

Parcial computacional sobre Test de Hipótesis: Partículas de Carga Fraccionaria

Métodos Estadísticos en Física Experimental

2023

1 Enunciado

Entre las partículas propuestas más allá del Modelo Estándar, se encuentran las partículas de carga fraccionaria o *milliCharged Particles* (mCP). De existir, estas partículas podrían estar creándose tanto en aceleradores de partículas como en reactores nucleares. Recientemente, un sistema de detección ultrasensible fue instalado a tan solo 8 metros de la pared del núcleo del reactor argentino Atucha II, y allí está esperando a que alguna de estas exóticas partículas le deje señal. Uno de los principales limitantes para esta búsqueda son los eventos de fondo que contaminan las mediciones.

2 Consignas

Se desea construir un test de hipótesis que ayude en la búsqueda de mCP, donde la hipótesis nula H_0 es que solo hay fondo y la hipótesis alternativa H_1 es que además de fondo hay señal. Para ello, suponga que cuenta con un sistema de detección que, a los fines prácticos, puede considerarse como una hilera de 100 detectores, uno detrás del otro.

1. **Generando el fondo:** Simule $N=1000$ mediciones de fondo, es decir, las que en el experimento corresponden a mediciones realizadas con el reactor nuclear apagado. Para ello, construya N vectores F , donde cada coordenada representa si hubo o no un evento en el n -ésimo detector generado por eventos de fondo. Suponga que la aparición de un evento de fondo en cada detector es independiente de los otros detectores y que sigue una distribución de Poisson($k, \mu=0.10$). Si llegara a ocurrir que k resulte mayor que 1, iguale a 1.
2. **Test χ^2** Obtenga el histograma normalizado de la variable aleatoria ΔX : *diferencia de distancia entre dos eventos consecutivos* (como la diferencia de posición entre los 1 dentro del vector F). Utilice toda la estadística disponible en los N vectores F . Aplique el test χ^2 para estudiar la compatibilidad del histograma normalizado con el de una variable aleatoria con distribución exponencial. ¿Con que parámetro λ_F ? Reporte el p-valor.

3. **Test χ^2 + runs** Realice ahora un test de runs y combine los p-valores obtenidos para construir un test más sensible. Para ello, utilice el estadístico $\chi_4 = -2 \ln(\text{p-valor}_{\chi^2} \text{ p-valor}_{runs})$. Calcule el p-valor conjunto y diga si acepta o rechaza la hipótesis nula con una significancia $\alpha=0.05$. Reporte el p-valor.
4. **Generando la señal:** Simule ahora el paso de $N=1000$ mCP. Suponga que cada una de ellas atraviesa los 100 detectores con una probabilidad p de dejar señal en cada uno de ellos. Obtenga, como resultado N vectores S que contengan un 1 en las coordenadas correspondientes a los detectores donde la mCP dejó señal y 0 en las otras. Por último, construya N vectores muestra de sumar los vectores constuidos hasta el momento, $M = S + F$. Si hubiese superposición dando lugar a un 2 en una coordenada, iguálelo a 1. Para este item use $p=0.02$.
5. **Test de Neyman-Pearson** Construya ahora el estadístico

$$LLR(\Delta X) = -2 \ln \left[\frac{L(\Delta X | H_1)}{L(\Delta X | H_0)} \right] \quad (1)$$

donde $L(\Delta X | H_1)$ corresponde a la verosimilitud de los datos cuando la hipótesis alternativa es cierta (para un $\lambda(p)$ fijo) y $L(\Delta X | H_0)$ cuando lo es la hipótesis nula. Realice un histograma normalizado de este estadístico cuando H_0 es cierta. Para este item use $p=0.02$.

Ayuda: Ver sección 14.2.2. del libro de la señora Frodesen.

6. **Potencia para LLR test** Calcule la potencia del LLR test cuando $p=0.02$. Discuta los resultados obtenidos.

Referencia Test motivado por el trabajo de Tesis doctoral de Santiago Perez en LAMBDA, DF-UBA.

3 Generalidades

1. Indicar nombre, apellido, libreta o DNI en el informe.
2. Dar una descripción clara y precisa de la metodología utilizada.
3. Incluir todos los gráficos como figuras con sus correspondientes leyendas.
4. Justifique las hipótesis en la que se sustenten sus resultados y discuta los resultados obtenidos.
5. La fecha límite para la entrega es el martes 11 de julio a las 11 hs.
6. Enviar por mail a dariorodriguesfm@gmail.com. Nombrar al archivo de la siguiente manera: TH-SuApellido.pdf y adjuntar en el mismo mail los códigos desarrollados. Utilizar como asunto del mail: "TH-mCP".
7. Por consultas sobre interpretación de los enunciados escribir al grupo: mefe-1c-2023@googlegroups.com, así todos tienen acceso a todas las respuestas.