LABORATORIO DE MECÁNICA Y TERMODINÁMICA
TURNO LUNES – CÁTEDRA: PROF. ANA AMADOR

Estudiantes de Licenciatura en Biología y Geología.
Departamento de Física, FCEyN, Universidad de Buenos Aires.

PRÁCTICA 3: Movimiento Oscilatorio Armónico Simple y Amortiguado

OBJETIVO GENERAL

Esta práctica tiene como objetivo estudiar experimentalmente las características del movimiento oscilatorio armónico, tanto simple como amortiguado.

ACTIVIDAD 1: ESTUDIO DEL MOVIMIENTO OSCILATORIO ARMÓNICO SIMPLE Y DETERMINACIÓN DE LA CONSTANTE ELÁSTICA DE UN RESORTE

INTRODUCCIÓN

Todo sistema físico que se encuentra en equilibrio estable, oscila al ser apartado de su posición de equilibrio. En general, los sistemas lineales oscilan además en forma armónica, siempre que la perturbación aplicada lo aparte solo levemente de su posición de equilibrio. En estas condiciones se puede definir una frecuencia de oscilación, que estará completamente determinada por los parámetros del sistema físico en consideración, y será independiente de las condiciones específicas en las que se pone a oscilar el sistema.

En el caso del resorte, el movimiento de tensión y compresión del mismo muestra que su elongación aumenta proporcionalmente con la fuerza aplicada, dentro de ciertos límites. Esta observación se generaliza con la siguiente ecuación:

$$\mathrm{F} = -\mathrm{k}\Delta\mathrm{x} \tag{1}$$

donde F es la fuerza aplicada, Δx el desplazamiento y k la constante elástica del resorte. El signo negativo indica que la fuerza del resorte es restitutiva u opuesta a la fuerza externa que lo deforma. Esta expresión se conoce con el nombre de ley de Hooke. Por otro lado, cuando el movimiento del resorte es armónico simple, la ecuación que lo describe está dada por:

$$\frac{d^2x}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \tag{2}$$

cuya solución más general es:

$$x(t) = acos(\omega_0 t + \varphi) + x_0 \tag{3}$$

siendo a la amplitud de oscilación o máxima elongación, ω_0 la frecuencia de oscilación, φ la fase inicial, y x_0 la posición de equilibrio. A su vez, la frecuencia de oscilación puede escribirse como:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M}} \tag{4}$$

con M la masa total efectiva oscilante.

LABORATORIO DE MECÁNICA Y TERMODINÁMICA
TURNO LUNES – CÁTEDRA: PROF. ANA AMADOR

Estudiantes de Licenciatura en Biología y Geología.
Departamento de Física, FCEyN, Universidad de Buenos Aires.

ACTIVIDADES

Se propone determinar las características de un resorte simple empleando para ello tres métodos experimentales distintos: uno estático y dos dinámicos. El protocolo experimental sugerido para implementar dichos métodos se describe a continuación.

(a) Método estático:

Hallar la posición de equilibrio de un sistema formado por un objeto que cuelga de un resorte, para diversas masas del objeto suspendido. A partir de la dependencia de dicha posición como función de la masa del cuerpo se pueden determinar las características del resorte (constante elástica y longitud en reposo) mediante un ajuste por cuadrados mínimos de los resultados. Elija un método para la medición de la variación en la posición (ej. cinta métrica, sensor de posición, u otro) y otro para la fuerza (balanza, sensor de fuerza).

i.- Represente gráficamente la fuerza aplicada, F, en función de la posición x del resorte. ¿Qué relación encuentra entre estas magnitudes?

ii.- Utilizando la ley de Hooke para el ajuste de los datos medidos ¿qué representa la pendiente? ¿ y la ordenada al origen?

iii.- ¿Es el valor obtenido por el ajuste de la ordenada al origen el esperado?

(b) Método dinámico 1:

Una vez determinadas las características del resorte, suspéndalo del sensor de fuerzas[1], que permite registrar una señal proporcional a la fuerza necesaria para sostener el sistema suspendido desde su soporte. En estas condiciones se procede a ponerlo a oscilar en diversas condiciones para así registrar la lectura del sensor de fuerzas en función del tiempo. Si se cumple la condición de pequeñas oscilaciones, deberá registrarse una señal sinusoidal de frecuencia fija, sin importar cómo se ponga al sistema en movimiento.

i. Estudie la dependencia de la frecuencia de oscilación con la masa.

ii. Represente sus resultados en gráficos. Analice gráficos tanto en escalas lineales como logarítmicas. ¿Qué relación encuentra entre ambas magnitudes? Determine la constante elástica del resorte también por este método.

iii. Describa a partir de sus mediciones la ecuación de movimiento para el sistema estudiado.

iv. Discuta sobre las características de las fuerzas de roce involucradas en la experiencia.

[1] **Sensor de fuerza:** Este sensor trabaja en 2 rangos de fuerza máxima: 10N y 50N. Para elegir cuál usar debe estimarse previamente el rango de medición en el que se trabajará. Es importante tener en cuenta que el rango elegido también determina la resolución de la conversión analógica/digital. El rango más grande permite medir fuerzas mayores, pero el rango pequeño permite ser más preciso en la medición. Es posible que tenga que calibrar el sensor de fuerzas antes de utilizarlo.

(c) Método dinámico 2:

Se suspende ahora al sistema resorte-masa del sensor de fuerzas al mismo tiempo que se registra la posición con el sensor de posición[2]. En estas condiciones se procede a ponerlo a oscilar para así registrar la lectura del sensor de fuerzas y de posición simultáneamente en función del tiempo. Si se cumple la condición de pequeñas oscilaciones, deberá registrarse una señal sinusoidal de frecuencia fija en ambos sensores.

i. Represente sus resultados en un gráfico de fuerza en función de la posición. ¿Qué relación encuentra entre ambas magnitudes? ¿Cuál es la teoría o ley que explica esta relación?

ii. Determine la constante elástica del resorte también por este método.

iii. En última instancia, se propone que compare los tres métodos de medición en lo que hace a la simplicidad del método, y a la exactitud y precisión de los valores obtenidos para la constante elástica del resorte. ¿Cuál de los tres métodos recomendaría a alguien que desease medir la elasticidad de un material?

ACTIVIDAD 2: ESTUDIO DEL MOVIMIENTO OSCILATORIO ARMÓNICO AMORTIGUADO

INTRODUCCIÓN

En el caso de un cuerpo que se mueve en el seno de un fluido viscoso sabemos que la fuerza de rozamiento (F_R) es proporcional a la velocidad relativa del cuerpo en el medio (v), y de sentido contrario a ésta ($F_R = -bv$, donde b mide el grado de viscosidad del fluido). Dado que la viscosidad del fluido que rodea a la masa oscilante es ahora mucho mayor que la del aire, esperamos que sus efectos disipativos sean también mayores.

Teniendo en cuenta las fuerzas actuantes, la ecuación de movimiento resulta:

$$\frac{d^2x}{dt} + \frac{b}{M}\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \tag{5}$$

cuya solución depende de los valores de los distintos parámetros involucrados y su relación entre ellos. La constante de amortiguamiento del fluido se define como:

$$\gamma = \frac{b}{2M} \tag{6}$$

En general, un movimiento oscilatorio amortiguado con una fuerza de este tipo admite una clasificación en tres posibles casos: subamortiguado, amortiguado críticamente y sobreamortiguado. Si $\gamma^2 < \omega_0^2$ nos encontramos con el caso de un oscilador subamortiguado; es decir, la fuerza elástica es más importante que la de fricción, al menos en algún intervalo de tiempo. En este caso, la solución de la ecuación de movimiento es:

$$x(t) = ae^{-\gamma t}cos\,(\omega t + \varphi) + x_0 \tag{7}$$

[2]**Sensor de posición:** Utiliza un mecanismo de ultrasonido. Verificar las especificaciones del sensor que vayan a usar. Una limitación es la frecuencia de adquisición, que no puede superar los 60 Hz, incluyendo a todos los sensores que se adquieran en simultáneo con el sensor de posición. Es posible que tenga que calibrar el sensor de posición antes de utilizarlo.

siendo a la amplitud, φ la fase inicial, x_0 la posición de equilibrio, y ω la frecuencia angular de oscilación, que puede expresarse como:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \tag{8}$$

Recordando que dicha fuerza viene dada por $F(t) = -kx(t)$, podemos reescribir a la fuerza como:

$$F(t) = -k\, ae^{-\gamma t} cos\, (\omega t + \varphi) - kx_0 \tag{9}$$

es decir,

$$F(t) = Ae^{-\gamma t} cos\, (\omega t + \varphi) + F_0 \tag{10}$$

donde $A = -ka$.

ACTIVIDADES

En esta segunda parte se propone estudiar las oscilaciones amortiguadas del sistema masa-resorte, cuando la masa es parcialmente sumergida en un fluido viscoso. Para ello, utilice el mismo resorte empleado en la actividad 1, del cual ya conoce su constante elástica. Adjunte una esfera de masa m al resorte, y utilice un recipiente apropiado lleno con algún fluido viscoso (p. ej., con agua y detergente) para sumergirla de modo tal que la masa quede totalmente inmersa pero no así el resorte. Con este montaje simple se propone llevar a cabo un estudio experimental del movimiento oscilatorio resultante.

Utilizando el método dinámico 1 de la actividad 1 de la parte A, tome registro del movimiento para una única masa. Determine entonces el coeficiente de amortiguamiento de 3 maneras distintas:

i. Estudie si varía la frecuencia angular de este sistema respecto del sistema sin amortiguamiento. ¿Debería variar según fundamentos teóricos? ¿Es útil este método para determinar el coeficiente de amortiguamiento?
ii. Identifique los picos de la función trigonométrica, grafíquelos por separado y obtenga la constante b a partir del ajuste que considere conveniente.
iii. Finalmente, realice un ajuste no lineal de la señal amortiguada y determine de ahí la constante correspondiente.

Por último, estudie la precisión, exactitud y “utilidad” de cada uno de los métodos propuestos. Si se le ocurre otro, calcule b también por ese método.