Primer parcial de Estadística en Física Experimental 2019

Ponga nombre en todas las hojas. Entregue los problemas en hojas separadas.
Justifique todas sus respuestas.

Problema 1: *Apocalipsis Zombi.* Corre el año 2021 y la superficie del planeta se encuentra uniformemente poblada por zombies. La única oportunidad de sobrevivencia que tiene *Uma* es correr desesperadamente los 160 metros que la separan de su nave espacial, para así poder dejar el planeta. En su camino interactuará con aquellos zombis de los que pase suficientemente cerca, de lo que resulta que en promedio chocará con uno de ellos cada 10 metros. Si choca, hay un 25 % de chances de que el zombi la atrape. Si esto último sucede tiene las mismas chances (50 %) de escapar ilesa, que de ser mordida y escapar.

a) Calcule el número de veces que espera que *Uma*: (i) choque, (ii) sea atrapada y (iii) sea mordida por un zombi, antes de llegar a la nave.

b) Estime (con un cálculo simple) la probabilidad de que *Uma* choque con más de 20 zombis.

c) ¿Cual es la probabilidad de que *Uma* choque con el primer zombi antes de recorrer 40 metros?

d) Sabiendo ahora que si la muerden más de cinco zombis *Uma* morirá en el acto. ¿Cuántas veces esperaría que haya sido atrapada si no logra llegar a la nave?

e) *Uma* logra llegar a la nave y escapar emprendiendo su viaje hacia el tercer planeta deshabitado de un sistema solar, al que decide llamar Tierra. ¿Cual es la probabilidad de que haya sido mordida por al menos un zombi y al ser visitada por *Nos* (otro extraterrestre) inicie una colonia de zombis?

Problema 2: Sea (X, Y) una variable aleatoria bidimensional tal que $f(x, y) = a \exp(-y)$, si $0 < x < y$ y $f(x, y) = 0$ en otro caso.

a) Determine cuanto vale a.

b) Encuentre la densidad de probabilidad condicional $f(x|y)$.

c) ¿Son X e Y independientes? Justifique.

d) Muestre que $P(X + Y > c) = 2\ \exp(-c/2) - \exp(-c)$.

e) Sea la variable aleatoria $Z = X + Y$, halle su densidad de probabilidad.

Problema 3: En el observatorio Pierre Auger se cuenta con detectores de superficie y detectores de fluorescencia para el estudio de rayos cósmicos. El 80 % de los eventos registrados sólo dejan señal en superficie, mientras que el 20 % restante, los denominados híbridos, también dan señal de fluorescencia. Se está considerando guardar la información en paquetes de cinco rayos cósmicos, pero se quiere dar prioridad de almacenamiento a los eventos híbridos. Para decidir que paquetes guardar se propone analizar m de los cinco rayos cósmicos y guardar aquellos paquetes que dentro de los m tengan al menos un evento híbrido.

a) Obtenga una expresión que le permita calcular la probabilidad de guardar los paquetes que contengan solamente un evento híbrido en función de m.

b) ¿Cual es la probabilidad de que un paquete guardado tenga menos de tres eventos híbridos si se aplica el criterio descripto con $m = 2$?

Distribución	Fórmula	Esperanza	Varianza
Binomial	$B(X = k\|n, p) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$	np	$np(1-p)$
Poisson	$P(X = k\|\mu) = \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu}$	μ	μ
Hipergeométrica	$H(X = k\|N, n, K) = \frac{\binom{K}{k}\binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}$	$\frac{nK}{N}$	$n\frac{K(N-K)}{N^2}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$
Binomial negativa	$P(X = n\|k, p) = \binom{n-1}{k-1} p^k (1-p)^{n-k}$	$\frac{k}{p}$	$\frac{k(1-p)}{p^2}$