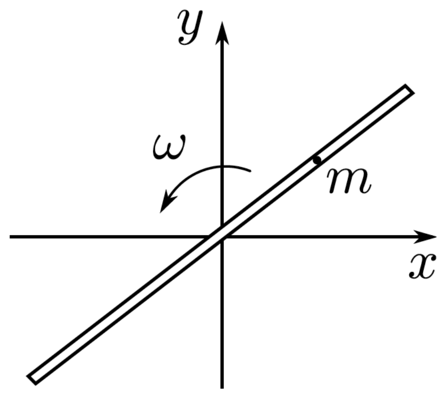
Guía 1: Euler-Lagrange

Mecánica Clásica
2^{do} Cuatrimestre de 2020
Sebastián E. Nuza

- **Comentario sobre h y E (Ejercicio 17 - Guía 0):**



La **energía mecánica** *no se conserva* porque la normal hace trabajo

$$W_{\mathrm{N}} = \int \mathbf{N} \cdot \mathbf{dl} = \int N\hat{\theta} \cdot \left(dr\hat{\mathbf{r}} + rd\theta\hat{\theta} \right) = \int Nrd\theta \neq 0.$$

El Lagrangiano es: $\boxed{\mathcal{L} = T = \frac{m}{2}\left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2\right)}$

El vínculo depende del tiempo: $\boxed{\varphi = w(t - t_0) + w_0 \;\Rightarrow\; \dot{\varphi} = w}$

El Lagrangiano queda:

$$\boxed{\mathcal{L} = T = \frac{m}{2}\left(\dot{r}^2 + r^2 w^2\right)} \;\Rightarrow\; \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} = 0 \;\Rightarrow\; \boxed{h = \text{ constante}}$$

¿Cuánto vale h?:

$$h = \sum_i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i}\dot{q}_i - \mathcal{L} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{r}}\dot{r} - \mathcal{L} = m\dot{r}\dot{r} - \left(\frac{m}{2}\dot{r}^2 + \frac{m}{2}r^2w^2\right) \;\Rightarrow\; \boxed{h = \frac{m}{2}(\dot{r}^2 - r^2w^2) = \text{constante}}$$

✓ $T(r, \lambda\dot{r}) = \frac{m}{2}\left((\lambda\dot{r})^2 + r^2w^2\right) \neq \lambda^2 T(r, \dot{r}) \;\Rightarrow\; \boxed{h \neq E}$ (los vínculos dependen de t)

¿Cuánto vale E?: $\boxed{E = T = \mathcal{L} = \frac{m}{2}\left(\dot{r}^2 + r^2w^2\right)}$