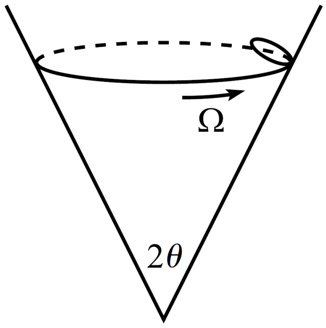
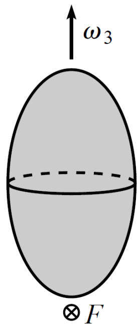
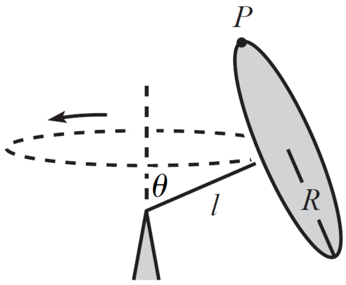
**Mecánica Clásica – 2do. cuatrimestre de 2019**
**Más problemas de cuerpo rígido**



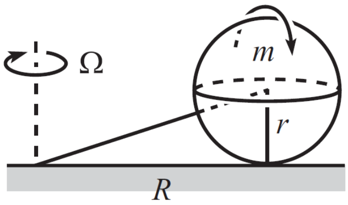
problema 1



problema 2



problema 3



problema 4

■ En estos 5 problemas tiene importancia calcular el torque y $d\mathbf{L}/dt$. El método más directo para resolverlos parece ser el de fuerzas y torques. En el segundo y en el tercero posiblemente sirva también el formalismo lagrangiano.

1. Un cono esta fijo por su vértice. Su eje coincide con la vertical. El ángulo del vértice del cono es $2\theta$. Un pequeño anillo de radio $r$ rueda sin deslizamiento sobre la superficie interna del cono. El movimiento es tal que: (i) el punto de contacto del anillo con el cono se mueve sobre un círculo horizontal a altura $h$; (ii) el plano del anillo es siempre perpendicular a la superficie del cono, de modo que la normal al plano del anillo es paralela a la recta que pasa por el vértice del cono y por el punto de contacto. ¿Cuál es la frecuencia angular $\Omega$ con la que se mueve el punto de contacto? Hay gravedad.

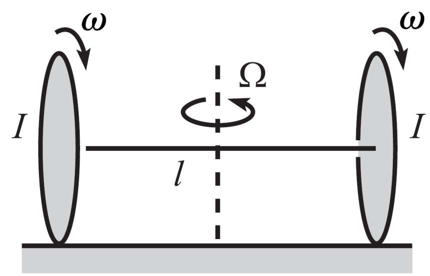
2. Un trompo con momentos de inercia $I_1 = I_2 = nI_3$ rota inicialmente con $\boldsymbol{\omega} = \omega_3\,\hat{e}_3$. Se aplica una fuerza impulsiva en su extremo inferior, como muestra la figura. Esta fuerza produce una variación en el impulso angular igual a $\Delta\mathbf{L}$ en la dirección del torque. ¿Cuál es el mayor valor de $n$, es decir, qué tan alargado puede ser el trompo, de modo que la velocidad angular $\boldsymbol{\omega}$ en el movimiento subsiguiente nunca tenga una componente negativa en la dirección $z$, sin importar la magnitud de $\Delta\mathbf{L}$?

3. Un trompo está formado por un disco uniforme de radio $R$ unido por su centro al origen mediante una barra sin masa de longitud $l$ perpendicular al disco. El trompo tiene un movimiento de precesión con frecuencia angular $\Omega$ con la barra formando un ángulo $\theta$ constante con el eje $z$ ($\theta$ puede estar entre $0$ y $\pi$). El punto marcado como $P$ en la figura siempre ocupa la posición más alta del disco. ¿Cuánto tiene que valer $\Omega$? ¿Qué relación debe haber entre $\theta$, $R$ y $l$ para que esta situación sea posible? Hay gravedad.

4. Una esfera de momento de inercia $I$, masa $m$ y radio $r$ rueda sin deslizar sobre un plano horizontal. Una barra sin masa conecta el origen con el centro de la esfera. El centro de la esfera se mueve en un círculo de radio $R$, con frecuencia angular constante $\Omega$. ¿Cuál es la fuerza normal entre la esfera y el plano? Hay gravedad.

*continúa en la próxima página...*

5. Este es un problema raro. Dos discos de masa $m$ y momentos de inercia $I_3$ respecto a sus ejes de simetría están conectados por una barra sin masa de longitud $l$, perpendicular a los discos. La barra rota con velocidad angular $\Omega\,\hat{z}$ y a su vez los dos discos tienen una velocidad angular $\omega$ en la dirección de la barra. La superficie horizontal es perfectamente lisa, de modo que los discos deslizan sobre ella. Hay gravedad. ¿Cuál es el mayor valor de $\Omega$ tal que los dos discos permanecen en contacto con el plano? ¿Cuál disco se despega primero?




problema 5