Segundo parcial - 28/06/2019

Resuelva los ejercicios en hojas separadas; utilice $|g| = 10\frac{m}{s^2}$

Justifique todos sus razonamientos

1. (**3pts**) Un barco que recientemente fue bautizado "El Titán" y que se creía inhundible, sufre un desperfecto en alta mar al chocar contra un bloque de hielo y comienza a hundirse. Debido a la negligencia de los fabricantes, no alcanzan los botes salvavidas para todos los tripulantes. Una pareja que se encontraba allí no tiene otra opción más que saltar al agua helada. La mujer, que se llamaba Rosalía ($m_R = 60$kg), encuentra una puerta de madera que les puede servir a ella y a su amante, Jacobo ($m_J = 70$kg), para salvarse. La puerta está hecha de roble ($\rho = 660$kg/m^3), tiene un espesor de 10cm, un ancho de 80cm y un largo 2.5m.

   a) Muestre que si Rosalía y Jacobo deciden subirse a la puerta no podrán mantenerse a flote. Para ello, haga el diagrama de cuerpo libre correspondiente y plantee las ecuaciones de Newton.

   b) Si ahora Jacobo se sacrifica bajando de la puerta hacia las heladas aguas ¿qué ocurre, además de la inminente muerte de Jacobo? En caso de que Rosalía y la puerta floten, indique a qué altura sobre el agua quedará la puerta.

   c) Suponga ahora que Rosalía puede cambiar de puerta. ¿Cuánto tendría que ser el ancho mínimo para que ambos puedan mantenerse a flote?

2. (**3.5pts**) Un sistema de n moles de un gas ideal monoatómico ($\gamma \equiv c_p/c_V = 5/3$) se halla inicialmente en un estado caracterizado por p_1, V_1 y T_1. El gas es llevado a lo largo del siguiente proceso **cíclico** ($1 \to 2 \to 3 \to 1$) y reversible de tres etapas:

   $1 \to 2$: Expansión isotérmica hasta $V_2 = 2V_1$.

   $2 \to 3$: Proceso isocórico hasta $p_3 < p_2$.

   $3 \to 1$: Compresión adiabática hasta volver al estado inicial.

   a) Haga un diagrama p–V del proceso completo. Sin hacer cuentas, justifique claramente si el sistema está realizando y/o recibiendo trabajo, y si está entregando y/o absorbiendo calor al completar un ciclo.

   b) Calcule p, V y T para los puntos 2 y 3, en función de los valores iniciales (p_1, V_1 y T_1) y γ.

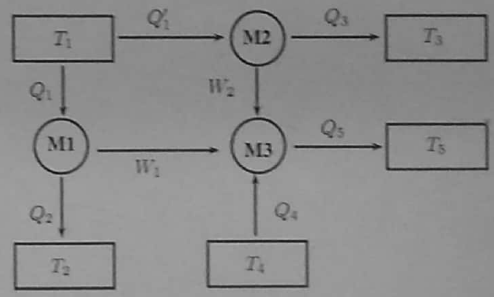
   c) Calcule ΔU, Q y W del ciclo en función de los datos iniciales y verifique lo hallado en el ítem *a*).

3. (**3.5pts**) En la figura se esquematiza la conexión entre dos máquinas térmicas (**M1**, **M2**) y un refrigerador (**M3**). Se cuenta con los siguientes datos para cada máquina:

   M1: es reversible, $W_1 = 1000$J, $|Q_1| = 1500$J y $T_1 = 750$K;

   M2: opera en el ciclo de Carnot reversible con una eficiencia de 1/3 y $|Q_3| = 200$J;

   M3: tiene un rendimiento igual a 2 y la temperatura del foco frío es $T_4 = 278$K.



   a) Calcule el calor que **M1** cede al foco frío y la temperatura T_2 del mismo.

   b) Considerando a **M2**, calcule la temperatura del foco frío T_3, luego el calor absorbido del foco caliente y (luego) el trabajo W_2 entregado.

   c) Para el refigerador, calcule el calor que absorbe del foco frío y el que entrega al foco caliente. Si esta máquina es irreversible, calcule una cota para la temperatura que puede tomar el foco caliente.

Fórmulas útiles: $P_1 + \rho g h_1 = P_2 + \rho g h_2$, $P_1 + \rho g h_1 + 1/2\rho v_1^2 = P_2 + \rho g h_2 + 1/2\rho v_2^2$, $P = \rho_{cuerpo}\, g\, V_{cuerpo}$; $\Delta U = Q - W$, $W_{rev} = \int p\,dV$, $\eta = \frac{beneficio}{costo}$

A

①

$m_R = 60\,Kg$

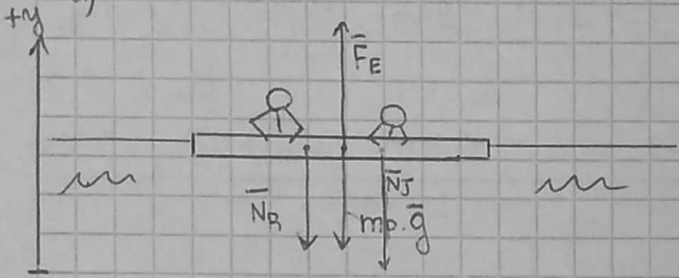
$m_J = 70\,Kg$

$\rho_P = 660\,Kg/m^3$, espesor de 10cm, ancho de 80cm y largo de 2,5m.

$$\Downarrow$$

$$V_P = 0{,}1m \times 0{,}8m \times 2{,}5m = 0{,}2\,m^3$$

a)

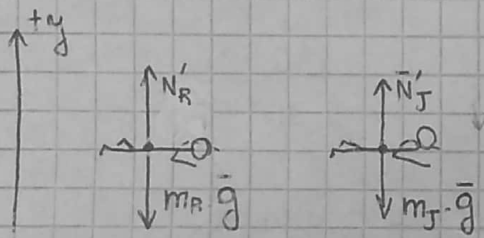


$$\hat{y})\ F_E - N_R - N_J - m_P.g = 0$$

(porque la puerta no está en movimiento)

$$F_E = m_P.g + N_R + N_J$$

$$\rho_{H_2O} \cdot \underset{\text{volumen sumergido de la puerta}}{V_{PS}} \cdot g = \rho_P \cdot V_P . g + m_R g + m_J g$$



$$\rho_{H_2O} \cdot V_{PS} \cdot \cancel{g} = \cancel{g} \cdot (\rho_P . V_P + m_R + m_J)$$

$$1.10^3 \frac{Kg}{m^3} . V_{PS} = 660 \frac{Kg}{m^3} . 0{,}2m^3 + 60Kg + 70Kg$$

$$V_{PS} = \frac{262\,Kg}{10^3\,Kg/m^3} = 0{,}262\,m^3$$

R) $\hat{y})\ N'_R - m_R\,g = 0$

$N'_R = m_R\,g$

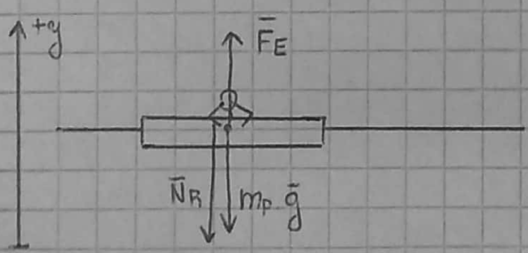
J) $\hat{y})\ N'_J - m_J\,g = 0$

$N'_J = m_J . g$

$[N'_R = N_R]$ $[N'_J = N_J]$ porque son pares de acción y reacción

El volumen sumergido de la puerta tiene que ser mayor al volumen total de la puerta, ~~lo que~~ para que esta pueda sostener ambos cuerpos, lo que es imposible.

b) Si Jacobo se sacrifica...



$$\hat{y})\ F_E - N_R - m_P.g = 0$$

$$F_E = N_R + m_P\,g$$

$$\rho_{H_2O} \cdot V_{PS} . \cancel{g} = \cancel{g} \cdot (\rho_P . V_P + m_R)$$

$$V_{PS} = \frac{660\,Kg/m^3 . 0{,}2m^3 + 60Kg}{10^3\,Kg/m^3}$$

$$[V_{PS} = 0{,}192\,m^3] < \underset{\text{volumen total de la puerta}}{V_P}$$

La puerta puede mantenerse a flote (con Rosalía en ella)

volumen de la puerta no sumergido $V_{PNS} = V_P - V_{PS}$

$$V_{PNS} = 0{,}2m^3 - 0{,}192m^3 = \underline{8.10^{-3}m^3}$$

$$V_{PNS} = \text{espesor} \times \underset{\text{ancho}}{0{,}8m} \times \underset{\text{largo}}{2{,}5m}$$

$$\text{espesor no sumergido} = \frac{8.10^{-3}\,m^3}{0{,}8\,m . 2{,}5m} = \underline{4.10^{-3}m = 4mm}$$

altura sobre el agua en la que queda la puerta

c) ancho mínimo para que ambos puedan mantenerse a flote.

Reescribimos la ecuación planteada en a cambiando los volúmenes.

$\hat{y}$) $F_E = m_P\, g + N_B + N_J$

$\rho_{H_2O} \cdot V_{PS} \cdot \cancel{g} = \cancel{g}\left(\rho_P \cdot V_P + m_B + m_J\right)$

$$\underbrace{V_P > V_{PS}}_{\text{Pedimos esto}} = \frac{660\,Kg/m^3 \cdot V_P + 60\,Kg + 70\,Kg}{1 \cdot 10^3\,Kg/m^3}$$

$$\underbrace{2{,}5\,m \cdot 0{,}1\,m \cdot a_{min}}_{\text{ancho min.}} > \frac{660\,Kg/m^3 \cdot 2{,}5\,m \cdot 0{,}1\,m \cdot a_{min} + 60\,Kg + 70\,Kg}{1 \cdot 10^3\,Kg/m^3}$$

$$'' > \frac{165\,\cancel{Kg}/m \cdot a_{min}}{1 \cdot 10^3\,\cancel{Kg}/m^3} + \frac{130\,\cancel{Kg}}{1 \cdot 10^3\,\cancel{Kg}/m^3}$$

$$-\,0{,}13\,m^3 > a_{min} \cdot \left(0{,}165\,m^2 - 0{,}25\,m^2\right)$$

$$\frac{\cancel{-}\,0{,}13\,m^3}{\cancel{-}\,0{,}085\,m^2} < a_{min}$$

$$\boxed{a_{min} > 1{,}53\,m = 153\,cm}$$

Rta: Para que ambos puedan mantenerse a flote, el ancho de la puerta tendrá que ser ~~como mínimo~~ mayor a 153 cm (manteniendo las demás características de largo y espesor).

Scanned by CamScanner

28/06

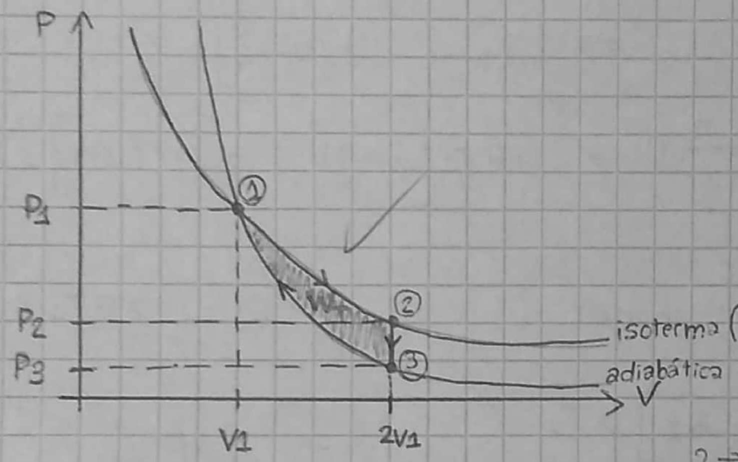
②

n moles de GI monoatómico $\left(\gamma \equiv \frac{C_P}{C_V} = \frac{5}{3}\right)$

inicialmente: P_1, V_1 y T_1

proceso cíclico y reversible

a) Diagrama p - V



Al completar un ciclo, el sistema está realizando trabajo, como puede observarse en el área marcada con ● y de acuerdo al sentido del ciclo. ~~tipo~~
Como es un ciclo, su energía interna (la del gas) no varía y con ello, el trabajo total es igual al calor neto adquirido/liberado. En este caso, entonces, en todo el ciclo, el sistema adquiere calor.
En el tramo $1 \to 2$, se expande (hace un trabajo) y toma calor. En el tramo $2 \to 3$, se enfría (pierde calor) y no hace ningún trabajo y en $3 \to 1$ le hacen un trabajo y no absorbe ni libera Q.

$$⊛\ Q_T = W_T = nT_1R\left(\ln(2) + \tfrac{3}{2}\left(2^{1-\gamma} - 1\right)\right)$$

$Q_T > 0 \implies$ se confirma lo planteado en ②

b) p, V, T

$\Delta U_T = 0$

$W_T = nT_1\left(R\ln(2) + \underset{\frac{3}{2}R}{C_V}\left(2^{1-\gamma} - 1\right)\right)$

$W_T = \underbrace{nT_1R}_{>0}\underbrace{\left(\ln(2) + \tfrac{3}{2}\left(2^{1-\gamma} - 1\right)\right)}_{\approx 0{,}14}$ ⊛

$\Rightarrow W_T > 0$

$\Downarrow$

Se confirma lo planteado en ②

	1	→	2	→	3	→	1
	P_1	$\Delta U = 0$	$\frac{1}{2}P_1$	$\Delta U = nc_VT_1(2^{1-\gamma}-1)$	$2^{-\gamma} \cdot P_1$	$\Delta U = nc_VT_1(1-2^{1-\gamma})$	P_1
	T_1	$W = nRT_1\ln(2)$	T_1	$W = 0$	$2^{1-\gamma} \cdot T_1$	$W = nc_VT_1(2^{1-\gamma}-1)$	T_1
	V_1	$Q = nRT_1 \cdot \ln(2)$	$2V_1$	$Q = nc_VT_1(2^{1-\gamma}-1)$	$2V_1$	$Q = 0$	V_1

2) $P_2 = \dfrac{nRT_1}{2V_1} = \dfrac{1}{2}P_1$

$\longrightarrow P_1 = \dfrac{nRT_1}{V_1}$

3) $T_3 \cdot V_3^{\gamma-1} = T_1 \cdot V_1^{\gamma-1}$ relación por proceso adiabático

$T_3 \cdot (2V_1)^{\gamma-1} = T_1 \cdot V_1^{\gamma-1}$

$T_3 = T_1\left(\dfrac{V_1}{2V_1}\right)^{\gamma-1} = T_1 \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^{2/3} = \dfrac{T_1}{\sqrt[3]{4}}$

$P_3 = \dfrac{nRT_3}{V_3} = \dfrac{nR \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \cdot T_1}{2V_1} = \dfrac{nRT_1}{V_1} \cdot \dfrac{2^{-2/3}}{2} = P_1 \cdot 2^{-5/3}$ ($-5/3 = -\gamma$)

Scanned by CamScanner

c) $\Delta U_T = 0$ porque es un ciclo (Se verifica según: $\Delta U_T = \underbrace{\Delta U_{1\to2}}_{0} + \underbrace{\Delta U_{2\to3} + \Delta U_{3\to1}}$)

Se cumple que: $\Delta U_{2\to3} = -\Delta U_{3\to1}$

$0 = \Delta U_T = Q_N - W_T \Rightarrow \left[Q_N = W_T\right]$

$\boxed{1 \to 2}$

$\Delta U_{1\to2} = 0$ porque la temperatura se mantiene constante y en un GI, la energía interna sólo depende de la temperatura. Al no haber cambios en ella, tampoco hay variación de la energía interna.

$0 = \Delta U_{1\to2} = Q_{1\to2} - W_{1\to2} \Rightarrow \left[Q_{1\to2} = W_{1\to2}\right]$

$$W_{1\to2} = \int_1^2 P\,.dV \underset{\uparrow}{=} \int_1^2 \frac{n.R.T_1}{V}\,dV = nRT_1\left[\ln(V_2) - \ln(V_1)\right] = nRT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = nRT_1 \ln\left(\frac{2V_1}{V_1}\right)$$

por ser un proceso reversible y estar trabajando con un GI.

$\left[W_{1\to2} = nRT_1 \ln(2) = Q_{1\to2}\right] > 0$

$\boxed{2 \to 3}$

$W_{2\to3} = 0$ porque es un proceso isocórico $\Rightarrow$ no hay variación en el volumen.
(y la expansión/compresión es el único trabajo que estamos teniendo en consideración)

$\Delta U_{2\to3} = Q_{2\to3}$

$$\Delta U_{2\to3} \underset{\uparrow}{=} nC_v.\Delta T = nC_v.\left(2^{1-\gamma}.T_1 - T_1\right) = \overbrace{n\underbrace{C_v}_{=3/2R}T_1}^{>0}\overbrace{\left(2^{1-\gamma} - 1\right)}^{<0}$$

$2^{1-\gamma} \approx 0,63$

por ser un GI

$C_v = 3/2R$ para un GI monoatómico

$\Delta U_{2\to3} = Q_{2\to3} < 0$

$\boxed{3 \to 1}$

$Q_{3\to1} = 0$ porque es un proceso adiabático.

$\Delta U_{3\to1} = -W_{3\to1}$

$$\Delta U_{3\to1} \underset{\uparrow}{=} nC_v\,\Delta T = nC_v\left(T_1 - 2^{1-\gamma}T_1\right) = \overbrace{nC_vT_1}^{>0}\overbrace{\left(1 - 2^{1-\gamma}\right)}^{>0}$$

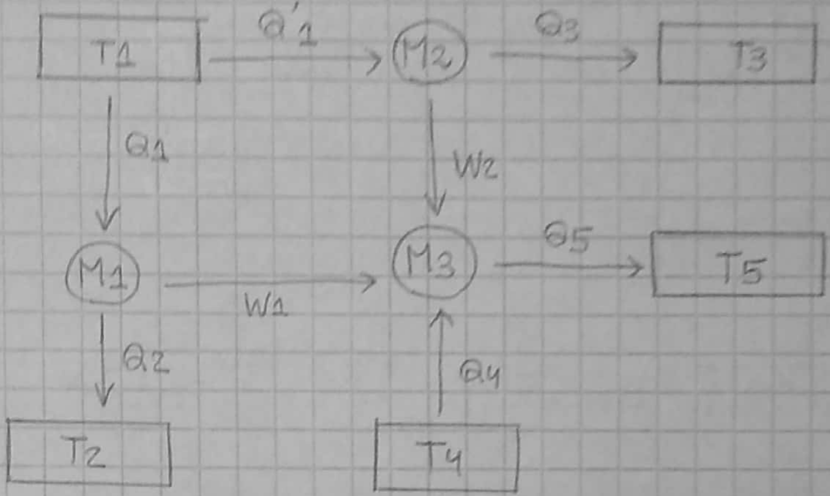
$2^{1-\gamma} \approx 0,63$

GI

$\Delta U_{3\to1} > 0$

$W_{3\to} < 0$ (le hacen un trabajo)

(3)



(M1) reversible
$W_1 = 1000J$
$|Q_1| = 1500J$
$T_1 = 750K$

(M2) ciclo de carnot reversible
$\eta = 1/3$
$|Q_3| = 200J$

(M3) $\eta = 2$
$T_4 = 278K$ (T del Foco Frío)

a) $\underbrace{\text{calor que } M_1 \text{ le cede al Foco Frío}}_{Q_2}$ y la T_2 del mismo

(M1) → Funciona en ciclo $\Longrightarrow \Delta U = 0$ ✓

$0 = \Delta U = Q_N - W_S \Longrightarrow Q_N = W_S$ ✓

$|Q_1| - |Q_2| = W_1$ ✓

$1500J - |Q_2| = 1000J$

$\boxed{|Q_2| = 500J}$ OK

como Q_2 está siendo liberado por M_1:

$\boxed{Q_2 = -500J}$ ✓

(M1) → es reversible $\Longrightarrow \sum_{i=1}^{4} \frac{Q_i}{T_i} = 0$ (desigualdad de Clausius) Bien

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

$Q_1 > 0$ porque M_1 lo adquiere (convención de signos)

$$\frac{1500J}{750K} - \frac{500J}{T_2} = 0 \Longrightarrow T_2 = 500\cancel{J} \cdot \frac{750K}{1500\cancel{J}} = 250K$$

$\boxed{T_2 = 250K}$ ✓

b) Temperatura del Foco Frío (T_3), calor absorvido del Foco caliente (Q'_1). Luego W_2.

⊛ $\frac{1}{3} = \eta = \frac{W_2}{Q'_1}$?? → aun no lo conozco

Ciclo de Carnot:

$$\eta = 1 - \frac{T_{frio}}{T_{cal}}$$

NOTA

$(M_2) \rightarrow$ trabaja en un ciclo $\Rightarrow \Delta U = 0$

$$0 = \Delta U = Q_N - W_2 \Rightarrow Q_N = W_2$$

$$|Q'_1| - |Q_3| = W_2 \checkmark$$

$$1/3 = \eta = \frac{W_2^{>0}}{Q'_{1\,>0}} = \frac{|Q'_1| - |Q_3|}{|Q'_1|} = 1 - \frac{|Q_3|}{|Q'_1|}$$

$$\frac{1}{3} = 1 - \frac{200\,J}{|Q'_1|}$$

$$|Q'_1| = 300\,J \checkmark \xrightarrow[\text{es adquirido por } M_2]{\text{como } Q'_1} \boxed{Q'_1 = 300\,J} \text{ OK}$$

$(M_2) \rightarrow$ es reversible $\Rightarrow \sum_{i=1} \frac{Q_i}{T_i} = 0$ (desigualdad de clausius)

$$\frac{Q'_1}{T_1} + \frac{Q_3}{T_3} = 0 \quad \text{Bien}$$

$$\frac{300\,J}{750\,K} - \frac{200\,J}{T_3} = 0 \Rightarrow \boxed{T_3 = 500\,K} \checkmark$$

Q_3 es liberado, por eso es < 0 ✓

Ahora sí puedo calcular W_2 como está planteado en ⊛

$$1/3 = \eta = \frac{W_2}{Q'_1} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{W_2}{300\,J}$$

$$\boxed{W_2 = 100\,J} \checkmark$$

c) Calor que absorbe del Foco Frío (Q_4) y el que le entrega al Foco caliente (Q_5).
Si M_3 es reversible, calcular una cota para la T que puede tomar el foco caliente (T_5).

$(M_3) \rightarrow$ es un ciclo $\Rightarrow \Delta U = 0$

$$0 = \Delta U = Q_N - W_T \Rightarrow Q_N = W_T$$

$$\underbrace{|Q_4|}_{\text{calor tomado}} - \underbrace{|Q_5|}_{\text{calor liberado}} = \underbrace{-|W_2| - |W_1|}$$

porque a M_3 le hacen un trabajo. Bien!

$$2 = \eta = \frac{|Q_4|}{W_2 + W_1}$$

(W_2 y $W_1 > 0$)

$$|Q_5| > |Q_4| \Leftarrow W_T < 0$$

$$2 = \frac{|Q_4|}{100\,J + 1000\,J} \Rightarrow |Q_4| = 2200\,J \checkmark$$

$\boxed{Q_4 = 2200\,J}$ porque Q_4 es absorvido

$$2200\,J - |Q_5| = -100\,J - 1000\,J$$

porque Q_5 es liberado $\boxed{Q_5 = -3300\,J} \checkmark$

$$|Q_5| = 3300\,J \quad \text{OK}$$

$M_3 \longrightarrow$ irreversible $\Rightarrow \sum_{i=1} \frac{Q_i}{T_i} < 0$ ✓

$$\frac{Q_4}{T_4} + \frac{Q_5}{T_5} < 0$$ Bien

$$\frac{2200\,J}{278\,K} - \frac{3300\,J}{T_5} < 0$$

$$3300\,J > \frac{2200\,J}{278\,K} \cdot T_5$$

$$T_5 < 3300\,\cancel{J} \cdot \frac{278\,K}{2200\,\cancel{J}}$$

$$\boxed{T_5 < 417\,K}$$ ✓

NOTA