

# Mecánica y Termodinámica (ByG) - 2do Cuat 2018 - Cátedra Amador

## Resolución del Segundo Parcial (21/11/18)

### Problema 1 - Resolución

(a) Como la sección del tanque es mucho mayor que la de los caños, por conservación del caudal tenemos que en la superficie la velocidad es nula. Por otro lado, el caudal y la sección que se dan como dato permiten calcular las velocidades tanto en A como en B:

$$v_A = 1\text{m/s}$$

$$v_B = 2,5\text{m/s}$$

Esto permite vincular la superficie del tanque con el punto A usando Bernoulli:

$$p_A = p_{atm} + \rho_{agua}gH - \frac{\rho_{agua}v_A^2}{2} = 140\,800\text{ Pa} = 1.4 \times 10^5\text{ Pa}$$

(b) El procedimiento es igual que en el ítem anterior. Se puede usar Bernoulli entre A y B o entre la superficie del tanque y B. El resultado es

$$p_B = 128\,175\text{ Pa} = 1.28 \times 10^5\text{ Pa}$$

(c) Llamando  $h_A$  y  $h_B$  a las columnas de agua (ver figura 2), se tiene que  $h_A + d = h_B + h$ . Planteando que  $p_C = p_{C'}$  se llega a que

$$h = \frac{p_A - p_B - \rho_{agua}gd}{(\rho_{merc} - \rho_{agua})g} = 0.0208\text{ m}$$

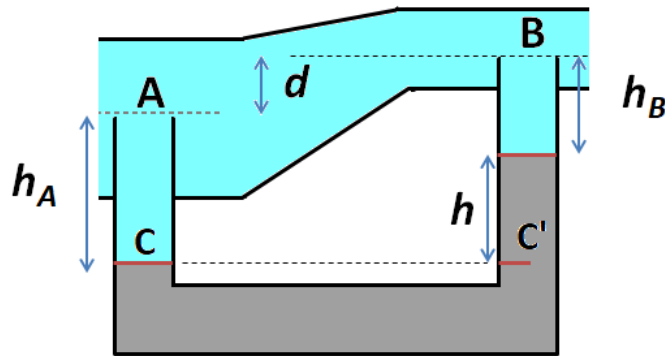


Figura 1

**Mecánica y Termodinámica (ByG) - 2do Cuat 2018 - Cátedra Amador**  
**Resolución del Segundo Parcial (21/11/18)**

**Problema 2 - Resolución**

(a) Si suponemos que la temperatura de equilibrio del sistema ( $T_f$ ) se encuentra en el rango  $0^\circ\text{C} < T_f < 100^\circ\text{C}$ , los calores absorbidos por cada una de las especies hasta llegar a la temperatura de equilibrio resultan:

$$Q_{\text{agua}} = m_{\text{agua}}c_{p,\text{agua}}(T_f - T_{i,\text{agua}}) = 100 \text{ g} \cdot 1 \text{ cal}/(\text{g} \cdot ^\circ\text{C})(T_f - 25^\circ\text{C}) \quad (1)$$

$$Q_{\text{hielo}} = m_{\text{hielo}}c_{p,\text{hielo}}(0^\circ\text{C} - T_{i,\text{hielo}}) + m_{\text{hielo}}L_f + m_{\text{hielo}}c_{p,\text{agua}}(T_f - 0^\circ\text{C}) \quad (2)$$

$$= 25 \text{ g} \cdot 0.5 \text{ cal}/(\text{g} \cdot ^\circ\text{C}) \cdot (0^\circ\text{C} - (-20^\circ\text{C})) + 25 \text{ g} \cdot 80 \text{ cal/g} + 25 \text{ g} \cdot 1 \text{ cal}/(\text{g} \cdot ^\circ\text{C}) \cdot (T_f - 0^\circ\text{C}) \quad (3)$$

$$Q_{\text{calorimetro}} = m_{\text{cal}}c_{p,\text{cal}}(T_f - T_{i,\text{cal}}) = 250 \text{ g} \cdot 0.2 \text{ cal}/(\text{g} \cdot ^\circ\text{C}) \cdot (T_f - 30^\circ\text{C}) . \quad (4)$$

Dado que todos los componentes del sistema se encuentran en el interior de un calorímetro perfecto que no intercambia calor con el medio circundante, la suma de los calores absorbidos por ellos es igual a cero, es decir,

$$\sum_i Q_i = Q_{\text{agua}} + Q_{\text{hielo}} + Q_{\text{calorimetro}} = 0 . \quad (5)$$

Sumando las expresiones anteriores y agrupando los términos lineales en la incógnita, que en este caso es  $T_f$ , obtenemos:

$$175T_f - 1750^\circ\text{C} = 0 \Rightarrow T_f = 10^\circ\text{C} . \quad (6)$$

De esta manera vemos que la temperatura de equilibrio del sistema es de  $10^\circ\text{C}$ , la cual se encuentra coherentemente en el rango supuesto al inicio ( $0^\circ\text{C} < T_f < 100^\circ\text{C}$ ).

(b) En el estado final del ítem a) el hielo está completamente derretido por lo cual hay 125 g de agua en el interior del calorímetro. Cuando este sistema (agua+calorímetro) se encuentra en equilibrio a  $15^\circ\text{C}$ , se introduce una muestra de 250 g de plata. Una vez que el sistema llega nuevamente al equilibrio, la temperatura del calorímetro, el agua y la muestra de plata es de  $18^\circ\text{C}$ .

Calculamos los calores absorbidos individualmente por cada especie al cambiar su temperatura:

$$Q_{\text{agua}} = m_{\text{agua}}c_{p,\text{agua}}(T_f - T_{i,\text{agua}}) = 120 \text{ g} \cdot 1 \text{ cal}/(\text{g} \cdot ^\circ\text{C}) \cdot (18^\circ\text{C} - 15^\circ\text{C}) \quad (7)$$

$$Q_{\text{calorimetro}} = m_{\text{cal}}c_{p,\text{cal}}(T_f - T_{i,\text{cal}}) = 250 \text{ g} \cdot 0.2 \text{ cal}/(\text{g} \cdot ^\circ\text{C}) \cdot (18^\circ\text{C} - 15^\circ\text{C}) \quad (8)$$

$$Q_{\text{plata}} = m_{\text{plata}}c_{p,\text{plata}}(T_f - T_{i,\text{plata}}) = 250 \text{ g} \cdot c_{p,\text{plata}} \cdot (18^\circ\text{C} - 53^\circ\text{C}) . \quad (9)$$

En este caso, la incógnita es  $c_{p,\text{plata}}$ . Una vez más planteamos que la suma de los calores absorbidos es nula pues el recipiente es un calorímetro perfecto,

$$\sum_i Q_i = Q_{\text{agua}} + Q_{\text{plata}} + Q_{\text{calorimetro}} = 0 . \quad (10)$$

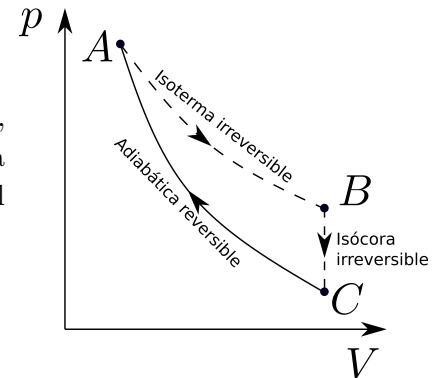
De esta manera, de la expresión anterior despejamos el calor específico de la muestra de plata, que resulta  $c_{p,\text{plata}} = 0.06 \text{ cal}/(\text{g} \cdot ^\circ\text{C})$ .

**Mecánica y Termodinámica (ByG) - 2do Cuat 2018 - Cátedra Amador**  
**Resolución del Segundo Parcial (21/11/18)**

**Problema 3 - Resolución**

(a) Los dos primeros procesos,  $A \rightarrow B$  (isoterma) y  $B \rightarrow C$  (isócora), son irreversibles. El primero, porque es una expansión incontrolada, contra presión externa. El segundo, porque el gas se enfría incontroladamente al ponerlo en contacto con una fuente fría.

El tercer proceso,  $C \rightarrow A$ , es un proceso adiabático reversible.



(b) A lo largo del ejercicio, tenemos  $n = 1$  mol. Además,  $R = 0.082 \text{ atm} \cdot \text{L}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ .

En el estado  $A$ , tenemos  $T_A = 300 \text{ K}$  y  $P_A = 6 \text{ atm}$ . Por lo tanto,  $V_A = \frac{nRT_A}{P_A} = 4.1 \text{ L}$ .

En el estado  $B$ ,  $T_B = 300 \text{ K}$ , dado que el gas se expandió en contacto con una fuente térmica a esa temperatura. Como la expansión finalizó al alcanzar el equilibrio con la presión externa de  $3 \text{ atm}$ , tenemos  $p_B = 3 \text{ atm}$ . Por lo tanto,  $V_B = \frac{nRT_B}{p_B} = 8.2 \text{ L}$ .

Por último, en el estado  $C$ , el gas entró en equilibrio con la fuente a  $189 \text{ K} = T_C$ . Como  $V_C = V_B$ , entonces  $p_C = \frac{nRT_C}{V_C} = 1.89 \text{ atm}$ .

A	→	B	→	C	→	A
$p_A = 6 \text{ atm}$		$p_B = 3 \text{ atm}$		$p_C = 1.89 \text{ atm}$		$p_A = 6 \text{ atm}$
$V_A = 4.1 \text{ L}$		$V_B = 8.2 \text{ L}$		$V_C = 8.2 \text{ L}$		$V_A = 4.1 \text{ L}$
$T_A = 300 \text{ K}$		$T_B = 300 \text{ K}$		$T_C = 189 \text{ K}$		$T_A = 300 \text{ K}$

(c) El proceso de  $A$  a  $B$  se hace contra una presión externa constante, de  $3 \text{ atm}$ . Entonces,  $W_{A \rightarrow B} = p_{ext} \Delta V = p_{ext} (V_B - V_A) = 12.3 \text{ atm} \cdot \text{L}$ . Además, como el proceso es isotérmico,  $\Delta U_{A \rightarrow B} = 0$ , por tratarse de un gas ideal. Entonces, por la Primera Ley,  $Q_{A \rightarrow B} = \Delta U_{A \rightarrow B} + W_{A \rightarrow B} = W_{A \rightarrow B} = 12.3 \text{ atm} \cdot \text{L}$

Luego, el proceso  $B \rightarrow C$  es a volumen constante, por lo que  $W_{B \rightarrow C} = 0$ . De esta forma,  $\Delta U_{B \rightarrow C} = mc_V \Delta T = mc_V (T_C - T_B) = -13.653 \text{ atm} \cdot \text{L}$ . Además,  $Q_{B \rightarrow C} = \Delta U_{B \rightarrow C} = -13.653 \text{ atm} \cdot \text{L}$ .

Por último, el proceso  $C \rightarrow A$  es adiabático reversible. Entonces,  $Q_{C \rightarrow A} = 0$ , por lo que  $\Delta U_{C \rightarrow A} = -W_{C \rightarrow A}$ . Luego, basta con calcular cualquiera de los dos. Como conocemos  $T_A$  y  $T_C$ , podemos calcular fácilmente  $\Delta U_{C \rightarrow A} = nc_V (T_A - T_C) = 13.653 \text{ atm} \cdot \text{L}$ .

Si, por otra parte, decidimos calcular  $W_{C \rightarrow A}$ , usamos que el proceso es adiabático reversible. Entonces,  $W_{C \rightarrow A} = \int_C^A p dV = \int_C^A p_{gas} dV = \int_C^A \frac{p_C V_C^\gamma}{V^\gamma} dV$ , pues  $PV^\gamma = cte = P_C V_C^\gamma$ . Entonces,  $W_{C \rightarrow A} = \int_C^A \frac{p_C V_C^\gamma}{V^\gamma} dV = p_C V_C^\gamma \cdot \frac{1}{-\gamma+1} (V_A^{-\gamma+1} - V_C^{-\gamma+1})$ . Luego de un poco de álgebra, y utilizando  $P_C V_C^\gamma = P_A V_A^\gamma$ , se obtiene  $W_{C \rightarrow A} = \frac{1}{-\gamma+1} (V_A P_A - V_C P_C)$ . Realizando el cálculo obtenemos, como era esperable,  $W_{C \rightarrow A} = -\Delta U_{C \rightarrow A} = -13.653 \text{ atm} \cdot \text{L}$ .

Si sumamos la variación de energía interna en cada uno de los procesos, obtenemos que a lo largo de un ciclo,  $\Delta U = \Delta U_{A \rightarrow B} + \Delta U_{B \rightarrow C} + \Delta U_{C \rightarrow A} = 0 \text{ atm} \cdot \text{L}$ , resultado esperable dado que la energía interna es una función de estado (es decir, sólo depende del estado en el que se encuentra el sistema). Por su parte,  $W = W_{A \rightarrow B} + W_{B \rightarrow C} + W_{C \rightarrow A} = -1.353 \text{ atm} \cdot \text{L}$  y  $Q = Q_{A \rightarrow B} + Q_{B \rightarrow C} + Q_{C \rightarrow A} = W = -1.353 \text{ atm} \cdot \text{L}$

A	→	B	→	C	→	A
$P_A = 6 \text{ atm}$	$\Delta U_{A \rightarrow B} = 0 \text{ atm} \cdot \text{L}$	$P_B = 3 \text{ atm}$	$\Delta U_{B \rightarrow C} = -13.653 \text{ atm} \cdot \text{L}$	$P_C = 1.89 \text{ atm}$	$\Delta U_{C \rightarrow A} = 13.653 \text{ atm} \cdot \text{L}$	$P_A = 6 \text{ atm}$
$V_A = 4.1 \text{ L}$	$Q_{A \rightarrow B} = 12.3 \text{ atm} \cdot \text{L}$	$V_B = 8.2 \text{ L}$	$Q_{B \rightarrow C} = -13.653 \text{ atm} \cdot \text{L}$	$V_C = 8.2 \text{ L}$	$Q_{C \rightarrow A} = 0 \text{ atm} \cdot \text{L}$	$V_A = 4.1 \text{ L}$
$T_A = 300 \text{ K}$	$W_{A \rightarrow B} = 12.3 \text{ atm} \cdot \text{L}$	$T_B = 300 \text{ K}$	$W_{B \rightarrow C} = 0 \text{ atm} \cdot \text{L}$	$T_C = 189 \text{ K}$	$W_{C \rightarrow A} = -13.653 \text{ atm} \cdot \text{L}$	$T_A = 300 \text{ K}$

(d) **Extra.** Los puntos  $A$  y  $B$  de finalización serán los mismos. Como el proceso es isotérmico y reversible,  $\Delta U_{A \rightarrow B} = 0 \text{ atm} \cdot \text{L}$ . Por su parte,  $W_{A \rightarrow B} = \int_A^B p dV = \int_A^B p_{gas} dV = \int_A^B \frac{nRT_A}{V} dV = nRT_A \ln \left( \frac{V_B}{V_A} \right) = 17.051 \text{ atm} \cdot \text{L}$ , mientras que  $Q_{A \rightarrow B} = W_{A \rightarrow B}$ . De esta forma,  $W = 3.398 \text{ atm} \cdot \text{L}$ .