magnitudes se conservan.

**Problema 2:** ¿Qué componentes de  $\vec{p}$  y  $\vec{L}$  se conservan para el movimiento de una partícula en los siguientes campos?:

- De simetría elipsoidal ( $a \neq b \neq c$ ).
- Las superficies equipotenciales son planos homogéneos infinitos.
- Las superficies equipotenciales son cilindros infinitos.
- De simetría helicoidal.
- Campo debido a una red unidimensional de cargas positivas separadas entre sí una distancia  $d$  constante.
- De simetría toroidal.

**Problema 3:** ¿Cómo serían las órbitas de los planetas si el potencial gravitatorio solar tuviera simetría cilíndrica?

**Problema 4:** Se tienen dos partículas de masa  $m_1$  y  $m_2$  que interactúan con un potencial  $V = V(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$ . Demuestre explícitamente que para que se conserve el impulso angular es necesario que  $V = V(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)$ .

**Problema 5:** Suponga una partícula de masa  $m$  sometida a un potencial externo  $V$ . Considere los casos en los que el potencial presenta las siguientes invariancias (con  $\delta$  arbitrario pero pequeño):

- $V(x, y, z) = V(x, y, z + \delta)$
- $V(x, y, z) = V(x + 3\delta, y - 2\delta, z + \delta/2)$
- $V(x, y, z) = V(x, y + z\delta, z - y\delta)$
- $V(\rho, \theta, \phi) = V(\rho + \delta, \theta, \phi)$
- $V(\rho, \phi, z) = V(\rho, \phi + \delta, z + 5a\delta/8)$

Encontrar en cada caso, si existen, constantes de movimiento relacionadas con estas invariancias. En cada caso además indique de qué transformación de simetría se trata.