Guia 3: Movimiento oscilatorio

Turno P. Balenzuela - Laboratorio Lunes - Dept. Física, FCEyN, UBA.

Mayo 2019

Todo sistema físico que se encuentra en equilibrio estable, oscila al ser apartado de su posición de equilibrio. En general, dichos sistemas oscilan además en forma armónica, siempre que la perturbación aplicada lo aparte levemente de su posición de equilibrio. En estas condiciones se puede definir una frecuencia de oscilación, que estará completamente determinada por los parámetros del sistema físico en consideración, y será independiente de las condiciones específicas en las que se pone a oscilar el sistema. Dentro del laboratorio verán ejemplos de movimientos con resortes y péndulos y también en circuitos eléctricos, pero las ecuaciones y sus soluciones se aplican a una infinidad de casos a lo largo de todas las ciencias naturales y sociales. Esta práctica tiene como objetivo estudiar experimentalmente las características fundamentales del movimiento oscilatorio armónico, tanto simple como amortiguado.

1 Parte A: Movimiento oscilatorio armónico simple / Determinación de la constante elástica de un resorte

1.1 Introducción:

El movimiento de tensión y compresión de un resorte muestra que la elongación del mismo aumenta proporcionalmente con la fuerza aplicada, dentro de ciertos límites. Esta observación se generaliza con la siguiente ecuación:

$$F = -k\Delta x \tag{1}$$

donde F es la fuerza aplicada, Δx el vector desplazamiento y k la constante elástica del resorte. El signo negativo indica que la fuerza del resorte es restitutiva u opuesta a la fuerza externa que lo deforma. Esta expresión se conoce con el nombre de ley de Hooke. Por otro lado, cuando el movimiento del resorte es armónico simple, la ecuación que lo describe está dada por:

$$\frac{d^2x}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \tag{2}$$

cuya solución más general es:

$$x(t) = acos(\omega_0 t + \phi) \tag{3}$$

siendo a la amplitud de oscilación o máxima elongación, ω_0 la frecuencia de oscilación, y ϕ la fase inicial. La frecuencia de oscilación tiene la siguiente forma:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M}} \tag{4}$$

con M como la masa total efectiva oscilante.

1.2 Actividades:

Se propone determinar las características de un resorte simple empleando para ello al menos tres métodos experimentales distintos: uno estático y dos dinámicos. Los protocolos experimentales sugeridos para implementar dichos métodos se describen a continuación.

1.2.1 Métodos estaticos

Hallar la posición de equilibrio de un sistema formado por un objeto que cuelga de un resorte, para diversas masas del objeto suspendido. A partir de la dependencia de dicha posición como función de la masa del cuerpo se pueden determinar las características del resorte (constante elástica y longitud en reposo) mediante un ajuste de los resultados. Elija un método para la medición de la variación en la posición (ej. Cinta métrica, sensor de posición, otro) y otro para la fuerza (balanza, sensor de fuerza).

i Represente gráficamente la fuerza aplicada, F, en función de la posición del resorte. ¿Qué relación encuentra entre estas magnitudes?

ii Utilizando la ley de Hooke que ha estudiado en su clase teórica, ¿qué representa la pendiente? ¿ y la ordenada al origen?

iii ¿Es el valor obtenido por ajuste de la ordenada al origen el esperado?

1.2.2 Método dinámico 1

Se suspende el sistema resorte-masa de un sensor de fuerzas [1]. Este registra una señal proporcional a la fuerza que necesita hacer el sensor para sostener el sistema suspendido desde su soporte. En estas condiciones se procede a ponerlo a oscilar en diversas condiciones para así registrar la lectura del sensor de fuerzas en función del tiempo. Si se cumple la condición de pequeñas oscilaciones, deberá registrarse una señal sinusoidal de frecuencia fija, sin importar cómo se ponga el sistema en movimiento.

i Estudie la dependencia de la frecuencia de oscilación con la masa.

ii Represente sus resultados en un gráfico. Analice gráficos tanto en escalas lineales como logarítmicas. ¿Qué relación encuentra entre ambas magnitudes? *Determine la constante elástica del resorte también por este método.*

[1] **Sensor de fuerza:** Este sensor trabaja sobre 2 rangos: 10N y 50N (de fuerza máxima), para elegir cúal usar deben estimar previamente el rango de medición en el que se trabajará. Es importante tener en cuenta que el rango elegido también determina la resolución de la conversión analógica/digital. El rango más grande permite medir fuerzas mayores, pero el rango pequeño permite ser más preciso en la medición.

iii Estudie experimentalmente la dependencia del período con la amplitud de oscilación. ¿Puede explicar sus resultados teóricamente? ¿Qué principios físicos están involucrados en su explicación?

iv Describa a partir de sus mediciones la ecuación de movimiento para el sistema estudiado. ¿Cuál es la ecuación de movimiento (ecuación diferencial) que corresponde a este movimiento?

v Describa las características de las fuerzas de roce involucradas en la experiencia (caso real).

1.2.3 Método dinámico 2

Se suspende el sistema resorte-masa de un sensor de fuerzas, al mismo tiempo que se mide la posición con el sensor de posición [2]. En estas condiciones se procede a ponerlo a oscilar registrando la lectura del sensor de fuerzas y de posición simultaneamente, en función del tiempo. Si se cumple la condición de pequeñas oscilaciones, deberá registrarse una señal sinusoidal de frecuencia fija en los dos sensores.

i Observe la fase de una oscilación respecto de la otra ¿Qué puede decir de ellas?

ii Represente sus resultados en un gráfico de Fuerza en función de la posición. ¿Qué relación encuentra entre ambas magnitudes? ¿Cuál es la teoría o ley que explica esta relación?

iii *Determine la constante elástica del resorte también por este método.*

iv En última instancia, se propone que compare ambos métodos de medición en lo que hace a la simplicidad del método y a la exactitud y precisión de los valores obtenidos para la constante elástica del resorte. ¿Cuál de los métodos utilizados recomendaría a alguien que desease medir la elasticidad de un material?

2 Parte B: Movimiento oscilatorio armónico amortiguado

2.1 Introducción

Dado que la viscosidad del fluido que rodea la masa oscilante es ahora mucho mayor que la del aire, esperamos que sus efectos disipativos sean también mayores. La intuición nos dice además que el movimiento oscilatorio se amortiguará más rápidamente que en el aire,

[2]**Sensor de posición:** Estos sensores utilizan un mecanismo de ultrasonido. Los sensores viejos del laboratorio tienen una limitación fuerte en el rango de medición ya que la mínima distancia era 60cm, lo que provoca no sólo incomodidades en el montaje si no que el cono en el detecta la presencia de objetos es muy grande. Esto está resuelto en los nuevos sensores que tienen el mismo sistema pero con una distancia mínima de 15cm. *Chequeen las especificaciones del sensor que vayan a usar.* Otra limitación es la frecuencia de adquisición, que no puede superar los 60Hz, incluyendo a todos los sensores que se adquieran en simultaneo con el de posición.

aunque desconocemos, a priori, de qué forma y a qué tasa. Es decir, no sabemos a priori si la amplitud de la oscilación decrecerá de forma lineal, cuadrática o logarítmicamente (por citar algunos ejemplos posibles) con el tiempo, ni cuánto tiempo tardará el movimiento en extinguirse. La forma en la que el movimiento se amortiguará depende de la dependencia funcional de la fuerza disipativa con las variables del problema. En el caso de un cuerpo que se mueve en el seno de un fluido viscoso sabemos que la fuerza de rozamiento es proporcional a la velocidad relativa del cuerpo en el medio de la siguiente forma:

$$F_R = -bv \tag{5}$$

donde F_R es la fuerza de fricción del fluido, v la velocidad y b es una constante que mide el grado de viscosidad del fluido.

Teniendo en cuenta las fuerzas actuantes, la ecuación de movimiento resulta:

$$\frac{d^2x}{dt} + \frac{b}{M}\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x \tag{6}$$

cuya solución depende de los valores de los distintos parámetros involucrados, y de la relación entre ellos. Se define la constante de amortiguamiento del fluido, γ [3], como:

$$\gamma = \frac{b}{2M} \tag{7}$$

En general, un movimiento oscilatorio amortiguado con una fuerza de este tipo admite, según estudiaron en sus clases teóricas, una clasificación en tres posibles casos: subamortiguado, amortiguado críticamente y sobreamortiguado, según los valores particulares que asuman los parámetros del problema considerado. Si $\gamma^2 < w_0^2$ nos encontramos en el caso de un oscilador subamortiguado; es decir, la fuerza elástica es más importante que la fricción, al menos en algún intervalo de tiempo. En este caso, la solución de la ecuación de movimiento es:

$$x(t) = ae^{-\gamma t}cos(\omega t + \phi) + x_0 \tag{8}$$

donde x_0 es la posición de equilibrio, a y ϕ son constantes a determinar, y ω es la frecuencia de oscilación del sistema, que puede expresarse como:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \tag{9}$$

Si medimos con el sensor de fuerza vinculado al resorte, podemos reescribir a la fuerza esperada en nuestras mediciones como dada teóricamente por la siguiente expresión (reemplazando (8) en (1)):

$$F(t) = -kae^{-bt}cos(\omega t + \phi) - kx_0 \tag{10}$$

es decir,

$$F(t) = Ae^{-bt}cos(\omega t + \phi) + F_0 \tag{11}$$

[3]¡OJO! En muchas referencias la notación de b y γ es distinta, y deberán volver a las ecuaciones de movimiento para interpretar correctamente los resultados.

2.2 Actividades:

En esta segunda parte se propone estudiar las oscilaciones amortiguadas del sistema masa-resorte empleado en la parte A, cuando éste es parcialmente sumergido en un fluido viscoso. Para ello, utilice el mismo resorte empleado en la Parte A, cuya constante elástica ya conoce, de no ser esto posible deberá volver a medir la constante elástica con el método que crea más conveniente (según precisión, exactitud y el tiempo que le lleva hacerlo). Adjunte una esfera de masa al resorte, y utilice un recipiente apropiado lleno con algún fluido viscoso (p.ej., agua con detergente) para sumergirla de modo tal que la masa quede totalmente inmersa pero no así el resorte. Con este montaje simple se propone llevar a cabo un estudio experimental del movimiento oscilatorio resultante.

Utilizando el método dinámico 1 de la parte A, tome registro del movimiento para una única masa. Determine entonces el coeficiente de amortiguamiento de 4 maneras distintas:

i Estudien si varía la frecuencia angular de este sistema respecto del sistema sin amortiguamiento ¿Varía dicha frecuencia? ¿Debería variar según fundamentos teóricos? Explique qué puede estar sucediendo. ¿Es útil este método para determinar el coeficiente de amortiguamiento?

ii Identifiquen los picos de la función trigonométrica, y grafiquelos por separado ¿A qué función debería corresponder según el modelo? ¿Se corresponde?

iii Transformen las variables y realicen siguiendo lo aprendido en la guía anterior. Obtengan el valor de γ correspondiente.

iv Obtengan el valor de γ a partir de la ecuación 2.1 ¿Cómo se compara con la anterior? ¿Qué puede decir de esta forma de estimar γ ?

Estudie la precisión, exactitud y ”utilidad” de cada uno de los métodos propuestos. Si se le ocurre otro, calcule también por ese método y compare.