

Guía 12: Primera Ley y ciclos termodinámicos

- ① Se tienen n moles de un gas que se expanden adiabáticamente desde un estado inicial (2 atm, 1 L, 300 K) hasta un estado final (P_f , V_f , T_f).
- (a) Si el gas es ideal ($C_V = 5/2R$) y en el estado final se fija la presión $P_f = 1$ atm, halle V_f y T_f en los siguientes casos:
- I la evolución es reversible.
 - II la evolución es irreversible y se expande contra presión externa $P_{ext} = 1$ atm.
 - III la evolución es irreversible y se expande contra presión externa $P_{ext} = 0.5$ atm.
 - IV la evolución es irreversible y se expande contra presión externa $P_{ext} = 0$ atm.
- (b) Si el gas es ideal y en el estado final se fija el volumen $V_f = 2$ L, halle P_f y T_f en los cuatro casos planteados en el ítem (a).
- (c) Halle la variación de energía interna del gas en cada evolución.
- ② Un mol de gas ideal ($C_v = 3/2R$) realiza el siguiente ciclo:
- AB)** Se expande contra una presión exterior constante, en contacto térmico con una fuente de calor a 300K, desde $V_A = 10$ lts hasta el volumen de equilibrio con la presión externa, $V_B = 20$ L;
- BC)** Se traba el volumen en 20 L, y se pone el gas en contacto térmico con una fuente de calor a 200 K hasta llegar al equilibrio;
- CD)** Manteniéndolo en contacto térmico con esta última fuente, se lo comprime reversiblemente hasta volver al volumen inicial;
- DA)** Trabando el volumen en 10 L, se pone el gas en contacto térmico con la fuente a 300 K, hasta llegar al equilibrio.
- (a) Calcule el trabajo entregado por el gas en cada etapa del ciclo.
- (b) Calcule el trabajo total entregado. ¿Varió la energía interna del gas respecto del valor inicial al completarse el ciclo? En base a su respuesta, indique el calor absorbido por el gas durante el ciclo.
- (c) Calcule el calor total que entregó cada una de las fuentes. ¿Cuál perdió calor? ¿Cuál lo ganó?
- (d) Calcule la eficiencia del ciclo, definida como $\eta = W/Q_1$, donde Q_1 es el calor total absorbido de la fuente a 300 K.
- ③ **Ciclo Carnot.** El ciclo de Carnot es un ciclo termodinámico **reversible** propuesto por el físico francés Sadi Carnot en 1824. Tiene la particularidad de ser el ciclo más eficiente posible que una máquina termodinámica clásica puede conseguir durante la conversión de calor en trabajo. Este ciclo abrió el camino para la formulación de la Segunda Ley de la Termodinámica.
- La secuencia de pasos del gas dentro del ciclo es: i) Expansión isotérmica a temperatura T_1 del estado inicial A al estado B . ii) Expansión adiabática desde el estado B al estado D . iii) Compresión isotérmica a T_2 al estado C , a temperatura T_2 . iv) Compresión adiabática nuevamente al estado A .
- (a) Realice el diagrama $p - V$ del ciclo.

Un mol de gas ideal ($C_v = 3/2R$, $\gamma = 5/3$) realiza un ciclo de Carnot:

AB) Partiendo desde una presión de $P_A = 10$ atm, se expande en contacto térmico con una fuente de calor a $T_A = 300$ K hasta duplicar su volumen.

BC) Se expande adiabáticamente hasta una temperatura $T_C = 200$ K.

CD) Manteniéndolo en contacto térmico con una fuente a $T_C = 200$ K, se comprime hasta duplicar su presión.

DA) Finalmente, se comprime adiabáticamente hasta el punto **A**, para comenzar nuevamente el ciclo.

- (b) Calcule las variables termodinámicas (P , V y T) en cada uno de los estados A , B , C y D .
- (c) Calcule el trabajo hecho por el sistema, el calor absorbido/expulsado y la variación de energía interna en cada uno de los procesos.
- (d) Calcule el trabajo total que realizó el sistema y el calor que necesitó absorber para poder llevar a cabo el ciclo.
- (e) La eficiencia de un ciclo (en general) viene definida por $\eta = W/Q_{in}$, donde W es el trabajo total que hace el sistema en un ciclo y Q_{in} es el calor que absorbe el sistema (es decir, sólo los términos Q positivos en cada uno de los procesos). A partir de lo calculado en el punto anterior, compruebe que la eficiencia del ciclo, $\eta = W/Q_{in}$, es igual a $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ (con T_2 la temperatura de la fuente fría y T_1 la de la fuente caliente).
- (f) **Optativo.** Demuestre que la eficiencia de un ciclo de Carnot genérico, que funciona entre una fuente fría a T_2 y una caliente a T_1 tiene una eficiencia igual a $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ (es decir, cualquier máquina que trabaja entre las temperaturas T_1 y T_2 va a tener, a lo sumo, esta eficiencia).

- ④ **Ciclo Otto.** El ciclo Otto es un modelo idealizado **reversible** de los procesos termodinámicos en un motor de gasolina. En el punto a , la mezcla aire-gasolina entra en el cilindro, se comprime adiabáticamente hasta el punto b y se enciende ($a \rightarrow b$: compresión adiabática). Al quemarse, la gasolina agrega calor Q_H al sistema, el cual aumenta su presión a volumen constante hasta llegar al punto c ($b \rightarrow c$: expansión isocórica). El ciclo prosigue con una expansión adiabática hasta llegar al punto d ($c \rightarrow d$: expansión adiabática). Finalmente, el gas se enfría a la temperatura del aire exterior manteniendo su volumen constante, expulsando calor Q_c y llegando al punto inicial del ciclo ($d \rightarrow a$: compresión isocórica).

En la práctica, este gas sale del motor como escape y no vuelve a entrar en él pero, dado que entra una cantidad de aire y gasolina equivalente, se puede considerar que el proceso es cíclico.

- (a) Realice el diagrama $p - V$ del ciclo.

Un motor de ciclo Otto de seis cilindros con razón de compresión $r = 10.6$ (donde $r = V_a/V_b$). El diámetro de cada cilindro es de 82.5 mm y su altura, 95.4 mm (notar que el volumen en el punto a es el volumen de los 6 cilindros). La presión inicial de la mezcla aire-combustible es de 8.5×10^4 Pa, y la temperatura inicial es de 300 K (la del aire exterior). Suponga que, en cada **ciclo**, se agregan 200 J de calor **a cada cilindro** al quemarse el combustible (Q_H) y que el gas tiene $C_V = 20.5$ J/(mol · K) y $\gamma = 1.4$.

- (b) Calcule las variables termodinámicas (P , V y T) en cada uno de los estados A , B , C y D , así como también el trabajo hecho por el sistema, el calor absorbido/expulsado y la variación de energía interna en cada uno de los procesos.

- (c) Calcule el trabajo total que realiza cada cilindro del motor en un ciclo y el calor que se desprende cuando el gas se enfría a la temperatura del aire exterior (Q_c).
- (d) Dibuje un diagrama $p - V$ que muestre los valores numéricos de p , V y T para cada uno de los cuatro estados.
- (e) Compruebe que la eficiencia $\eta = W/Q_H$ en un ciclo de Otto es igual a $\eta = 1 - r^{1-\gamma}$, siendo $r = V_a/V_b$ la razón de compresión del ciclo.
- (f) **Optativo.** Demuestre que la eficiencia de un ciclo de Otto genérico está dada por $\eta = 1 - r^{1-\gamma}$, siendo $r = V_a/V_b$ la razón de compresión del ciclo.
- ⑤ Una máquina reversible lleva un mol de gas ideal monoatómico ($C_V = 3/2R$, $\gamma = 5/3$) a través del ciclo ABCDA, con las siguientes características en cada una de las etapas:
AB: Es una expansión isotérmica hasta duplicar el volumen $V_B = 2V_A$;
BC: Es una expansión adiabática hasta disminuir la temperatura a la mitad $T_C = T_B/2$;
CD: Es una compresión hasta $V_D = V_A$ a presión constante;
DA: Se cierra el ciclo a volumen constante, aumentando la presión hasta P_A ;

Datos: $P_A = 16.2 \text{ atm}$, $V_A = 2 \text{ L}$.

- (a) Grafique cualitativamente el diagrama $P - V$ correspondiente.
- (b) Calcule el calor absorbido por el gas, el cambio de energía interna y el trabajo efectuado por el gas en cada uno de los procesos y en el ciclo completo.