Guia 4 - Scattering - Mecánica Clásica - Cátedra G.Mindlin

1er Cuatrimestre 2018

1. Calcule los ángulos sólidos que subtienden la Luna y el Sol, ambos vistos desde la Tierra.[datos útiles: $R_L = 1.84\text{x}10^6\ m$ y $R_S = 6.96\text{x}10^8\ m$ y las respectivas distancias a la Tierra son $d_L = 3.84\text{x}10^8\ m$ y $d_S = 1.5\text{x}10^{11}\ m$]. Qué fracción de la totalidad del cielo representa el ángulo sólido calculado para el caso de la Luna.

2. Un haz de partículas cargadas (por ejemplo partículas α) es dirigido hacia una lámina blanco. Las partículas incidentes son dispersadas en varios ángulo, θ en relación a la dirección del haz.
   (a) Calcule el diferencial de ángulo sólido para las partículas que son dispersadas en un ángulo promedio de $\theta = 5$ y un rango angular de $d\theta = 1$
   (b) Calcule el diferencial de ángulo sólido para las partículas que son dispersadas en un ángulo promedio de $\theta = 85$ y un rango angular de $d\theta = 1$.
   (c) Espera más partículas dispersadas en la dirección $\theta = 5$ o $\theta = 85$? Explique.

3. La sección eficaz diferencial para la dispersión de partículas α dispersadas con 6.5 MeV a un ángulo de 120 incidiendo sobre núcles de plata es de 0.5 $barns/esterorad$. Si el total de α incidiendo sobre la lámina de plata de 1 μm de espesor son 10^10, y si el sistema para contar las particulas dispersadas tiene un área de 0.1 mm^2 a 120 y 1 cm del blanco. Cuántas partículas α dispersadas espera contar? [la plata tiene uns gravedad específica de 10.5 y una masa atótmica de 108].

4. Una de las primeras observaciones que llevaron a Rutherford a proponer su modelo de átomo fue que muchas partículas α eran dispersadas por láminas de metal hacia la semiesfera incidente, i.e.$\pi/2 \leq \theta \leq \pi$, observación que no podía ser explicada por las formulación alternativas de modelos atómicos, pero que surge naturalmente de la propuesta por Rutherford. In experimentos previos Geiger y Mardsen midieron la fracción de partículas incidentes que salían dispersadas hacia la semiesfera incidente al incidir sobre láminas de platino.
   (a) Integrando la sección eficaz de Rutherford dada en clase sobre la semiesfera incidente, pruebe que la sección eficaz de dispersión con $\theta \geq 90$ debería ser $4\pi\sigma_0(E)$, donde $\sigma_0(E) = (\frac{kqQ}{4E})^2$.
   (b) Sabiendo que el espesor de la lámina de platino es 3 μm, la densidad 21.4 $gram/cm^3$, el peso atómico = 195 y la energía de α incidente es 7.8 MeV, prediga el valor del cociente entre $\frac{N_{scat}(\theta \geq 90)}{N_{inc}}$

   Compare su resultado con la estimación que realizaron ellos donde dijeron que de 8000 partículas α aproximadamente 1 era reflejada (es decir volvia sobre la semiesfera inicidente).

5. La derivación de la sección eficaz de Rutherford fue hecha en clase de forma particular aprovechando que por la forma del potencial se simplicaba. Sin embargo se puede conocer de forma genérica la forma de obtener la sección eficaz para casi cualquier fuerza central. Como se ha visto, las órbitas de scattering son simétricas respecto del perihelio (punto más cercano de la órbita del proyectil al blanco). Si χ es la coordenada polar medida desde la dirección que apunta del blanco al perihelio , entonces cuando $t \rightharpoonup \pm\infty$, $\chi \rightharpoonup \pm\chi_0$ y el ángulo de dispersión será entonces $\theta = \pi - 2\chi_0$. El ángulo χ es igual a $\int \dot{\chi} dt$ integrado desde el punto más cercano hasta el infinito. Haciendo un 'truco' conocido se puede reescribir como $\int (\dot{\chi}/\dot{r}) dr$. Luego reescriba $\dot{\chi}$ en usando el momento angular l y la coordenada r, y reescriba $\dot{r}$ en función de la energía E y el potencial efectivo U_{eff} para poder entonces demostrar que:

$$\theta = \pi - 2\int_{r_m}^{\infty} \frac{(b/r)^2 dr}{\sqrt{1-(b/r)^2 - U(r)/E}} \tag{1}$$

6. Considerando la dispersión de una partícula de energía E generada por un repulsor fijo en un campo de fuerzas $1/r^3$, con energía potencial $U = \gamma/r^2$. Use la relación del problema 5 para hallar θ en función de b y luego demostrar que la sección eficaz diferencial es:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\gamma}{E}\frac{\pi^2(\pi-\theta)}{\theta^2(2\pi-\theta)^2 sin\theta} \tag{2}$$