

MEFE 2021: SEGUNDO PARCIAL

PONGA NOMBRE EN TODAS LAS HOJAS. ENTREGUE LOS PROBLEMAS EN ARCHIVOS SEPARADOS.
JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Problema 1: Se toman 10 mediciones de una variable aleatoria con distribución gaussiana. Calcular la eficiencia de $S^2 = \sum_i^n (x_i - \bar{x})^2 / (n - 1)$ como estimador de σ^2 cuando μ es conocido.

Problema 2: El trébol de cuatro hojas es una variación infrecuente del trébol de tres hojas. Su rareza sugiere un gen recesivo que aparece con muy baja frecuencia. Se cuenta el número de tréboles de cuatro hojas por metro cuadrado en un extenso (infinito a los fines prácticos) campo de tréboles. Por cada medición se reporta una cota superior para μ : *número medio de tréboles de cuatro hojas por metro cuadrado*. A partir de la frecuencia con que fueron reportados los límites superiores, esto es: 5.0 % de las veces 2.3; 15.0 % de las veces 3.9; 22.4% de las veces 5.3 y el 57.6% de las veces restantes valores mayores a 6:

1. Indicar la cobertura de la *receta* utilizada si por otra técnica le aseguran que $\mu = 3$. No necesita escribir ninguna cuenta, solo indicar el resultado y justificar con total claridad su respuesta.
2. Calcular el nivel de confianza utilizado para armar los intervalos si se siguió la metodología frecuentista.

Los siguientes problemas están motivados por la temática de la Escuela Giambiagi¹ de este año.

Problema 3: ν IOLETA² es un futuro experimento diseñado para estudiar los antineutrinos emitidos en nuestro reactor nuclear Atucha II. Si bien los reactores nucleares son las fuentes de antineutrinos más intensas sobre la Tierra, la probabilidad de interacción de estas partículas es extremadamente baja, lo que hace muy difícil estudiarlas. Suponga que es el año 2025 y se cuenta con tres mediciones de eventos registrados en períodos de un mes, una con el reactor apagado, donde se observaron $K_0=50$ eventos de fondo; otra con el reactor a mitad de potencia, y se obtuvieron $K_1=100$ eventos; y otra con el reactor a plena potencia, con $K_2=135$ eventos.

1. Se calculan y publican los niveles de señal S_1 y S_2 y su matriz de covarianza, siendo $S_i=K_i-K_0$, ¿Cuales fueron los resultados?
2. Alguien que no es parte del experimento utiliza los resultados publicados para calcular el cociente de las señales $R=S_2/S_1$ con su error y compararlo con el valor esperado bajo la hipótesis de que el flujo de antineutrinos es proporcional a la potencia del reactor, es decir, $R=2$. ¿Cuál será su conclusión?

Problema 4: A partir de la situación experimental descrita en el problema anterior y llamando F al verdadero número medio de eventos de fondo por mes, S al verdadero número medio de antineutrinos detectados por mes con el reactor a mitad de potencia, y usando que el flujo de antineutrinos es directamente proporcional a la potencia del reactor: obtenga los estimadores de máxima verosimilitud conjuntos para F y S en términos de K_0 , K_1 y K_2 . Alcanza con que deje claramente escrito un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

Sugerencia: Conviene trabajar con el logaritmo de la verosimilitud.

¹<http://giambiagi2021.df.uba.ar/>

²<http://www.violetaexperiment.com>