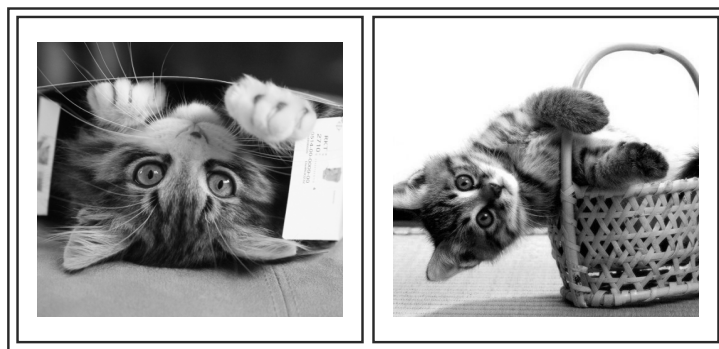


Historia de dos planetas

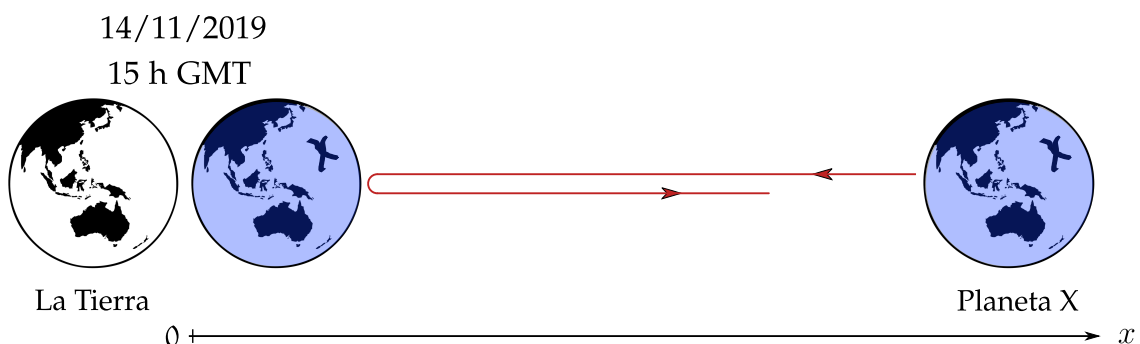
Este es un problema altamente idealizado que sólo pretende explorar las relaciones entre los tiempos propios y los tiempos que marcan los relojes según son **vistos** por distintos observadores. El problema puede resolverse sin una sola transformación de Lorentz.

En un espacio infinito y eterno hay dos planetas gemelos: la Tierra y el Planeta X, ninguno mejor o peor que el otro. La Tierra está en reposo en un sistema inercial. En cambio, el horrible, horrible Planeta X sigue un movimiento hiperbólico dirigido hacia la Tierra, con aceleración propia $g = 1 \text{ m/s}^2$. Es decir, el mismo movimiento que realizaría una carga q de masa m acelerada por un campo eléctrico uniforme y estático, con $qE/m = g$. A todos los efectos prácticos, la distancia de máximo acercamiento puede tomarse igual a cero; unas pocas décimas de segundos–luz bastarán para asegurar que los planetas no choquen.



Izquierda: moderno habitante de la civilización terrestre. Derecha: habitante de la repulsiva “civilización” X.

En términos generales, los dos planetas siguen el mismo decurso evolutivo e histórico, al menos hasta que sus respectivas civilizaciones son capaces de detectar al planeta gemelo. Las condiciones iniciales son tales que el máximo acercamiento entre la Tierra y su gemelo será justo hoy a las 15 horas de Greenwich, según los relojes de ambos planetas. La figura siguiente describe el encuentro.



En ese instante, 15 horas GMT del 14 de noviembre de 2019, cada persona verá y será vista por su gemelo del planeta contrario, los relojes de uno y otro planeta señalarán la misma hora en los mismos meridianos y alumnos de Mecánica Clásica en la UBA–X examinarán un problema parecido a este, pero sin punto de comparación en gala de estilo, belleza de dicción, brío de pensamiento y profundidad de concepto. No habrá mucho tiempo para saludos. El Planeta X, siguiendo su movimiento hiperbólico, comenzará a alejarse de la Tierra por siempre jamás.

Los relojes en la Tierra marcan su tiempo propio t , y los relojes en el Planeta X marcan su *propio* tiempo propio τ . Por simplicidad, conviene medir los tiempos a partir del momento de máximo acercamiento, que ocurre entonces en $t = \tau = 0$, y que corresponde a las 15 h GMT del 14/11/2019, tiempo calendario de ambas civilizaciones.

- a) Demostrar que la trayectoria del Planeta X en el sistema de referencia inercial que tiene a la Tierra en su origen es

$$x(t) = ct_0 \left[\sqrt{1 + (t/t_0)^2} - 1 \right],$$

donde $t_0 = c/g$. Notar que t_0 puede usarse como unidad de medición de los intervalos de tiempos y $x_0 = ct_0$ como unidad de distancia. ¿Cuánto valen t_0 y x_0 en este problema, escritos en una forma tal que los entienda el ciudadano común? Graficar x/x_0 vs t/t_0 .

- b) Mostrar que el tiempo propio en el Planeta X, cuando los relojes de la Tierra marcan t , es

$$\tau(t) = t_0 \operatorname{arcsinh}(t/t_0).$$

- c) Calcular y graficar la trayectoria $x_{ap}(t)$ del Planeta X según es **vista** desde la Tierra.
- d) Calcular y graficar el tiempo $\tau_X(t)$ que marcan los relojes del Planeta X **vistos** desde la Tierra a tiempo t .
- e) Calcular y graficar el tiempo $t_T(\tau)$ que marcan los relojes de la Tierra **vistos** desde el Planeta X a tiempo τ .
- f) ¿A qué período de la historia del planeta gemelo tienen acceso los habitantes de cada planeta?
- g) ¿En qué día de su calendario **ven** los habitantes del Planeta X la llegada del hombre–T a la Luna–T? (dd/mm/aaaa)
- h) ¿En qué día de su calendario **ven** los habitantes de la Tierra la llegada del hombre–X a la Luna–X? (dd/mm/aaaa)
- i) ¿A partir de qué momento los programas de televisión del Planeta X son vistos en la Tierra con una velocidad de reproducción menor al doble que con la que fueron emitidos?

- j) Suponiendo que los sabios en cada planeta toman conocimiento de la existencia del planeta gemelo al recibir sus primeras transmisiones de radio (emitidas el primer día del año 1900 de cada planeta): ¿en qué fechas son anunciados los respectivos descubrimientos en las revistas *Nature-T* y *Nature-X*? ¿Quién lleva la ventaja para un ataque sorpresa?
- k) El planeta que primero **ve** al otro, según las condiciones del *item* anterior, lanza inmediatamente un ataque con rayos láser. ¿De cuánto tiempo disponen los habitantes del planeta atacado para preparar su defensa, previendo que la estrategia de cada planeta es atacar a la primera noticia que se tenga de la existencia del otro?
- l) Según otro escenario, los planetas se reúnen, nadie ataca a nadie, intercambian obsequios (lamentablemente los mismos*) y se despiden, pero en la Tierra se prepara una traición. ¿Durante cuánto tiempo, después de ocurrido el encuentro, pueden esperar los honestos habitantes de la Tierra antes de atacar por la espalda al nefasto Planeta X?
- z) Suponiendo que ningún planeta hace caso de la presencia del otro, en qué año alcanzan a la Tierra las celebraciones televisivas de la llegada del año 2100 en el fastidioso Planeta X.

*http://materias.df.uba.ar/mca2019c2/files/2019/11/souvenir_planetas_gemelos.jpg