

# RECUPERATORIO INTEGRADOR DE ESTADÍSTICA EN FÍSICA EXPERIMENTAL 2017

PONGA NOMBRE EN TODAS LAS HOJAS. ENTREGUE LOS PROBLEMAS EN HOJAS SEPARADAS.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

**Problema 1.1:** Se tienen dos fuentes radioactivas indistinguibles a simple vista y del mismo radio-nucleido. Se sabe que la fuente A emite 1 foton  $\gamma$  por segundo y la fuente B emite dos fotones  $\gamma$  por segundo. Para discernir cuál es cuál sólo es posible realizar una medición de dos segundos de duración de una de ellas (con eficiencia de detección *perfecta*). ¿Cuál es la probabilidad de que se trate de la fuente B si se registran 3 fotones?

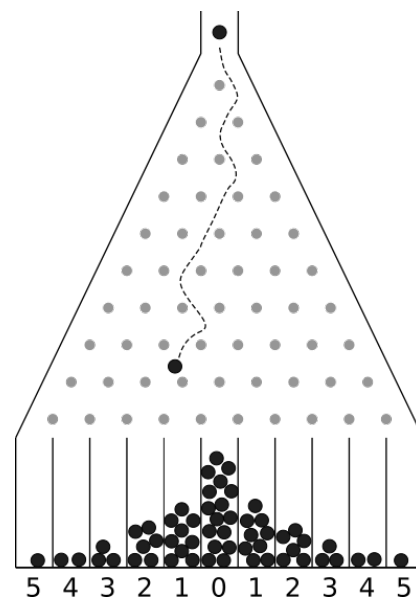
**Problema 1.2:** Todos los días hábiles Juan espera el mismo colectivo (no necesariamente el mismo coche, sino uno de la misma línea) en la misma parada. Mientras lo espera se pregunta si la línea de colectivo tiene o no una frecuencia bien definida. Para responder a su pregunta, Juan decidió medir el tiempo que tuvo que esperar las siguientes 100 veces que fue a tomar el colectivo. Luego hizo un histograma, lo normalizó, y encontró que una función de la forma  $f(t)=\lambda \exp(-\lambda t)$  (con  $\lambda = 1$  colectivo/diez minutos) ajustaba *muy bien* los máximos de cada bin.

- ¿Cuál es la probabilidad de que un determinado día Juan deba esperar el colectivo más de 30 minutos?
- ¿Cuál es la probabilidad de que en ninguno de los 100 días el colectivo haya llegado en menos de 15 segundos?
- Si un día Juan llega justo cuando un colectivo se está yendo, ¿tiene razones para pensar que ese día va a tener que esperar más de lo habitual? Justifique claramente.

**Problema 1.3:** Se dejan caer bolitas por un *flipper* como el que se muestra en la figura. Para llegar a los compartimentos inferiores deben atravesar 10 filas de columnas cilíndricas equiespaciadas. En cada fila la bolita necesariamente choca contra una columna, con igual probabilidad de seguir hacia la derecha o de seguir hacia la izquierda.

- Calcule la probabilidad  $p_i$  que cada bolita tiene de terminar en un compartimento etiquetado como  $i$ , con  $i=\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ .
- Si se dejan caer 1024 bolitas, ¿cómo calcularía la probabilidad de que ninguna caiga en alguno de los dos casilleros etiquetados como 5?

Nota: Pueden encontrar este *flipper* en el Centro Cultural de la Ciencia.



**Problema 2.1:** El Observatorio Auger es sensible a neutrinos generados por rayos cósmicos. Durante el año 2015 no se observó ninguna lluvia de neutrinos. ¿Cual es la cota superior 90 % CL frecuentista al número de lluvias de neutrinos que se espera por año en el Observatorio Auger?

**Problema 2.2:** Noelia contó cuantos rayos cayeron por año a menos de 10 cuadras de su casa y obtuvo: 1 0 0 2 0 0 1 0 2 0. Se quiere conocer la cota superior de un intervalo bayesiano con 90 % de CL para la el número de rayos que se esperan caigan a menos de 10 cuadras de la casa de Noelia por año. Encuentre la relación *prior-posterior* y escriba con detalle la expresión de la cual es posible extraer la cota buscada. Utilice como prior la distribución  $\text{Gamma}(1,1)$ .

Ayuda:  $\text{Gamma}(\theta; \alpha, \beta) = \beta^\alpha \theta^{\alpha-1} \exp(-\beta\theta) / \Gamma(\alpha)$ ,  $E(\theta) = \alpha/\beta$  y  $\text{Var}(\theta) = \alpha/\beta^2$

**Problema 2.3:** Se tienen dos fuentes radiactivas A y B del mismo radionucleido y con la misma actividad  $\alpha$  (número de decaimientos por unidad de tiempo). A partir de un mismo instante se registran los tiempos  $t_i^A$  en que ocurren los decaimientos de la fuente A, y los tiempos  $t_i^B$  en que ocurren los de la fuente B. Sabiendo que la variable aleatoria  $\Delta t_i = t_i^A - t_i^B$  tiene distribución de Laplace (doble exponencial) y que las primeras cinco diferencias de tiempos registradas en segundos fueron  $\{22, -18, 3, -15, 21\}$ :

- Encuentre el estimador de máxima verosimilitud para el parámetro  $\alpha$  de la distribución.
- Calcule la varianza y el sesgo del estimador de máxima verosimilitud para  $1/\alpha$  y a partir de los datos estime la actividad y calcule su error por propagación.

Ayuda: Se dice que  $\Delta t$  tiene distribución de Laplace con parámetro de localización nulo si:

$$f(\Delta t; \alpha) = \frac{\alpha}{2} \exp(-\alpha|\Delta t|)$$