Problema 1

Un resorte sin masa (de constante elástica k_1) se encuentra unido al techo por un extremo y por el otro tiene colgando una masa m_1. Un segundo resorte de constante elástica k_2 está unido a la masa m_1 por un extremo y por el otro sostiene una segunda masa m_2. Asumiendo que las masas solamente se mueven en la dirección vertical emplee las coordenadas y_1 e y_2 medidas desde las posiciones de equilibrio de las masas, y demuestre que las ecuaciones del movimiento se pueden escribir en forma matricial como $M\ddot{y} = -Ky$, donde y es un vector de 2x1 compuesto por y_1 e y_2. Encuentre las matrices M y K.

Problema 2

Escriba las ecuaciones de movimiento para un sistema de dos carritos de igual masa moviéndose en una guía unidensional acotada entre dos paredes como muestra la figura. Considere el caso en el cual los carritos se encuentran unidos entre si por un resorte y unido cada uno a cada pared por resortes idénticos al primero. Demuestre que el cambio de variables a las coordenadas normales $\xi_1 = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$ y $\xi_2 = \frac{1}{2}(x_1 - x_2)$ lleva a desacoplar las ecuaciones para ξ_1 y ξ_2. Resuelva por lo tanto las ecuaciones para ξ_1 y ξ_2 y encuentre la solución general para x_1 y x_2.

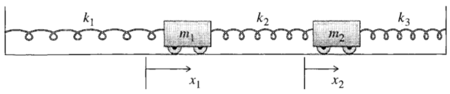

Figure 1: Esquema del sistema del problema 2

Problema 3

Considere dos péndulos planos cada uno de longitud L y masa m que están unidos por un resorte sin masa de constante elástica k. Las posiciones de los péndulos estás especificadas por las coordenadas ϕ_1 y ϕ_2 que son los ángulos que separan a los péndulos de la vertical. La longitud natural del resorte es igual a la distancia entre los péndulos cuando $\phi_1 = \phi_2 = 0$. Escriba la energía cinética, gravitacional y potencial elástica. Asuma que los dos ángulos se mantienen pequeños todo el tiempo lo que implica que la extensión del resorte está bien aproximada por $L(\phi_2 - \phi_1)$. Escriba las ecuaciones de Lagrange del movimiento y encuentre y describa los modos normales de los dos péndulos acoplados.

Problema 4

Dos masa iguales (m) están restringidas a moverse en lineas rectas sin rozamiento una en el eje positivo de las x y otra en el eje postivo de las y. A su vez ambas están nganchadas mediante resortes iguales de constante elástica k al origen. Además ambas masas se encuentran conectadas entre sí por un tercer resorte de constante elástica k'. Los resortes son tales que el sistema está en equilibrio cuando las longitudes de los resortes son las naturales. Cuáles son las frecuencias normales de este sistema? Encuentre y describa los modos normales.

Problema 5

Una bolita de masa m se encuentra enhebrada en un alambre circular sin fricción de radio R y masa m. El alambre se encuentra suspendido del punto A y es libre de rotar en su propio plano vertical como muestra la figura. Usando los ángulos ϕ_1 y ϕ_2 como coordinadas generalizadas, halle las frecuencias normales para pequeñas oscilaciones. Encuentre y describa el movimiento de los correspondientes modos normales.

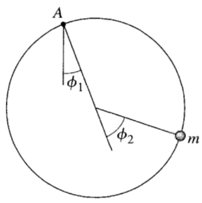

Figure 2: Esquema del sistema del problema 6

Problema 6

Considere un alambre circular rígido horizontal de radio R. Enhebrado en este alambre se encuentran tres bolitas de masas $2m$, m y m conectadas entre sí medienta resortes idénticos de constante elástica k. Halle las tres frecuencias normales y los tres modos normales, luego describa el moviemiento de los mismos.

Problema 7

Un péndulo simple de masa M y longitud L está suspendido de un carro de masa m que oscila mediante un resorte de constante elástica k engachado a la pared como muestra la figura. Asumiendo que el ángulo ϕ es pequeño, escriba el Lagrangiano y las ecuaciones de moviemiento para x y ϕ. Asignando valores a los parámetros $M = m = L = g = 1$ y $k = 2$ (todo en las unidades adecuadas) encuentre las frecuencias normales, y para cada una de ellas encuentre y describa el movimiento correspondiente a los modos normales.

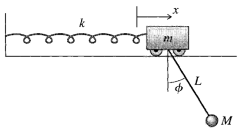

Figure 3: Esquema del sistema del problema 8