Primer Parcial de Mecánica Clásica

1er Cuatrimestre de 2020

Resuelva cada problema en hojas separadas y justifique sus respuestas

Problema 1. Dos barras sin masa forman una T rígida. Un extremo de la primera barra (de largo l) está fijo al origen y todo el conjunto rota con velocidad angular ω constante en el plano de la figura. Una masa m se desliza a lo largo de la segunda barra. La masa está unida al punto de intersección de las barras mediante un resorte de constante k y longitud natural cero.

(a) Encontrar y resolver la ecuación de Euler-Lagrange para $s(t)$, donde la s se mide sobre la segunda barra a partir del punto de intersección.

(b) ¿Se conserva la energía? ¿Se conserva la función $h(s, \dot{s})$?

(c) Existe un valor especial de ω; ¿cuál es y por qué es especial?

Problema 2. Considere una partícula de masa m que se mueve bajo la acción del potencial

$$V(r) = -\frac{k}{r} - \frac{c}{r^3} \qquad (k, c > 0).$$

Suponga que el segundo término es una perturbación al potencial Kepleriano. Por simplicidad, defina la cantidad $\alpha \equiv l^2/2m$, siendo l el momento angular de la partícula.

(a) Estudie el problema unidimensional equivalente, grafique el potencial efectivo y discuta cualitativamente las trayectorias posibles.

(b) ¿En qué casos es posible la existencia de órbitas no acotadas? Justifique su respuesta.

(c) ¿Bajo qué condiciones existen órbitas circulares? Analice su establidad. Determine el radio r_c de la órbita circular estable en función de los datos del problema.

(d) Halle la frecuencia de oscilación radial para pequeños apartamientos del radio r_c asumiendo que $\alpha^2 = 4ck$. Analice si la órbita resultante será abierta o cerrada.

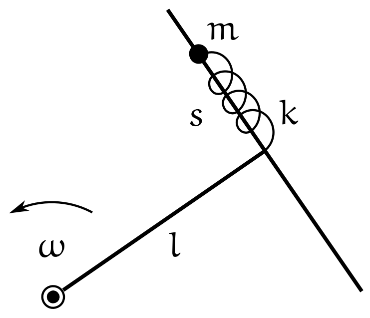
Problema 3. Dos bolitas de masa m están enhebradas en sendos rieles separados por una distancia $2a$ y se encuentran unidas por un resorte de constante elástica k y longitud natural l_0, tal como indica la figura.

(a) Escriba las ecuaciones de Euler-Lagrange y encuentre la posición de equilibrio del sistema. ¿Cuándo es estable?

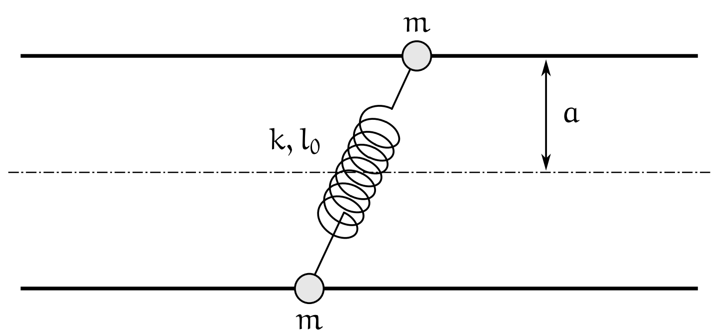
(b) Escriba el Lagrangiano en la aproximación de pequeñas oscilaciones para los puntos de equilibrio hallados en el ítem anterior asumiendo que: *i)* $l_0 > 2a$ y *ii)* $l_0 < 2a$.

(c) Encuentre los modos normales de oscilación del problema y las frecuencias correspondientes. Discuta físicamente el resultado obtenido. ¿Qué puede decir sobre las coordenadas normales?

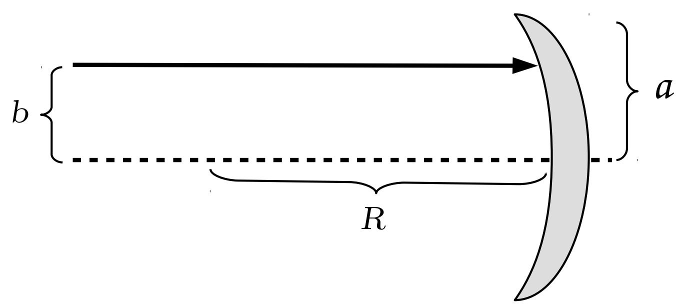
Problema 4. Calcule la sección eficaz diferencial de un haz de partículas idénticas que inciden sobre un casquete esférico de radio R y altura a, tal como se indica en la figura. Suponga que $a \ll R$, de forma tal que las partículas sean reflejadas una sola vez. A partir del resultado obtenido, encuentre también la sección eficaz total.



Problema 1



Problema 3



Problema 4