Mecánica Clásica – 1er. Cuat. **2020**

Guía 3: *Simetrías, teorema de Noëther.*

Problema 1: Sean tres masas m_1, m_2 y m_3, enhebradas en un aro circular fijo. Las masas interactúan a través de ciertos resortes especiales cuyo potencial es $V(\theta_i, \theta_j) = \frac{1}{2}k(\theta_i - \theta_j)^2$, donde $i, j = 1, 2, 3$ y k es una constante. En base a la simetría del lagrangiano hallar qué magnitudes se conservan.

Problema 2: ¿Qué componentes de $\vec{p}$ y $\vec{\mathbf{L}}$ se conservan para el movimiento de una partícula en los siguientes campos?:
a) De simetría elipsoidal ($a \neq b \neq c$).
b) Las superficies equipotenciales son planos homogéneos infinitos.
c) Las superficies equipotenciales son cilindros infinitos.
d) De simetría helicoidal.
e) Campo debido a una red unidimensional de cargas positivas separadas entre sí una distancia d constante.
f) De simetría toroidal.

Problema 3: ¿Cómo serían las órbitas de los planetas si el potencial gravitatorio solar tuviera simetría cilíndrica?.

Problema 4: Se tienen dos partículas de masa m_1 y m_2 que interactúan con un potencial $V = V(\vec{r_1} - \vec{r_2})$. Demuestre explícitamente que para que se conserve el impulso angular es necesario que $V = V(|\vec{r_1} - \vec{r_2}|)$.

Problema 5: Suponga una partícula de masa m sometida a un potencial externo V. Considere los casos en los que el potencial presenta las siguientes invariancias (con δ arbitrario pero pequeño):
a) $V(x, y, z) = V(x, y, z + \delta)$
b) $V(x, y, z) = V(x + 3\delta, y - 2\delta, z + \delta/2)$
c) $V(x, y, z) = V(x, y + z\delta, z - y\delta)$
d) $V(\rho, \theta, \phi) = V(\rho + \delta, \theta, \phi)$
e) $V(\rho, \phi, z) = V(\rho, \phi + \delta, z + 5a\delta/8)$
Encontrar en cada caso, si existen, constantes de movimiento relacionadas con estas invariancias. En cada caso además indique de que transformación de simetría se trata.