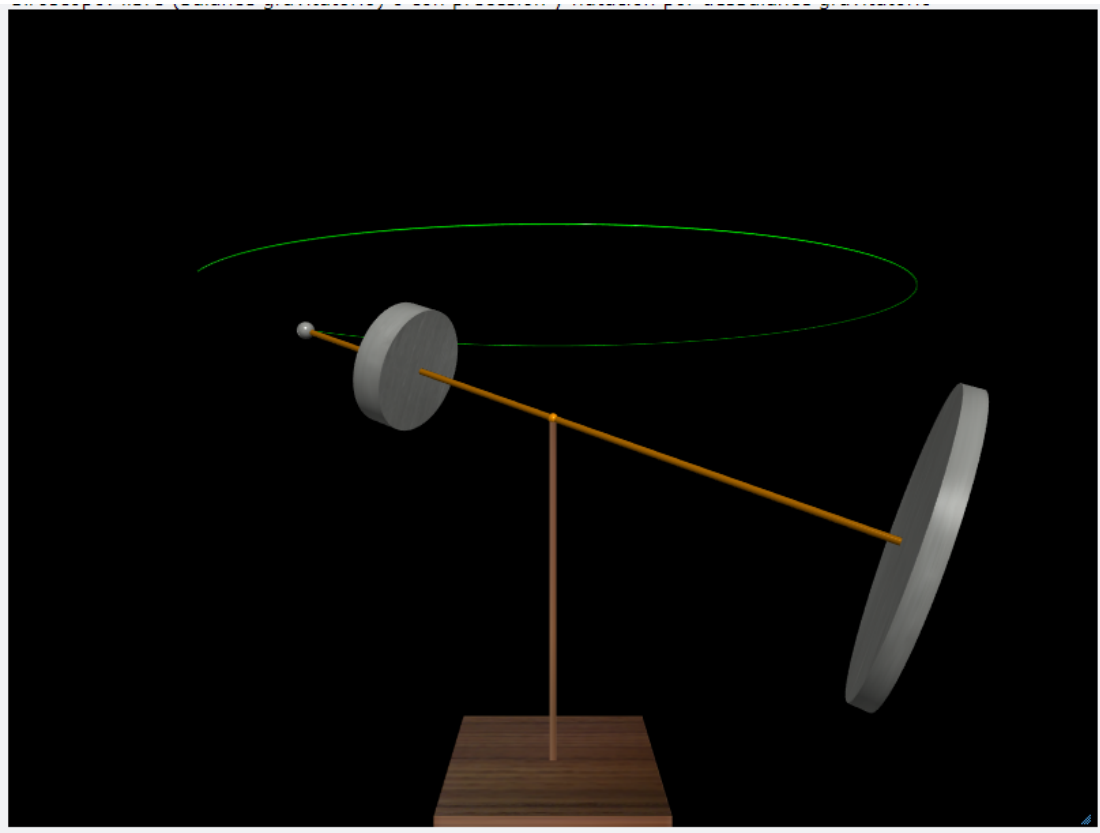


Problema de Cuerpo Rígido (vale 0.25 puntos en el parcial)

Este problema es una variante mas realista del **P18** de la Guía de Cuerpo Rígido. Es una simulación de un Giróscopo Pasco. El punto de partida es un eje con dos discos uno grande a $l/2$ del soporte, de masa M_1 , radio R_1 y otro mas chico y denso, de masa $M_2 = 2M_1$, radio R_2 a $l/4$ del soporte en el lado opuesto del mismo. Notar que hay balance de torques gravitatorios con respecto al centro del eje, el sistema puede rotar libremente alrededor de este soporte en los tres ángulos de Euler. Se agrega una masa m en el extremo del eje, del lado de la masa M_2 (a una distancia $l/2$ del soporte). Inicialmente el eje del giróscopo está en posición $\theta = \theta_0$ y $\dot{\phi}(0) = \dot{\psi}(0) = \dot{\theta}(0) = 0$, $\dot{\phi}(0) = \omega_0$ girando alrededor de su eje con velocidad $\Omega_3 = \Omega_0 \gg 1$, que se puede probar que es constante. Puede considerar que bajo estas condiciones $\ddot{\phi}$ es también chico.



Se pide:

- Determinar los momentos principales de inercia del sistema $I_1 = I_2 = I$ e I_3 con respecto al punto medio del eje. Incluya los dos discos y la masa m , pero el eje lo puede tomar sin masa.
- Expresar la energía cinética en función de los ángulos de Euler y sus derivadas temporales. Calcule la energía potencial del sistema.
- Con lo calculado anteriormente exprese el Lagrangiano y las ecuaciones de Euler Lagrange (obtenga ecuaciones de segundo orden en el tiempo). Despeje las tres aceleraciones ($\ddot{\psi}$, $\ddot{\phi}$, $\ddot{\theta}$) en función de los ángulos de Euler y sus derivadas. No las resuelva.
- Linealice las ecuaciones obtenidas bajo la suposición de que $\theta \simeq \theta_0$ y las velocidades $\dot{\theta}$, $\dot{\phi}$ son pequeñas, lo mismo que la aceleración $\ddot{\phi}$.
- Resuelva las ecuaciones linealizadas y obtenga la solución completa del problema en función de la velocidad de precesión de trompo simétrico pesado $\omega_p = \frac{mgl}{I_3\omega_0}$ y la velocidad de precesión de trompo simétrico libre $\omega_L = \frac{I_3}{I}\omega_0$. Haga un esquema de $\theta(t)$ (movimiento de nutación) para distintos valores de ω_p con respecto a ω_0 . ¿En qué caso hay precesión pura?

Simulación del Problema de Cuerpo Rígido (vale 0.25 puntos en el parcial).

Use el seteo inicial provisto en el Programa [Giroscopoinicial](#) en Vpython.

- Complete los requeridos usando el item a) del problema anterior (buscar la palabra LLenar).
- Usando el item d) del problema anterior complete el programa Vpython de simulación.
- Verifique su programa para el caso en que $m = 0$, ¿se conserva el momento angular? ¿Que pasa si se toma un $\dot{\phi}(0)$ pequeño pero no nulo? (debería obtener la precesión de trompo simétrico libre).
- Usando su solución del punto d) del problema anterior, analice y compare su solución analítica con las simulación numérica.
- Considere varios casos del item e) en la simulación.