Entrega Obligatoria: Guías 6 y 7

El Hamiltoniano relativista que describe el movimiento bidimensional de una partícula de masa m y carga q sujeta a un campo magnético se escribe:

$$\mathcal{H} = c\sqrt{\left(\vec{p} - q\vec{A}\right)^2 + m^2c^2}$$

donde $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$. Suponga un campo magnético constante $\vec{B} = B_0\hat{z}$ descrito en uno de los gauges de Landau $\vec{A} = -B_0 y\hat{x}$.

a) Demuestre que el Hamiltoniano es el dado partiendo del siguiente Lagrangiano

$$\mathcal{L} = -mc^2\sqrt{1 - \frac{\dot{\vec{x}}^2}{c^2}} + q\,\dot{\vec{x}}.\vec{A}$$

b) Dibuje los diagramas de fases.

c) Usando el método de Hamilton-Jacobi halle $x(t)$ e $y(t)$, y encuentre la ecuación de la trayectoria en el plano $x - y$. ¿A qué trayectoria corresponde? Obtenga el radio y la frecuencia de la trayectoria en el límite no-relativista: $(\vec{p} - q\vec{A})^2 \ll m^2c^2$. ¿Recupera los valores esperados?

d) Usando el método de Ángulo-Acción, proponga una generatriz $F_2(q, J)$ y halle las "frecuencias". Compárelas con lo obtenido en el inciso anterior.

e) Muestre que $R = \beta(E)E/(qB_0c)$ (*ayuda:* use que definiendo $\beta = |\vec{v}|/c$, $E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$, de donde puede despejar $\beta(E)$) . Calcule el valor del campo magnético necesario para mantener rotando en el acelerador LHC protones con $E = 7$ TeV en un radio de $4,3$ Km.