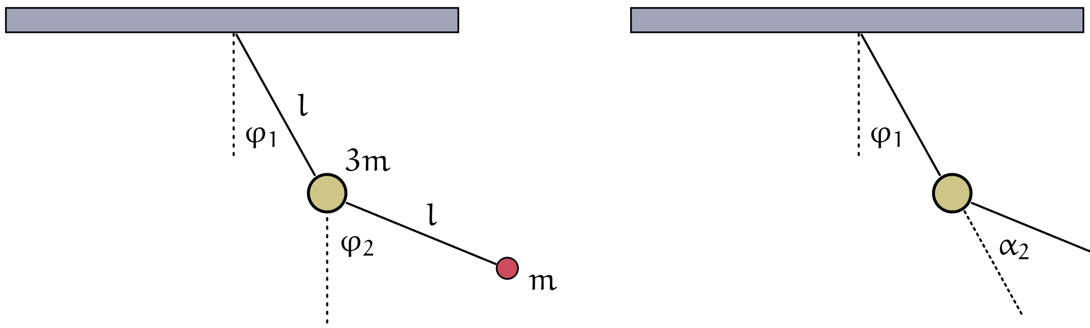
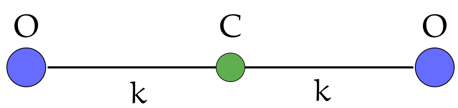
Mecánica Clásica – 2do. cuatrimestre de 2019

Guía 5: *Pequeñas oscilaciones.*

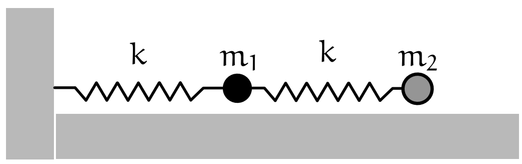
1. Encontrar las frecuencias propias y modos normales para pequeñas oscilaciones del péndulo doble de la figura. Resolver el problema por dos caminos, usando como punto de partida las coordenadas generalizadas mostradas en cada figura.



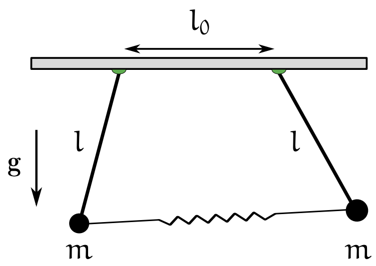
2. Obtener los modos normales para las oscilaciones colineales de la molécula de CO_2. Escribir la solución general. Hallar las coordenadas normales utilizando argumentos de simetría.



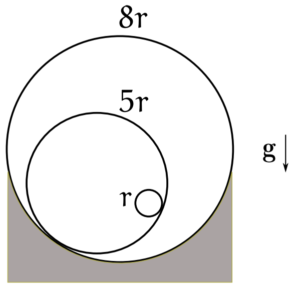
3. Para el sistema de la figura, determine la solución general del movimiento en un entorno de la posición de equilibrio (los resortes tienen longitud natural l_0) y encuentre las coordenadas normales.



4. Deducir las ecuaciones de movimiento de dos péndulos simples conectados por un resorte lineal sin masa de longitud natural l_0, como se indica en la figura de la página siguiente. Suponer que el movimiento ocurre en el plano del dibujo y calcular las frecuencias naturales de vibración para pequeños desplazamientos. Determinar *a priori* las coordenadas normales. Analizar el movimiento del sistema para la siguiente condición inicial: $\dot{\theta}_1(0) = \dot{\theta}_0, \dot{\theta}_2(0) = 0, \theta_1(0) = \theta_0, \theta_2(0) = 0$.



problema 4

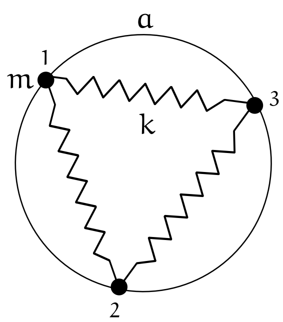


problema 5

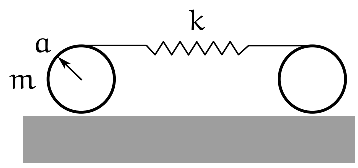
5. Halle las frecuencias propias y coordenadas normales de un sistema que consta de dos cilindros huecos de masa m y radios r y $5r$, respectivamente, que están colocados uno dentro del otro y que ruedan dentro de una superficie cilíndrica fija de radio $8r$. No hay deslizamiento.

6. Determinar las frecuencias de oscilación de un sistema de dos osciladores unidimensionales idénticos, de frecuencia ω, acoplados por una interacción $V(x_1, x_2) = -\alpha x_1 x_2$.

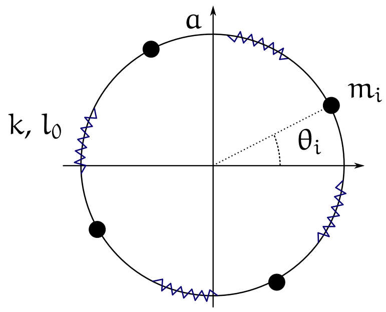
7. Dadas tres masas iguales m, enhebradas en un anillo fijo de radio a, unidas, como muestra la figura, por resortes de constante elástica k y longitud en reposo l_0, hallar el lagrangiano. Determinar las frecuencias y modos normales de oscilación para pequeños apartamientos de la configuración con forma de triángulo equilátero. ¿Es siempre la configuración con forma de triángulo equilátero una configuración de equilibrio estable?



problema 7



problema 8



problema 9

8. Hallar los modos y frecuencias propias para el sistema de la figura. El resorte tiene longitud natural l_0, los aros tienen radio a y masa m. No hay deslizamiento.

9. Un sistema está formado por cuatro masas idénticas, enhebradas en un aro fijo de radio a y que interactúan a través de resortes de constante k y longitud natural l_0. Calcule las frecuencias normales de oscilación. Obtenga las coordenadas normales. Si llama z_2 a la coordenada normal correspondiente a la frecuencia no nula y no degenerada, escriba la solución para las siguientes condiciones iniciales: $z_1 = z_3 = z_4 = 0$, $z_2 = b$, $\dot{z}_1 = \dot{z}_2 = \dot{z}_3 = \dot{z}_4 = 0$ expresando el resultado en función de las coordenadas generalizadas originales θ_i.