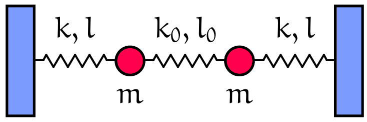
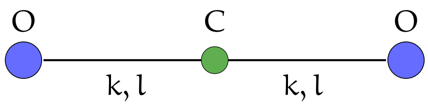
Mecánica Clásica – 1er. cuatrimestre de 2023

Guía 4: *Pequeñas oscilaciones.*

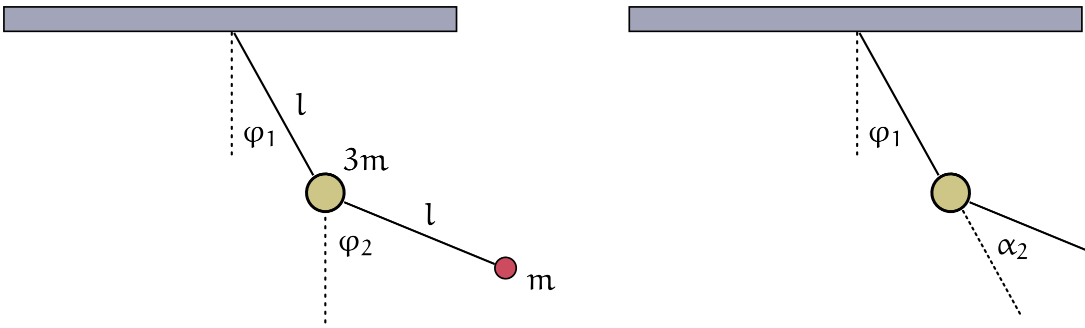
1. Encontrar las frecuencias, modos y coordenadas normales del sistema unidimensional de la figura.



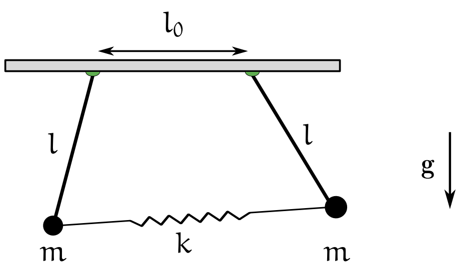
2. Encontrar las frecuencias, modos y coordenadas normales para las oscilaciones colineales de la molécula de CO_2. Escribir la solución general. Hallar los modos normales utilizando argumentos de simetría.



3. Encontrar las frecuencias, modos y coordenadas normales para pequeñas oscilaciones del péndulo doble de la figura. Resolver el problema por dos caminos, usando como punto de partida las coordenadas generalizadas mostradas en cada figura.

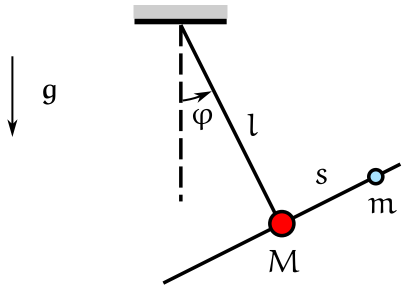


4. Deducir las ecuaciones de movimiento de dos péndulos simples conectados por un resorte de longitud natural l_0 y constante k, como se indica en la figura. Suponer que el movimiento ocurre en el plano del dibujo. Calcular las frecuencias, modos y coordenadas normales de pequeñas oscilaciones. Analizar el movimiento del sistema para la siguiente condición inicial: $\varphi_1(0) = \varphi_0$, $\varphi_2(0) = 0$, $\dot{\varphi}_1(0) = \dot{\varphi}_0$, $\dot{\varphi}_2(0) = 0$.

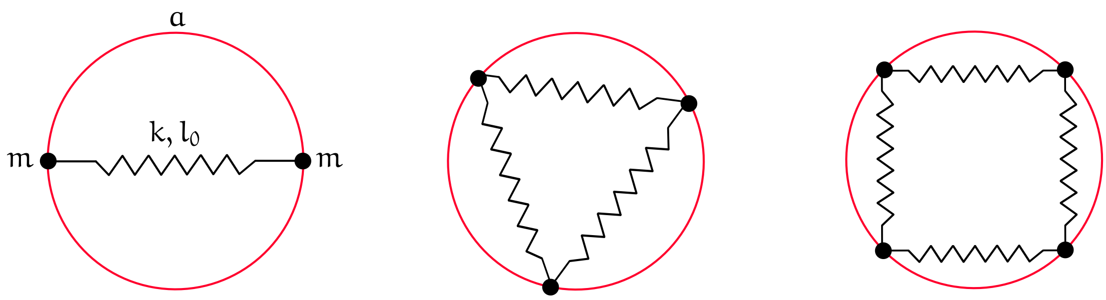


5. Determinar las frecuencias, modos y coordenadas normales de un sistema de dos osciladores unidimensionales idénticos, de frecuencia ω, acoplados por una interacción $V(x_1, x_2) = -\alpha x_1 x_2$.

6. Encontrar las frecuencias, modos y coordenadas normales del sistema de la figura para pequeñas oscilaciones alrededor de la configuración de equilibrio $\varphi = 0$ y $s = 0$. ¿Bajo qué condiciones esta configuración es estable?



7. N partículas de masa m se mueven sobre un aro fijo de radio a. La partícula i interactúa con las partículas $i-1$ e $i+1$. Se entiende que la partícula 1 interactúa con las partículas 2 y N, y la partícula N con las partículas $N-1$ y 1. La interacción es mediante potenciales elásticos representados por resortes de constante k y longitud natural l_0. Mostrar que la configuración simétrica siempre es de equilibrio. ¿Bajo qué condiciones es estable? Encontrar las frecuencias, modos y coordenadas normales para $N = 2$, 3 y 4 en el caso de pequeñas oscilaciones alrededor de la configuración de equilibrio simétrica.



8. Un sistema está formado por cuatro partículas de masa m enhebradas en un aro fijo de radio a y que interactúan a través de resortes de constante k y longitud natural l_0. A diferencia del problema anterior, los resortes están sobre los arcos y no sobre las secantes. Calcular las frecuencias, modos y coordenadas normales. Si z_2 es la coordenada normal correspondiente a la frecuencia no nula y no degenerada, escribir la solución para las siguientes condiciones iniciales: $z_1 = z_3 = z_4 = 0$, $z_2 = b$, $\dot{z}_i = 0$, expresando el resultado en función de las coordenadas generalizadas originales φ_i.