Movimiento relativo

Tomando de referencia esta nota podrán resolver los ejercicios 14, 15 y 16 de la Guía 1.

Ya sea en una, dos o tres dimensiones, la principal idea del movimiento relativo es estudiar el movimiento de algún objeto (A) respecto a un sistema de referencia (S') que se mueve con velocidad $\mathbf{V}$ respecto a otro sistema de referencia (S). Ejemplos de esto pueden ser: la velocidad de una persona que camina (con velocidad v') sobre el vagón de un tren que se mueve a velocidad V respecto del andén. Para un observador parado en el andén, la persona tendrá velocidad $v = V + v'$, o sea la velocidad del tren mas la velocidad de la persona respecto al tren. Noten que tanto V como v' pueden ser positivas o negativas, es decir, tanto la persona como el tren pueden avanzar o retroceder. Noten también que lo hicimos en una dimensión.

Para dar la relación de manera general escribimos:

$$\boxed{\mathbf{V}_{AS} = \mathbf{V}_{AS'} + \mathbf{V}_{S'S}}$$

esto se lee: la velocidad de A respecto al sistema S resulta igual a la velocidad de A respecto al sistema S' más la velocidad del sistema S' respecto al sistema S. Como regla útil, se suele considerar al sistema S como el que se encuentra en reposo.

Ejemplo:

En un recital de *El Ruiseñor, el amor y la muerte*, un desaforado fanático lanza un petardo desde nivel del suelo con una velocidad inicial de 25m/s a 30° con respecto a la vertical. Cuando alcanza su altura máxima, el petardo estalla en muchos fragmentos lanzando una ráfaga de chispas. Dos de esos fragmentos viajan hacia delante inicialmente a 20m/s y ±53° con respecto a la horizontal; ambas cantidades se miden relativas al petardo original justo antes de que estalle. ¿Con qué ángulo con respecto a la horizontal se mueven inicialmente los dos fragmentos justo después del estallido, según las mediciones del fanático ubicado en el suelo?

Resolución: el dato clave es que nos dan las velocidades de los fragmentos en la altura máxima, donde la velocidad (respecto a *tierra*, t) es solo horizontal.

La velocidad de un fragmento (A) respecto a tierra puede escribirse como $\mathbf{V}_{At} = \mathbf{V}_{Ap} + \mathbf{V}_{pt}$, o sea, la velocidad del fragmento respecto al petardo (p) mas la velocidad del petardo respecto a tierra. Y una ecuación análoga para el otro fragmento (B).

Consideremos como $+\hat{x}$ la dirección en la que se mueve el petardo antes de la explosión e $+\hat{y}$ hacia arriba.

El fragmento A se mueve a 53° hacia arriba respecto a $+\hat{x}$ y el fragmento B 53° hacia abajo respecto a $+\hat{x}$. Antes de explotar, el petardo tiene aceleración $a_x = 0$ y $a_y = 9{,}8\mathrm{m/s}^2$.

Duarante todo el vuelo, la velocidad horizontal del petardo respecto a tierra es constante, por lo tanto $v_{pt,x} = 25m/s\ \cos(30) = 21{,}65m/s$. En el instante de la explosión, $v_{pt,y} = 0$.

Para el fragmento A, $v_{Ap,x} = 20m/s\ \cos(53) = 12m/s$ y $v_{ap,y} = 20m/s\ \sin(53) = 16m/s$.

Entonces, mirando la componente horizontal de la velocidad respecto a tierra podemos escribir que:

$v_{At,x} = v_{Ap,x} + v_{pt,x} = 12m/s + 21{,}65m/s = 33{,}7m/s$.

Análogamente,

$v_{At,y} = v_{Ap,y} + v_{pt,y} = 16m/s$.

Ya tenemos ambas componentes de la velocidad respecto al observador en tierra. Para encontrar la dirección que éste observador ve, simplemente tenemos que usar trigonometría:

$\tan\alpha = \frac{v_{At,y}}{v_{At,x}} = \frac{16}{33{,}7}$, de donde obtenemos que $\alpha = 25,4°$, o sea, el observador en tierra ve que el fragmento A sale a $25,4°$ sobre la horizontal (para el fragmento B obtendremos que sale a $25,4°$ por debajo de la horizontal).