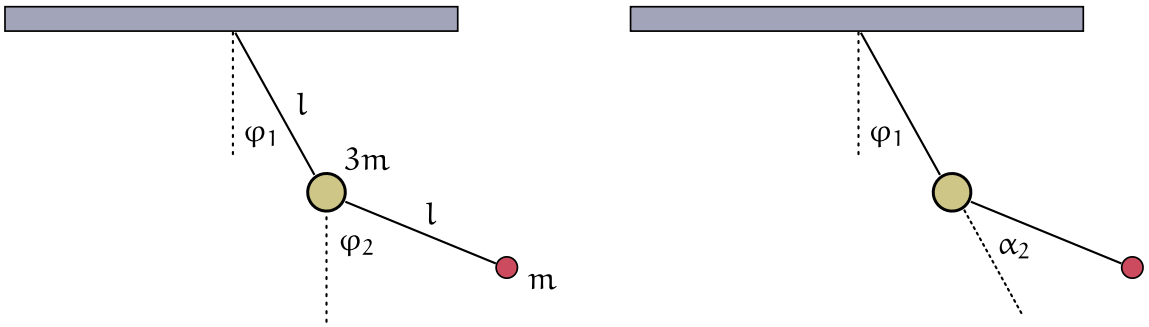
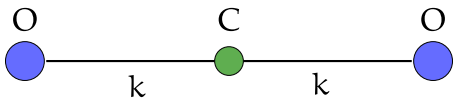
Mecánica Clásica – 2do. cuatrimestre de 2017 (B)

Guía 6: *Pequeñas oscilaciones.*

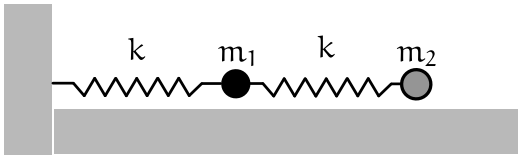
1. Encontrar las frecuencias propias y modos normales para las oscilaciones pequeñas del péndulo doble de la figura. Resolver el problema por dos caminos, usando como punto de partida las coordenadas generalizadas mostradas en cada figura.



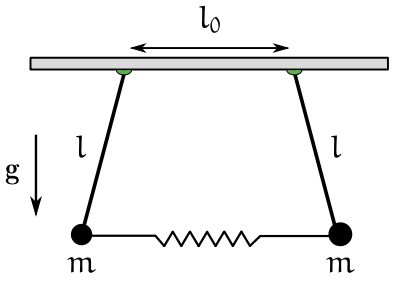
2. Obtener los modos normales de oscilación para la molécula de CO_2, interpretando físicamente cada uno de ellos. Escriba la solución general. Hallar las coordenadas normales utilizando argumentos de simetría.



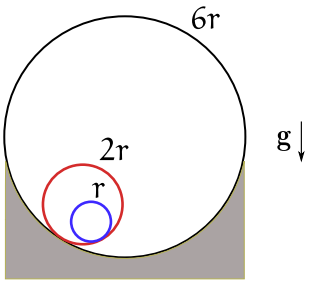
3. Para el sistema de la figura, determine la solución general del movimiento en un entorno de la posición de equilibrio (los resortes tienen longitud natural l_0) y encuentre las coordenadas normales.



4. Deducir las ecuaciones de movimiento de dos péndulos simples conectados por un resorte lineal sin masa de longitud natural l_0, como se indica en la figura de la página siguiente. Suponer que el movimiento ocurre en el plano del dibujo y calcular las frecuencias naturales de vibración para pequeños desplazamientos. Determinar *a priori* las coordenadas normales. Analizar el movimiento del sistema para la siguiente condición inicial: $\dot{\theta}_1(0) = \dot{\theta}_0, \dot{\theta}_2(0) = 0, \theta_1(0) = \theta_0, \theta_2(0) = 0$.



problema 4

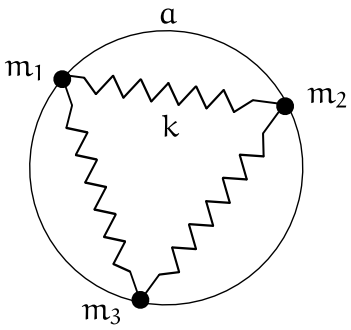


problema 5

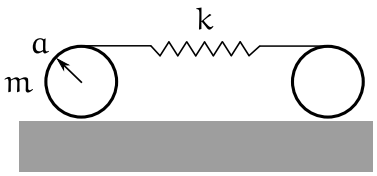
5. Halle las frecuencias propias, modos y coordenadas normales de un sistema que consta de dos cilindros huecos de masa m y radios r y $2r$, respectivamente, que están colocados uno dentro del otro y que ruedan dentro de una superficie cilíndrica fija de radio $6r$. No hay deslizamiento.

6. Determinar las frecuencias de oscilación de un sistema de dos osciladores unidimensionales idénticos, de frecuencia ω, acoplados por una interacción $V(x_1, x_2) = -\alpha x_1 x_2$.

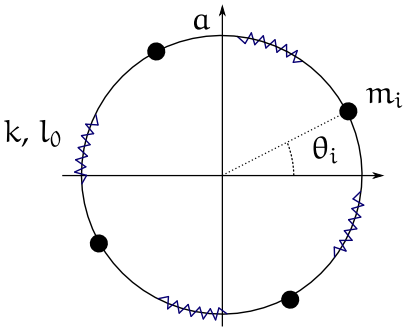
7. Dadas tres masas m_1, m_2, m_3, enhebradas en un anillo fijo de radio a, unidas por resortes de constante elástica k y longitud en reposo l_0, hallar el lagrangiano y determinar las frecuencias y modos normales de oscilación. Repetir el problema en el caso en que $m_1 = m_2$.



problema 7



problema 8



problema 9

8. Hallar los modos y frecuencias propias para el sistema de la figura. El resorte tiene longitud natural l_0, los aros tienen radio a y masa m. No hay deslizamiento.

9. Sea un sistema formado por cuatro masas idénticas, enhebradas en un aro fijo de radio a y que interactúan a través de resortes de constante k y longitud natural l_0. Calcule las frecuencias y modos normales de oscilación. Obtenga las coordenadas normales. Si llama z_2 a la coordenada normal correspondiente a la frecuencia no nula y no degenerada, escriba la solución para las siguientes condiciones iniciales: $z_1 = z_3 = z_4 = 0$, $z_2 = b$, $\dot{z}_1 = \dot{z}_2 = \dot{z}_3 = \dot{z}_4 = 0$ expresando el resultado en función de las coordenadas generalizadas originales θ_i.

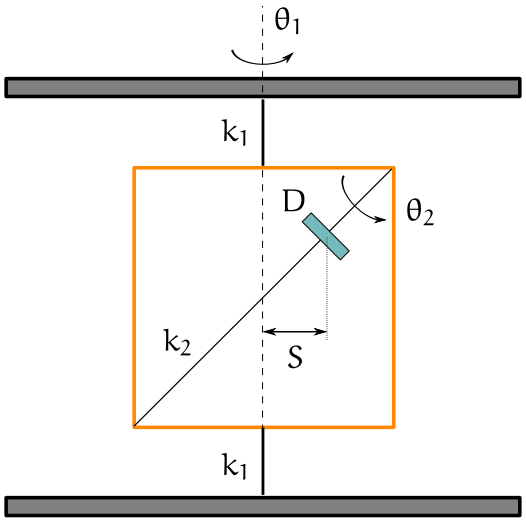
10. El marco cuadrado de la figura está sostenido por dos cuerdas tensas de constante de torsión k_1, sujetas a dos de sus lados. El disco D está sostenido en este marco por una cuerda de constante de torsión k_2, fija a dos vértices opuestos. Sea I el momento de inercia del marco; I_1 el momento de inercia del disco respecto de su eje; e I_2 el correspondiente a una dirección contenida en su propio plano. Suponga $I_1 + I_2 = 2I$ y $MS^2 = I$, donde M es la masa del disco. Sabiendo el torque producido por una cuerda para un ángulo de torsión θ respecto de la posición de equilibrio es de la forma $N = -k\theta$:

    a) Escriba el lagrangiano del sistema.

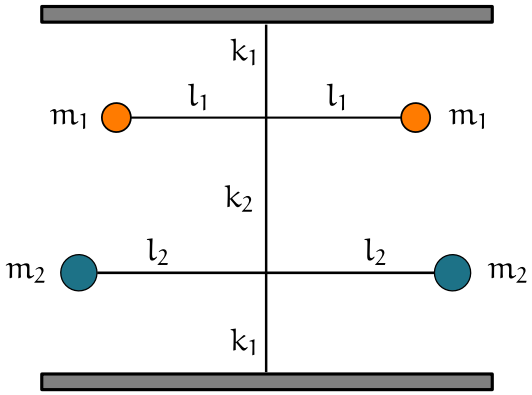
    b) Halle las frecuencias normales de oscilación del sistema.

    c) Halle las coordenadas normales.

    d) Escriba la solución general del movimiento del sistema.



problema 10



problema 11

11. Se tiene un péndulo de torsión como indica la figura. Las masas están unidas por varillas rígidas de masa despreciable.

    a) Escriba el lagrangiano del sistema en función de los ángulos de giro de las varillas.

    b) Hallar las frecuencias propias de oscilación del sistema.

    c) Hallar las coordenadas normales.