Entrega obligatoria Guía 3: Fuerzas centrales y dispersión

Una partícula de masa m se mueve bajo la influencia de un potencial central $V(r) = k/r^2$.

Fuerzas centrales

(a) Para el caso en que el potencial sea repulsivo y $E > 0$, interpretar el movimiento a partir del potencial efectivo y la conservación del momento angular. Obtener la trayectoria de dos maneras.

1. ¿Cuál es la trayectoria para $k = 0$? Escriba esta trayectoria en coordenadas polares tomando $\varphi = 0$ en el punto de retorno r_0 (considere que es paralela al eje y). Cuando $k > 0$ escriba la ecuación de la trayectoria usando el método del problema 3(a) (redefinir ℓ y φ). Calcular las direcciones de las asíntotas, si las hubiere. Dibujar la trayectoria en el plano $x - y$.
2. Resuelva la ecuación de la trayectoria en la variable: $u(\varphi) = 1/r(\varphi)$ como función de constantes de movimiento. Verifique que obtiene la solución obtenida con el método anterior.

(b) ¿Cómo se modifica la trayectoria cuando $l^2 > -2mk > 0$?

(c) Suponer ahora que el potencial es atractivo y que $\ell^2 < -2mk$ y $E < 0$. Interpretar el movimiento a partir del potencial efectivo y la conservación del momento angular. Dibujar la trayectoria, tomando $\varphi = 0$ en el punto de retorno r_0. Mostrar que el tiempo que tarda la partícula en llegar al origen si partió de un punto de retorno es $\tau = \frac{\sqrt{\ell^2+2mk}}{2|E|}$.

Dispersión

(d) Para el caso del inciso (a) (potencial repulsivo), halle la sección eficaz diferencial $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\chi)$ siendo χ el ángulo de dispersión.

Ayuda: Estas integrales no son necesarias si identifica la ecuación de Binnet con una ecuación del oscilador armónico.

$$\int \frac{du}{\sqrt{a-bu^2}} = \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{b}} \arccos(\sqrt{\frac{b}{a}}\, u), & \text{si } a, b > 0; \\ \frac{1}{\sqrt{-b}} \operatorname{arccosh}(\sqrt{\frac{b}{a}}\, u), & \text{si } a, b < 0. \end{cases}$$