Guia 0 - Repaso Físca 1 - Mecánica Clasica - - Cátedra G.Mindlin

1er Cuatrimestre 2018

a. Conservación de momento lineal

1. Considere un cohete de masa m que viaja en el sentido de las x positivas sin presencia de fuerzas externas. Avanza gracias a que arroja combustible (dm) con una velocidad constante relativa al cohete v_{ex} como muestra la figura. Plantee el momento lineal en un instante t, luego en un instante $t + dt$ y demuestre que la fuerza de propulsión es: $F_{prop} = |\dot{m} v_{ex}|$. [ayuda: use la conservación del momento lineal y luego desprecie los términos cuadráticos en los diferenciales]. Considerando que la masa inicial del cohete es m_0 y la velocidad inicial v_0 escriba la velocidad del cohete.

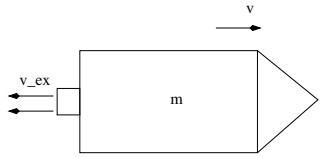

Figure 1: Problema 1

2. Un choque perfectamente elástico de dos partículas, es aquel donde la energía cinética se conserva. Considere un choque de esta naturaleza en dos dimensiones entre dos partículas de igual masa m donde una de ellas se encuentra inicialmente en reposo. Entonces las velocidades antes del choque son $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2 = 0$ y las posteriores $\vec{v}'_1$ y $\vec{v}'_2$. Escriba la ecuación vectorial que representa la conservación del momento lineal y la ecuación escalar que representa la conservación de la energía cinética. Pruebe que el ángulo entre $\vec{v}'_1$ y $\vec{v}'_2$ es $\pi/2$. Este resultado es importante en la historia de la física atómica y nuclear ya que si dos cuerpos al colisionar salen despedidos de forma perpendicular sugiere que el choque fue elástico y que ambas partículas tienen igual masa.[nota: considere que las partículas no chocan con sus centros de masa exactamente colineales, sino quedará resumido al problema en una dimensión.]

b. Momento angular

3. Una mesa rotatoria de forma circular y uniforme (masa M y radio R) está en reposo en el plano xy montada sobre un eje vertical (z) sin rozamiento que pasa por su centro. Se lanza una pelotita de masa m con velocidad v de forma tal que impacte en la intersección del borde de la mesa con una recta que pasa a distancia b de O como muestra la figura (esta distancia en física de colisiones, tema que se verá más adelante, se llama *parámetro de impacto*). Cuando la pelotita impacta contra la mesa éstas quedan pegadas y rotan juntas con una velocidad angular ω, encuentre dicha velocidad.

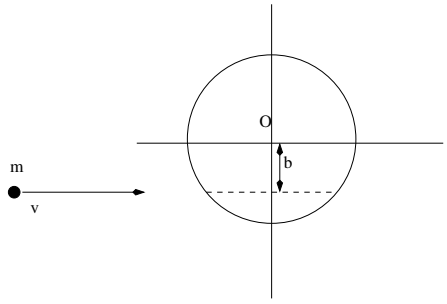

Figure 2: Problema 3

4. Considere dos masas iguales m unidas a los extremos de una barra rígida sin masa de longitud $2b$. El sistema está en reposo sobre una tabla horizontal sin rozamiento. En el instante $t = 0$ la masa de izquierda recibe un golpe seco de forma tal que aparece una fuerza F en la dirección perpendicular a la barra durante un instante de tiempo Δt. Analice el movimiento que realiza el cuerpo (barra + las dos masas) de forma completa.

5. En el sistema de la figura, dos barras rígidas de masa despreciable están soldadas en el punto O y forman un ángulo α. Una de las barras tiene longitud l, su punto medio es O y en sus extremos se fijan dos esferas de masa M. La otra barra está sostenida mediante dos bujes y tiene radio R y es el eje de rotación del conjunto que gira con velocidad angular constante ω.

   - Exprese el vector impulso angular del sistema en función del tiempo respecto de O. Se conserva? Exprese qué fuerzas externas realizan torque.
   - Calcule el momento de las fuerzas considerando que $\frac{dL}{dt} = \sum \tau^O_{ext}$.
   - Realice un esquema del vector impulso angular de este sistema. Qué podrá decir de la dirección del mismo respecto de la del eje de rotación del sistema.

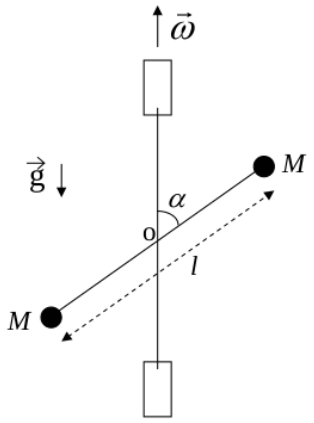

Figure 3: Problema 5

c. Energía

6. En la figura se muestra un juguete para niños cuya forma es un cilindro montado en la parte superior de una semiesfera de radio R en contacto con el piso (note que entonces siempre hay un R entre el punto de contacto con el piso y el punto O). El centro de masa de todo el juguete se encuentra a una altura h respecto del piso. Escriba la energía gravitacional cuando el juguete se encuentra rotado un ángulo θ respecto de la vertical. Para qué relación entre R y h es el estable el equilibrio $\theta = 0$.

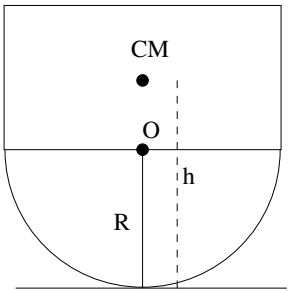

Figure 4: Problema 6

7. Una bola de masa m está enhebrada en una barra vertical sin rozamiento. A su vez se encuentra unida mediante una cuerda inextensible de longitud l y una polea (masa y tamaño despreciable) a un bloque de masa M. La posición de ambas masas puede ser descripta por el ángulo θ que muestra la figura. Escriba la energía potencial como función de este ángulo y un par de constantes (b y l) y compare con la energía que obtendría si la escribiera en función de H y h. Derive $U(\theta)$ y encuentre si el sistema tiene posiciones de equilibrio, diga para que valores de M pueden ocurrir. Analice la estabilidad de los mismos, si es que existen.

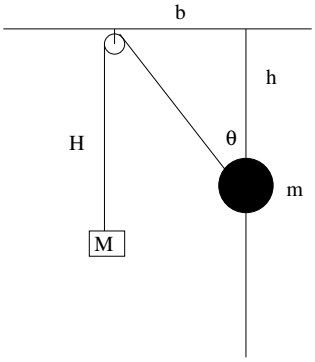

Figure 5: Problema 7

d. Cuerpo Rígido

8. Un cuerpo rígido puede girar libremente en torno a un eje horizontal que pasa por el punto O como se muestra en la figura. La masa del cuerpo rígido es M, su momento de inercia respecto del centro de masa es I_{cm} y es L la distancia entre el punto O y el centro de masa.

   - Escriba las ecuaciones de Newton y de los torques desde el punto O. A partir de esta Ãºltima ecuación calcule cómo varia la velocidad angular $\frac{d\theta}{dt}$ en funciÃn del Ã¡ngulo θ sabiendo que el cuerpo inicialmente estÃ¡ en reposo en $\theta = \pi/4$. Diga el valor de dicha velocidad cuando $\theta = 0$.
   - Diga qué fuerzas realizan trabajo y justifique. Repita el cálculo realizado en el ítem anterior pero esta vez por consideraciones energéticas. Note que la velocidad angular del cuerpo es única.

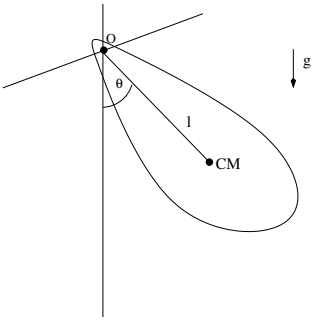

Figure 6: Problema 8

9. Calcule el momento de inercia de un cilindro de radio R, altura h y densidad de masa homogénea ρ respecto a un eje que pasa por su centro (suponga el eje z de cilíndricas). Repita el calculo pero ahora considere que el cilindro es hueco. Se sueltan desde un extremo de un plano inclinado, partiendo del reposo, ambos cuerpos que bajan rodando hasta el extremo inferior del mismo. Demuestre cuál de los dos cuerpos llega en menos tiempo al piso.

10. Un carretel de radio interior r y de radio exterior R y momento de inercia respecto del centro de masa I_{cm} se halla sobre un plano con rozamiento. Se tira de él con hilo arrollado en torno a su radio interior sosteniendo un ángulo α con la horizontal como muestra la figura.

    - Halle las ecuaciones de Newton y de los torques para el sistema en el caso para el que el ángulo α es tal que el cuerpo se mantiene en rodadura con el plano.
    - Halle el valor de la aceleración del centro de masa y de la aceleración angular en función de la fuerza F aplicada.
    - Diga cuáles fuerzas realizan trabajo durante el movimiento y justifique. Se conserva la energía mecánica del sistema? Por qué?
    - Existe un valor de ángulo crítico α_0 donde si $\alpha < \alpha_0$ el cuerpo rueda sin deslizar rotando en el sentido que se tira de él y si $\alpha > \alpha_0$ el cuerpo se rueda sin deslizar pero rotando en el sentido contrario. Halle el valor de dicho ángulo crítico α_0.

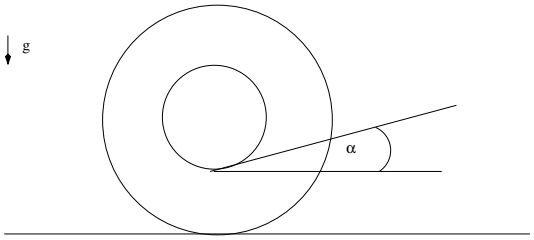

Figure 7: Problema 10