

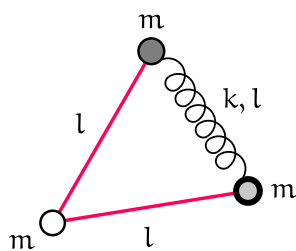
## Mecánica Clásica – primer cuatrimestre de 2023 – primer parcial: 18/5

Por favor resuelva en hojas separadas y justifique todas sus respuestas

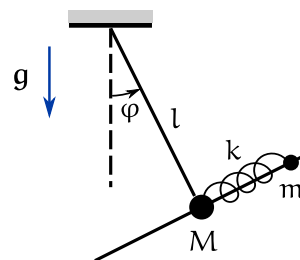
1. Un sistema está formado por tres partículas de masa  $m$ , como muestra la figura. Las partículas se mueven en un plano. Las barras pueden girar de manera independiente. Elija coordenadas generalizadas, escriba el lagrangiano y las ecuaciones de E-L.
2. Una partícula de masa  $m$  se mueve bajo la acción del potencial gravitatorio  $U$  generado por una distribución rígida de masa que se traslada con velocidad  $\mathbf{V} = V\hat{z}$  y que rota con velocidad angular  $\omega$  alrededor del eje  $z$ .
  - a) ¿Cuál es, en coordenadas cilíndricas, la forma funcional más general que puede tener  $U$ ?
  - b) Usando coordenadas cilíndricas, encontrar una familia no trivial de transformaciones de las coordenadas y el tiempo que dejen invariante el lagrangiano.
  - c) Encontrar la constante de movimiento asociada a esta familia de transformaciones.
3. Una partícula de masa  $m$  se mueve en el potencial central

$$V(r) = -\frac{k}{r} + \frac{ka}{2r^2} \quad (k > 0).$$

- a) ¿Para qué valores de  $r$  son posibles las órbitas circulares?
  - b) Dada una órbita circular de radio  $r$ , ¿bajo qué condiciones la órbita es estable?
  - c) Asuma que  $a < 0$  y considere las órbitas que provienen de perturbar una órbita circular de radio  $r$ . Dé un valor de  $r$  tal que, en la aproximación lineal, las órbitas perturbadas sean cerradas. Grafique una de estas órbitas.
4. Considere el sistema de la figura. Las dos barras forman una T rígida que puede rotar como un péndulo en el plano de la figura. La partícula de masa  $m$  se mueve sobre la barra transversal y puede pasar a través de la partícula de masa  $M$ , que está fija en la intersección de las dos barras. La longitud natural del resorte es cero.
    - a) Elija coordenadas generalizadas y escriba el lagrangiano.
    - b) Considere la configuración de equilibrio en la que  $\varphi = 0$  y la partícula de masa  $m$  está en la intersección de las dos barras. Escriba el lagrangiano de pequeñas oscilaciones correspondiente a esa configuración.
    - c) Encuentre las frecuencias, modos y coordenadas normales.



Problema 1



Problema 4