Recuperatorio 1er Parcial de MEFE - Verano 2019

Ponga nombre en todas las hojas. Entregue los problemas en hojas separadas. Justifique todas sus respuestas.

Problema 1: Entre las diferentes técnicas de inseminación artificial existentes, una de ellas cuantifica las chances de conseguir un embarazo en un 48.8 % si se realizan un máximo de tres intentos. Se puede considerar que el resultado de cada intento es independiente de los anteriores.

a) Muestre que esto significa que la probabilidad de embarazo en cada intento es de un 20 %.

b) ¿Cuál sería la probabilidad de conseguir un embarazo si el máximo número de intentos sugeridos fuese cuatro?

c) Si se decidiera repetir la práctica hasta tener éxito, ¿cual sería el número esperado de intentos por paciente? Suponga que no existe ninguna otra patología que dificulte la concepción.

d) Si otra práctica, 10 veces menos efectiva por intento que la anterior, se aplica a 500 pacientes, cual es la probabilidad de que menos del 1 % logren un embarazo?

Problema 2: Sean p_i variables aleatorias con distribución uniforme en [0, 1]. Considere las variables aleatorias $Y_i = 2\log(p_i)$ y $Z = 2\log(\Pi_{i=1}^{n} p_i)$.

a) Encuentre la densidad de probabilidad de las variables Y_i.

b) Sabiendo que la distribución χ^2_2 es la distribución exponencial de parámetro $\tau = 1/2$, diga que distribución tiene la variable aleatoria Z.

Problema 3: Calcule la probabilidad de ganar el loto. Primer, segundo o tercer premio.

Descripción del juego: El apostador elige 6 números sobre un total de 42. Si acierta los 6 números elegidos gana el premio mayor, aunque también hay premio para quienes obtengan 5 y 4 aciertos. El sorteo se realiza usando un bolillero sin reposición.

Distribución	Fórmula	Esperanza	Varianza
Binomial	$B(X=k\|n,p) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$	np	$np(1-p)$
Poisson	$P(X=k\|\mu) = \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu}$	μ	μ
Hipergeométrica	$H(X=k\|N,n,K) = \frac{\binom{K}{k}\binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}$	$\frac{nK}{N}$	$n\frac{K(N-K)}{N^2}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$
Binomial negativa	$P(X=n\|k,p) = \binom{n-1}{k-1} p^k (1-p)^{n-k}$	$\frac{k}{p}$	$\frac{k(1-p)}{p^2}$