Repasillo antes del segundo parcial.

Hamilton-Jacobi (segundo cuatrimestre de 2011). El hamiltoniano que rige el movimiento de un fotón en una trampa armónica es $H = c|p| + kx^2$; con p y x el momento y la posición del fotón, respectivamente.

(a) Dibujá las trayectorias en el espacio de fases. Obtené las ecuaciones dinámicas e integralas explícitamente para la condición inicial: $x = x_0$, $p = 0$. Encontrá explícitamente el período del movimiento y expresalo en función de la energía del fotón.

(b) Para las mismas condiciones iniciales, resolvé el problema nuevamente pero ahora usando variables de ángulo-acción. Verificá que recuperás lo obtenido en el inciso anterior.

Cuerpo rígido (segundo cuatrimestre de 2012). Un aro de radio R se hace rotar alrededor de un eje vertical con velocidad Ω (el eje coincide con el diámetro del aro). En el interior se halla una varilla delgada de masa despreciable cuyo punto medio se halla a una distancia d del centro del aro y cuyos extremos se pueden mover en contacto con el mismo sin fricción. Un disco delgado de masa m está centrado en el medio de la varilla de forma que puede girar con el plano del disco perpendicular a la misma. Considerá I e I_3 como los momentos de inercia del disco con respecto a su centro de masa, tomando al eje 3 como el eje de simetría del mismo. Hay gravedad.

(a) ¿Cuántos grados de libertad tiene el problema? Elegí un sistema de coordenadas generalizadas y escribí el lagrangiano del sistema. Indicá qué magnitudes se conservan.

(b) Reducí el problema a uno unidimensional equivalente y expresá la condición de equilibrio. ¿Qué tiene que suceder para que las configuraciones en las que la barra se dispone horizontalmente sean de equilibrio? Interpretá.

(c) Si las dos configuraciones mencionadas recién son de equilibrio, ¿hay más? Analizá la estabilidad en cada caso. Verificá, además, que en los casos $\Omega \to 0$ y $\Omega \to \infty$ obtenés lo esperable.

Relatividad especial (segundo cuatrimestre de 2019). Un reloj $\mathcal{R}$ está fijo en un sistema inercial $\mathcal{S}$, el cual se encuentra en reposo a una distancia a de cierto punto O. Este reloj marca el tiempo t del sistema $\mathcal{S}$. Un segundo reloj $\mathcal{R}'$ se mueve en una órbita circular de radio a y frecuencia angular ω en torno al mismo punto O de antes. Este segundo reloj marca su tiempo propio τ. En el instante inicial ambos relojes coinciden en el mismo punto del espacio y sus lecturas son $t = \tau = 0$.

(a) ¿Cuál es la diferencia Δn entre las lecturas de los dos relojes al cumplirse el n–ésimo período de la órbita del reloj $\mathcal{R}'$, contando a partir de $t = 0$?

(b) ¿Cuál es el tiempo $t_{\mathcal{R}}(\tau)$ que marca el reloj $\mathcal{R}$ visto desde $\mathcal{R}'$ como función de τ? Graficalo para varios períodos de la órbita.

(c) Da una estimación del número de años necesarios para que en la Tierra transcurra un año menos respecto de un reloj fijo en algún punto de su órbita.