

Mecánica Clásica – 2do. Cuat. 2014 – Turno A

Guía 0: Ecuaciones de Newton. Fuerzas de vínculo. Leyes de conservación. Coordenadas curvilíneas.

Problema 1: Dos masas m_1 y m_2 están unidas por una barra rígida. Se coloca la barra sobre una superficie horizontal sin rozamiento tal que la masa m_1 la toque pero no la m_2 . Si se la deja en libertad, ¿donde golpea m_2 a la superficie?

Problema 2: Una partícula está sometida a una fuerza

$$F(x) = -kx + \frac{a}{x^3}.$$

- a) Hallar el potencial $U(x)$. Discutir los tipos de movimiento posibles. Hallar las posiciones de equilibrio estable y encontrar la solución general $x(t)$.
- b) Interpretar el movimiento en el límite $E^2 \gg ka$. ¿Cuánto vale el período de las oscilaciones?
- c) Interpretar el movimiento en el límite $E^2 \rightarrow ka$ cuando $E^2 > ka$ ¿Cuánto vale el período de las oscilaciones?

Problema 3: Hallar el vector velocidad y el vector aceleración en coordenadas polares y esféricas. (es muy conveniente visualizar a partir de gráficos, además de efectuar el cálculo analítico).

Problema 4: Un disco homogéneo de masa M y radio R está girando con velocidad angular ω . Una mosca de masa m que inicialmente se encuentra en el centro del disco camina radialmente hacia afuera con velocidad relativa constante.

- a) Si el disco es obligado a girar con velocidad relativa constante por un motor, ¿qué torque debe hacer éste para compensar el movimiento de la mosca? ¿Cuál es la fuerza de Coriolis que siente la mosca?
- b) Si el disco gira libremente, ¿cuál será la velocidad angular del disco cuando la mosca está a una distancia d del centro?

Problema 5: Un disco homogéneo de masa m y radio r rueda sin deslizar sobre un plano, inclinado un ángulo α respecto de la horizontal.

- a) Halle su aceleración angular y la aceleración lineal de su centro.
- b) Si en $t = 0$ el disco estaba en reposo a una altura h del suelo, ¿cuál es su velocidad angular y lineal al llegar a éste?
- c) ¿Qué magnitudes se conservan en el movimiento del disco?

Problema 6: Dos partículas de masas m_a y m_b están sobre una mesa horizontal sin fricción. Se encuentran unidas por una cuerda tensa que pasa por un anillo pequeño, sin fricción, fijo a la mesa. Inicialmente las partículas están quietas a distancias R_a y R_b del anillo y en $t = 0$ se le da un impulso a la masa m_b , perpendicular a la cuerda, de modo que ésta adquiere una velocidad v_0 .

- a) ¿Qué magnitudes se conservan?

- b) Dar la velocidad de las partículas en función de su distancia al anillo.
- c) Hallar la tensión de la cuerda en función de la distancia de una masa al anillo.

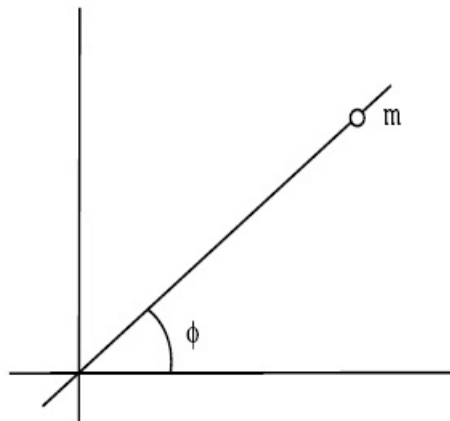
Problema 7: Se lanza una partícula por una vía horizontal sin rozamiento con velocidad v_0 . En un determinado lugar la vía tiene forma circular, de radio a , como se indica en la figura.

- a) Calcular la fuerza de vínculo en función de la posición y la energía inicial de la partícula.
- b) Encontrar en qué punto se despega del aro en función de la velocidad inicial.
- c) Describir las posibles trayectorias.

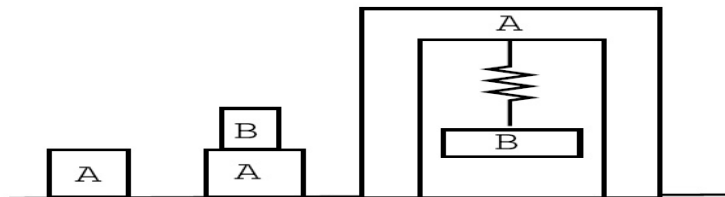


Problema 8: Se tiene una pelotita de masa m enhebrada en una barra, como se indica en la figura.

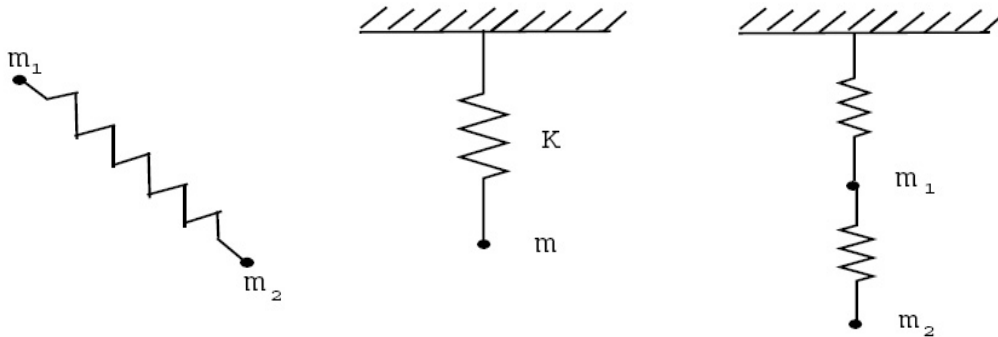
- a) ¿Cuántos grados de libertad tiene el sistema?.
- b) ¿Existen ecuaciones de vínculo?.
- c) Analice y compare los casos en que φ varía libremente y en que la barra gira en el plano con velocidad constante.
- d) ¿Qué pasa si se agrega una segunda bolita en la barra? (Considere nula la masa de la barra y plantee en todos los casos las ecuaciones de Newton).



Problema 9: Para los sistemas (en equilibrio) de las figuras, dibuje todas las fuerzas aplicadas. Indique qué interacciones representan y cuales forman pares de acción y reacción.

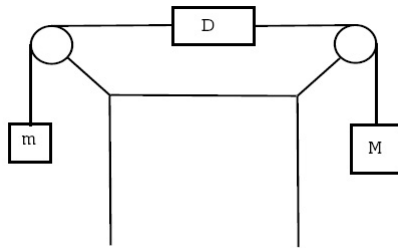


Problema 10: ¿Tiene sentido decir que la fuerza de un resorte es conservativa?. Si se verifica $\nabla \times \mathbf{F} = 0$, ¿es \mathbf{F} conservativa?. Analice los siguientes ejemplos, indicando claramente cuál es el sistema mecánico cuya energía se considera (ver figura).



Problema 11: ¿Cuánto marca el dinamómetro? (suponga su masa nula) (ver figura)

- a) Si $m = M$.
- b) Si $m \neq M$.



Problema 12: Dadas dos masas puntuales, expresar matemáticamente el hecho que las fuerzas de interacción entre ambas están sobre la recta que las une.

Problema 13: ¿Es posible que se conserve el impulso lineal y no se conserve la energía?. ¿Y viceversa?. Dé ejemplos.

Problema 14: ¿Pueden conservarse dos componentes del impulso angular de una partícula y no conservarse la tercera?. Justifique su respuesta.

Problema 15: ¿ $F_r = 0$ implica $p_r = \text{cte.}$? Justifique, dé ejemplos. ¿ $p_r = \text{cte.}$ implica $F_r = 0$? Justifique, dé ejemplos.

Problema 16: Suponga que un sistema de masas puntuales es descrito desde un sistema inercial S (la masa m_a tiene posición \mathbf{r}_a y momento \mathbf{p}_a) y desde el sistema centro de masa S' (la masa tiene posición \mathbf{r}'_a y momento \mathbf{p}'_a).

a) Compare las siguientes definiciones del impulso angular referido al centro de masa:

i.
$$\mathbf{L}_1 = \sum_a \mathbf{r}'_a \times \mathbf{p}'_a$$

$$\text{ii. } \mathbf{L}_2 = \sum \mathbf{r}_a \times \mathbf{p}'_a$$

$$\text{iii. } \mathbf{L}_3 = \sum_a \mathbf{r}'_a \times \mathbf{p}_a$$

b) Encuentre la relación entre el impulso angular referido a S y aquel referido a S' (centro de masa).

Problema 17: Dos partículas aisladas interactúan tal que \mathbf{L}_{CM} es constante.

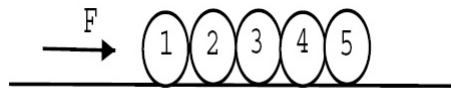
a) ¿Es válido afirmar que $\mathbf{L}_S = \text{cte.}$ donde S es un sistema arbitrario distinto del centro de masa? Dé un ejemplo físico.

b) Visto desde el sistema CM, ¿bajo qué condiciones el movimiento de las partículas es unidimensional, bidimensional o tridimensional?

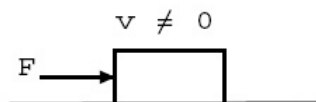
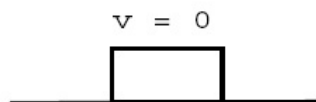
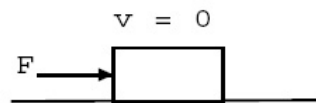
c) Si $\mathbf{L}_S = \text{cte.}$ con $S = \text{CM}$, ¿entonces el movimiento de las partículas será plano (en S)? ¿Porqué?

Problema 18: Si el centro de masa de un sistema está acelerado, ¿sigue siendo válida la relación: $d\mathbf{L}_{\text{CM}}/dt = \mathbf{N}_{\text{CM}}$? (\mathbf{L}_{CM} es el momento angular y \mathbf{N}_{CM} el momento de las fuerzas con respecto al centro de masa).

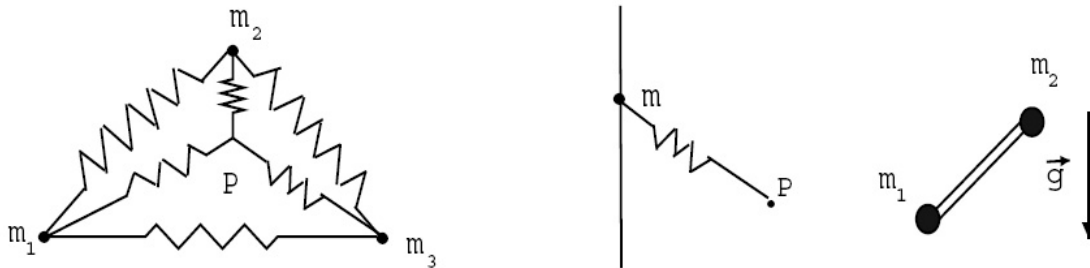
Problema 19: Las esferas del dibujo se mueven sin rozamiento por un carril horizontal. Si se aplica una fuerza \mathbf{F} (colineal con el carril) sobre la primera, encuentre la fuerza neta sobre cada una de ellas y los valores de las fuerzas de contacto sobre la tercera y la quinta.



Problema 20: Para las condiciones de las figuras, indique cuánto vale la fuerza de rozamiento ($\mu_e \neq 0$)



Problema 21: Para cada uno de los ejemplos que se muestran en las figuras, indique detalladamente qué magnitudes se conservan y por qué. Hágalo para cada partícula y para todo el sistema.



Problema 22: Considere un protón en reposo en un sistema fijo. Desde el infinito incide un electrón con velocidad v_0 , cuyo movimiento (cuando está muy lejos del protón) es aproximadamente rectilíneo uniforme. Al acercarse al protón la trayectoria del electrón se curva debido a la interacción electrostática entre ambos ($V = -e^2/r$). Debido a que la masa m_p del protón es mucho mayor que la del electrón m_e , puede suponerse fijo al primero (como $m_p \gg m_e$, debe ser $v_p \ll v_e$). Si no interactuaran, la trayectoria del electrón sería rectilínea y la distancia de máximo acercamiento electrón protón sería b .

- a) ¿Qué magnitudes se conservan?
- b) Usando las leyes de conservación halladas en a), calcule la distancia de máximo acercamiento.

Problema 23: Utilizando coordenadas cilíndricas y esféricas, obtenga las ecuaciones de movimiento para un péndulo plano y para uno esférico, respectivamente.

Problema 24: Una masa m sólo puede moverse en el interior de un tubo cilíndrico, sin fricción, como indica la figura. El tubo rota con velocidad angular constante.

- a) Analizar qué magnitudes se conservan.
- b) Hallar las ecuaciones de movimiento para la partícula en coordenadas cartesianas y en polares.
- c) Hallar la fuerza de vínculo en función del tiempo si en el instante inicial la masa está quieta con respecto al tubo y a una distancia d del origen.

