

# MEF: Trabajo Práctico 2

**1.- Dilatación térmica.** Una barra de sección cuadrada de lado  $h$  y largo  $L$  se coloca entre dos paredes rígidas de manera que queda apoyada en ellas. Si la barra está libre de esfuerzos cuando la temperatura ambiental es  $T_0$  al aumentar la temperatura esta se dilata y se producen por tanto compresiones a lo largo de su eje. Suponiendo que se eleva la temperatura a un valor  $T > T_0$  y que la barra tiene un módulo de Young  $E$ , coeficiente de Poisson  $\nu$ , y coeficiente de dilatación volumétrica  $\alpha_v$ :

- Escriba las condiciones de borde que debe satisfacer este sistema suponiendo que las paredes no aplican esfuerzos tangenciales.
- Resuelva las ecuaciones de equilibrio suponiendo que la deformación es triaxial. Encuentre las deformaciones en la barra y el esfuerzo axial que se produce.
- Dado que la barra no puede rotar libremente producto de su geometría utilice la fórmula para *buckling* vistas anteriormente en este curso (ver capítulo sobre Resistencia) y encuentre una expresión para el cambio de temperatura crítico que hace doblarse a la barra.
- Una vía de tren hecha de acero, de lado  $h = 2.5$  cm y largo  $L = 2$  m está empotrada en la posición ya descrita y libre de esfuerzos cuando  $T_0 = 20^\circ$ . Utilizando los datos del material que se encuentran en tablas estime la temperatura a la cual la barra se pandea.

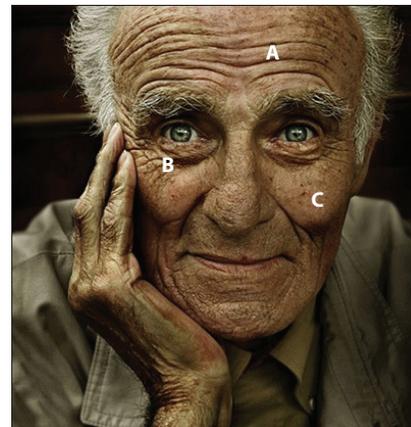
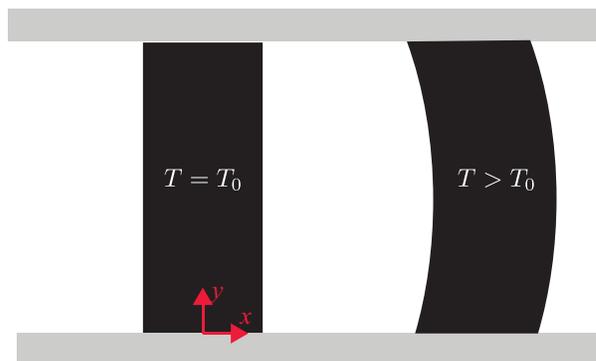


Figure 1: Problemas 1 y 2.

**2.- Cizalle & Wrinkling.** En la figura que se anexa se marca con A, B, C tres zonas de una cara. Suponiendo que la piel de la persona en la foto es muy delgada y por tanto de nula resistencia a la compresión encuentre

- Un posible diagrama de Mohr de cada zona compatible con lo que se observa.
- ¿En cuáles zonas podría no haber cizalles?

**3.- Diagrama de Mohr I** En el ala de un avión se observan se observan los esfuerzos  $\sigma_{xx} = -50$  MPa,  $\sigma_{yy} = 10$  MPa y  $\sigma_{xy} = -40$ MPa indicados en la Fig. 2. Usando el diagrama de Mohr

- Determine los esfuerzos en todas las caras de un elemento orientado a  $45^\circ$  del anterior.
- Los esfuerzos principales. Dibuje los esfuerzos en un elemento orientado apropiadamente respecto del primero (dé el ángulo).
- Los cizalles máximos. Dibuje los esfuerzos en un elemento orientado apropiadamente respecto del primero (dé el ángulo).

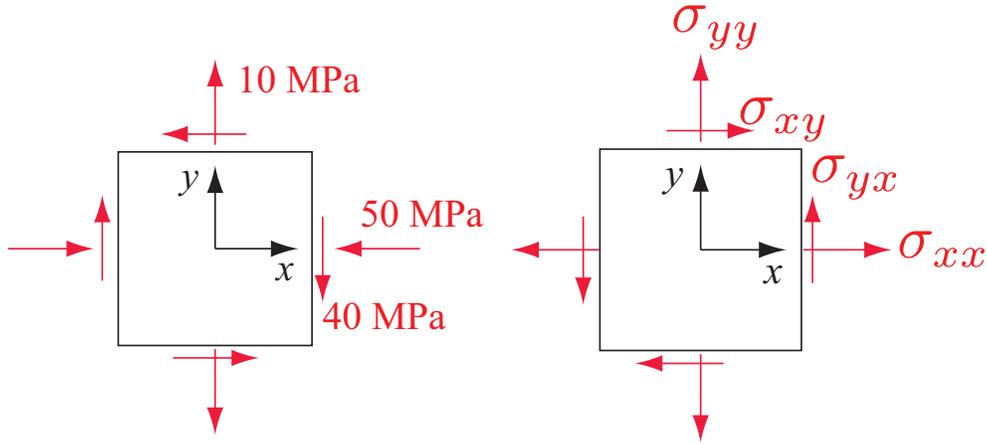


Figure 2: Problemas 3 y 4

**4.- Diagrama de Mohr II** En el ala de un avión se observan esfuerzos de tracción y cizalle tal como se muestra en la Fig. 2. A un ángulo de  $\theta = 32^\circ$  desde el eje horizontal la fuerza normal es 37 MPa en tracción mientras que a un ángulo  $\theta = 48^\circ$  desde la horizontal la fuerza normal es de 42 MPa en compresión. Si el esfuerzo  $\sigma_{xx} = 110$  MPa en tracción encuentre los esfuerzos  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{yx}$  y  $\sigma_{xy}$ .

Cuidado: No suponga que los cizalles son nulos en cada una de las orientaciones.

**5.- ¿Ruptura Frágil o Ruptura dúctil?** Las rocas a grandes profundidades se rupturan de una manera dúctil a pesar que su comportamiento en la superficie muestra una ruptura frágil. Para entender este fenómeno considere que la roca tiene una resistencia  $\sigma_F$  en tracción y una resistencia  $\sigma_c$  en cizalle. Obviamente  $\sigma_F \ll \sigma_c$  dado que en tracción sólo se observa la ruptura frágil.

a) Encuentre la tracción crítica para ruptura en presencia de una presión hidrostática  $P$ . Para la misma presión encuentre el valor del cizalle.

b) ¿Para qué presión el experimento de tracción mostrará una ruptura dúctil?

**6.- Cizalle: Aspectos geométricos.** Estudie la Fig. 58 de los apuntes en que se muestra la deformación por un cizalle puro  $\sigma_{xy}$  de un elemento de forma cuadrada de lado  $L$ . Utilizando las expresiones dadas en las notas encuentre:

a) El cambio en los lados del cuadrado después de la deformación.

b) El cambio de area del cuadrado después de la deformación.

c) Demuestre que el area y los lados cambian a orden  $\gamma^2$  donde  $\gamma = (1 + \nu)\sigma_{xy}/E$ .

d) Suponga que existe una tracción  $\sigma_{zz}$  aplicada abajo y arriba del elemento generando una deformación  $\epsilon \equiv \nu\sigma_{zz}/E$  (que se supone nula en los apuntes). Demuestre que al aplicar un cizalle el ángulo de deformación  $\phi$  viene dado por

$$\frac{1 - \tan \frac{\phi}{2}}{1 + \tan \frac{\phi}{2}} = \frac{1 - \gamma - \epsilon}{1 + \gamma - \epsilon}$$

y que por tanto al orden lineal la relación entre  $\gamma$  y  $\phi$  no se ve alterada por  $\sigma_{zz}$ .