

Planteo del problema

El problema de fuerzas centrales fue abordado y resuelto en la primer parte de la materia donde se estudiaron en detalle las órbitas que puede describir, por ejemplo un el satélite en torno a un planeta. Con los conocimientos incorporados en la segunda mitad de la materia, se propone entonces considerar ahora al satélite como un cuerpo rígido orbitando considerando la orientación del mismo.

Para ello se plantea un modelo simplificado donde el satélite consiste en dos esferas de igual masa m unidas por una barra de masa despreciable y longitud l orbitando respecto a un planeta de masa M . Asimismo se restringe el movimiento del satélite al plano por lo que las rotaciones posibles son las que muestra la figura determinadas por las coordenada θ y ϕ . Encuentre el Lagrangiano del sistema, considerando que $M \gg 2m$ y que $l \ll R$ donde R es la longitud típica del radio de la órbita que realiza el satélite. [ayuda: escriba el potencial de cada una de las masas, identifique qué cantidad es pequeña dada la relación entre las distancias y realice un desarrollo de Taylor a segundo orden].

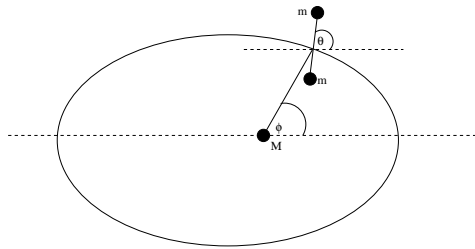


Figure 1: Esquema del sistema del problema 1

Resolución analítica: órbita circular

Para el caso particular en que la órbita que realiza el satélite respecto al planeta es circular, el problema se puede resolver analíticamente. Para ello a partir del Lagrangiano hallado anteriormente encuentre la ecuación de la coordenada θ que define la orientación del cuerpo, sabiendo que el radio de la órbita es constante. En ese caso encuentre los puntos de equilibrio de la orientación del satélite y discuta la estabilidad de los mismos. Describa el movimiento del satélite.

Resolución numérica

En el caso más general en el cual las órbitas no están restringidas a ser circulares, el problema aumenta su dimensión ya que las variables R y ϕ presentan dinámica. Encuentre las ecuaciones que rigen el movimiento general del satélite. Note que lo que obtiene es un conjunto de ecuaciones diferenciales de segundo orden acopladas, para el cual se propone implementar una resolución numérica. Basándose en el código utilizado en la práctica computacional para el problema de dos cuerpo, implemente

una resolución numérica para este problema.[ayuda: agregue las ecuaciones que faltan al problema de dos cuerpos para determinar la orientación en el código existente y recupere los parámetros para las órbita estudiados anteriormente]. Analice y describa los movimientos posibles.