MEF: Parcial 2

1.- Columna Se aplica sobre una columna de sección cuadrada y lado h una fuerza vertical en uno de sus bordes el cual produce tracción en la columna
a) Dibuje la posicion de la línea resultante de la fuerza, de la superficie neutra y de la línea media.
b) Si la columna se hace de manera que su peso ayude a su estabilidad y por lo mismo a evitar tracciones. Encuentre y dibuje la posición de la linea resultante cuando se agrega esta variable. Suponga que el material tiene una densidad de masa ρ.
c) Investigue qué ocurre con la resultante cuando se aumenta la sección de la columna. Por un lado el torque ejercido será mayor y también la posibilidad de una tracción, pero por otra parte aumenta el peso (a densidad constante). Discuta.

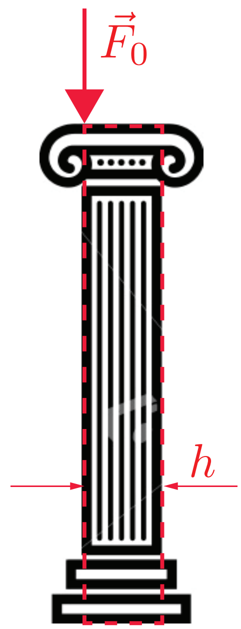

Figure 1: Columna sometida a una carga sobre su borde lo cual genera momentos peligrosos.

2.- Fórmulas Deflexión Demuestre las siguientes fórmulas clásicas (ver anexo 2 en libro de J.E. Gordon) para pequeña rotación ($\hat{t} \approx \hat{x}$) de una barra de largo L:
a) Peso uniformemente distribuido $W = wL$ (ver Fig. 2)

$$M = \frac{1}{2}\frac{W}{L}x^2 \text{ en x}, \; M_{max} = \frac{1}{2}WL \text{ en B}, \; y = \frac{1}{24}\frac{W}{EIL}(x^4 - 4L^3x + 3L^4), \; y_{max} = \frac{1}{8}\frac{WL^3}{EI}$$

b) Columna con peso en el centro y que descansa sobre dos pilares en sus extremos (ver Fig. 2)

$$M = \frac{1}{2}Wx \text{ de A a B}, \; \frac{1}{2}W(L-x) \text{ de B a C}, \; M_{max} = \frac{WL}{4} \text{ en B}, \; y = \frac{1}{48}\frac{W}{EI}(3L^2x - 4x^3) \text{ de A a B}, \; y_{max} = \frac{1}{48}\frac{WL^3}{EI} \text{ en B}$$

3.- Módulo de Rigidez Considere un filamento que se empotra en un borde y al cual se le aplica una carga P mucho mayor que el peso del filamento por lo que despreciamos esto último. Debido a la carga aplicada y la flexibilidad del filamento se produce un gran desplazamiento del filamento y luego éste "cae" y luce como en la Fig. 3, donde aparece una distancia H que corresponde a la distancia entre la pared y el filamento.

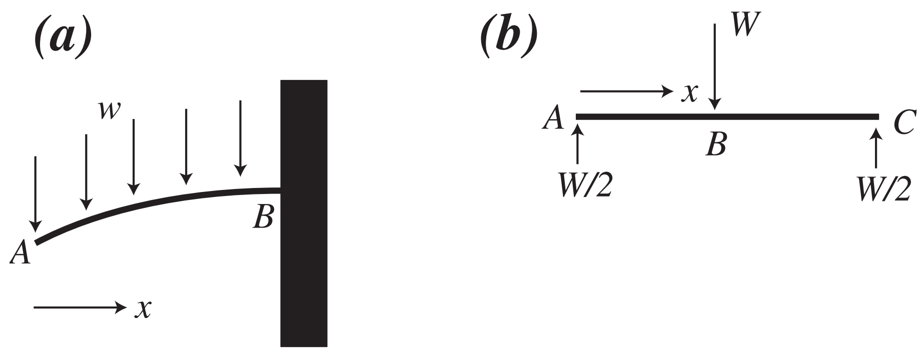

Figure 2: Deflexión de barras.

a) Vea que la ecuación de equilibrio para los momentos es en este caso

$$EI\ddot{\phi} - P\cos\phi = 0$$

donde el ángulo ϕ y coordenadas están dados por la Fig. 3 y de aquí demuestre que existe una primera integral dada por

$$EI\frac{\dot{\phi}^2}{2} - P\sin\phi = const$$

y luego argumente que ello implica que

$$EI\frac{\dot{\phi}_0^2}{2} = P$$

donde $\dot{\phi}_0$ es la curvatura en $s = 0$.
c) Demuestre que la ecuación de equilibrio se puede escribir también como

$$EI\ddot{\phi} - P\dot{x} = 0$$

y que por tanto existe la primera integral $EI\dot{\phi} - Px = const$ y de aquí argumente que se satisface la relación

$$EI\dot{\phi}_0 = -PH$$

d) Concluya que

$$H = \left(\frac{2EI}{P}\right)^{1/2}$$

Tome un filamento muy flexible de un material del cual conozca su módulo de Young E y prepare la configuración de la Fig. 3 aplicando una carga conocida P. Del valor de P y H mida el valor de EI. Compare con el valor que se obtiene de primeros principios, es decir, utilizando E y los parámetros geométricos de la sección.

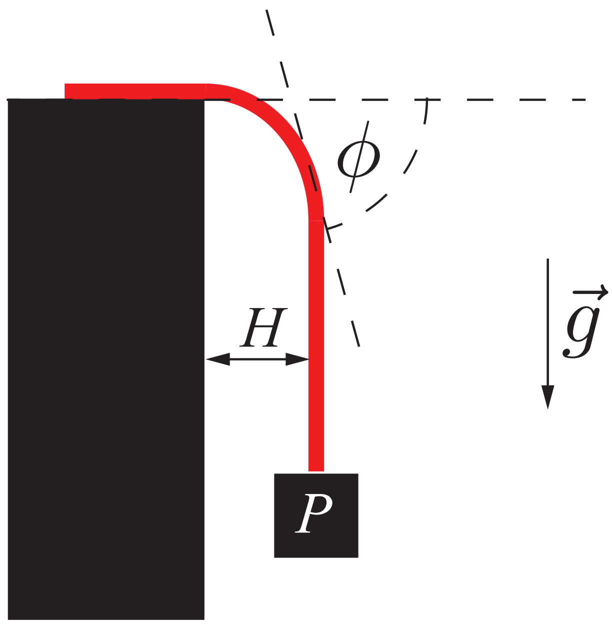

Figure 3: Filamento muy flexible que cae por gravedad. Debido a la rigidez de doblamiento el filamento conserva una distancia H con la pared. Para la notación utilizada en clases el ángulo ϕ en la figura es negativo.