

Entrega optativa Guía 4: Pequeñas oscilaciones

Dos partículas de masa M unidas por un resorte de longitud natural l_0 y constante k , se mueven enhebradas en un alambre horizontal recto. Cada partícula sostiene un péndulo de longitud l y masa m . Considerando al movimiento en el plano vertical (hay gravedad g):

Lagrangiano de pequeñas oscilaciones

- (a) Verifique las posiciones de equilibrio, y escriba el Lagrangiano de pequeñas oscilaciones. Exprese las matrices \mathbf{T} y \mathbf{V} .

Modos normales

- (b) Proponga el modo de frecuencia cero.
- (c) Proponga los otros modos normales haciendo uso de la simetría del problema. Use la ortogonalidad según la matriz \mathbf{T} con el modo de frecuencia cero para refinar su propuesta.
- (d) Use la ecuación de autovectores para calcular las frecuencias de los modos normales y a su vez verificar que su propuesta es correcta.

Solución general y coordenadas normales

- (e) Escriba la solución general del problema y exprese las coordenadas normales ξ_j en función de los pequeños desplazamientos η_k .
- (f) Resuelva el problema cuando se estira el resorte en un monto Δ y se lo suelta manteniendo los péndulos verticales (sin velocidad inicial).
- (g) Resuelva el problema cuando se le dá a la masa m de la izquierda una velocidad inicial horizontal v_0 .

Simulación optativa

- (h) Escriba un programa que simule el problema y resuelva las ecuaciones de movimiento sin la aproximación de pequeñas oscilaciones. Considere $k = s \frac{2mg}{l}$, dando valores a s del conjunto $\{1/2, 1, 2\}$. Analice.

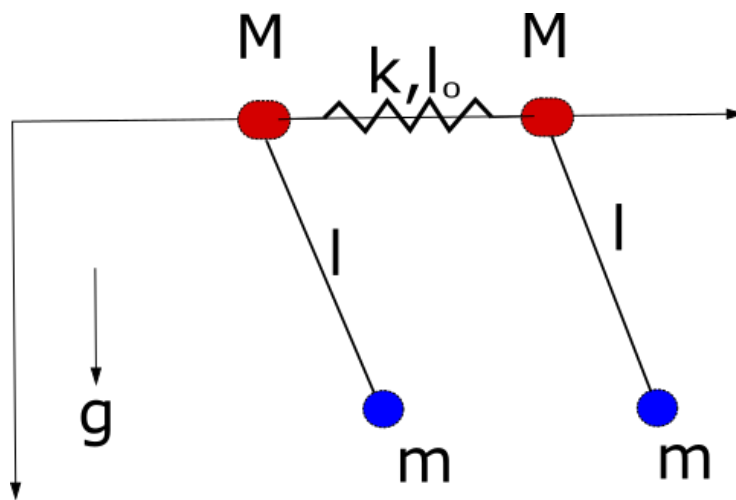


Figura 1: Pequeñas oscilaciones de péndulos acoplados por resorte.