

Parcial computacional sobre Test de Hipótesis: Correlacionados

Métodos Estadísticos en Física Experimental

2023

1 Enunciado

Una forma de crear pares de fotones correlacionados consiste en hacer incidir un haz laser sobre un cristal birrefringente. En él puede tener lugar el proceso de Conversión Paramétrica Espontánea Descendente mediante el cuál un fotón decae en otros dos. Vía las leyes de conservación de energía y momento, sabiendo con que energía y ángulo fue emitido uno de los fotones, es posible conocer la energía y ángulo con que fue emitido su compañero. Los pares de fotones así generados se encuentran entonces correlacionados y es por eso que pueden utilizarse en muchas aplicaciones interesantes. Sin embargo, una de las limitaciones experimentales está impuesta por la existencia de un fondo de fotones no correlacionados.

2 Consignas

Se quiere hacer un test de hipótesis para descartar la premisa de que dos muestras de fotones no se encuentran correlacionadas.

1. **Generando los datos:** Para construir el conjunto de datos con los que va a trabajar, genere $n=100$ realizaciones de una variable aleatoria con distribución de Poisson($k, \mu_1=100$) correspondiente al número de pares de fotones correlacionados obtenidos luego de un segundo de experimento. Llamaremos a esta la muestra SA. Haga una copia de estos n resultados obtenidos, lo que conformará la muestra SB idéntica a SA.
2. **Generando el fondo:** Genere ahora $n=100$ realizaciones de una variable aleatoria con distribución de Poisson($k, \mu_2=50$) correspondiente al número de pares de fotones **no** correlacionados obtenidos luego de un segundo de experimento. Llamaremos a esta la muestra FA. Esta vez, en lugar de hacer una copia, vuelva a generar n realizaciones de Poisson($k, \mu_2=50$) conformando la muestra FB.
3. **Contaminando los datos:** Construya la muestra MA como la suma de SA y FA y lo propio para construir MB. Calcule luego la correlación entre MA y MB.
4. **El estadístico** Adaptando los items anteriores según corresponda, construya así la distribución del estadístico *correlación entre dos muestras* cuando H_0 es cierta a partir de $N=1000$ realizaciones.

5. **El test:** Dada la distribución obtenida en el punto anterior y para una significancia $\alpha=0.05$, indique la zona de rechazo de la hipótesis nula H_0 : *Los fotones no están correlacionados*.
6. **Errores:** Cuantifique el error Tipo I y el error Tipo II que se comete al usar el test en cuestión.
7. **Potencia:** Calcule la potencia del test para diferentes valores de μ_2 (con hacerlo para 10 valores diferentes basta).
8. **p-valor:** Genere una muestra MA y MB con los valores inicialmente sugeridos para μ_1 y μ_2 simulando así un único experimento. Aplique el test construido anteriormente y calcule el p-valor correspondiente al resultado obtenido. ¿Cual es la máxima significancia que podría haberle pedido al test tal que no rechace la hipótesis nula?
9. **Histograma de p-valor:** Repita 1000 veces el item anterior y grafique el histograma de los p-valores. Discuta que esperaba encontrar si la hipótesis nula fuese cierta y como se diferencia de eso lo que realmente observó.

Referencia Test motivado por el trabajo de Tesis doctoral de Sebastian Bordakevich, Guadalupe Aparicio, la tesis de grado de Muriel Bonetto y la tesis doctoral de Agustina Magnoni. Es además una de las líneas de investigación en LAMBDA, DF-UBA.

3 Generalidades

1. Indicar nombre, apellido, libreta o DNI en el informe.
2. Dar una descripción clara y precisa de la metodología utilizada.
3. Incluir todos los gráficos como figuras con sus correspondientes leyendas.
4. Justifique las hipótesis en la que se sustenten sus resultados y discuta los resultados obtenidos.
5. La fecha límite para la entrega es el martes 11 de julio a las 11 hs.
6. Enviar por mail a dariorodriguesfm@gmail.com. Nombrar al archivo de la siguiente manera: TH-SuApellido.pdf y adjuntar en el mismo mail los códigos desarrollados. Utilizar como asunto del mail: "TH-rho".
7. Por consultas sobre interpretación de los enunciados escribir al grupo: mefe-1c-2023@googlegroups.com, así todos tienen acceso a todas las respuestas.